Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektrisitet og magnetisme
Vår 2005

Sammendrag, uke 16 (19. og 20. april)

Magnetisk fluks og Gauss' lov for $\boldsymbol{B}$

[FGT 29.2; YF 27.3; TM 28.1, 27.3; AF 26.3; LHL 23.7; DJG 5.3]

Magnetisk fluks ϕ_B gjennom flate S:

$$\phi_B = \int_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A}$$

Magnetfeltstyrken B er proporsjonal med antall magnetiske feltlinjer pr flateenhet. Dermed blir den magnetiske fluksen ϕ_B proporsjonal med antall feltlinjer gjennom flaten. (Sammenlign med elektrisk fluks!)

Siden magnetiske feltlinjer alltid er *lukkede*, får vi Gauss' lov for magnetfeltet:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} = 0$$

for lukket flate. Uttrykker at det ikke finnes magnetiske monopoler.

Oppsummering, elektrostatikk og magnetostatikk: Maxwells ligninger

Gauss' lov for elektrostatisk felt:

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = q_{\text{in}}/\varepsilon_0$$

Elektrostatisk felt er konservativt:

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = 0$$

Gauss' lov for magnetfelt:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} = 0$$

Amperes lov:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 I_{\text{in}}$$

Med gitte "kilder", dvs statiske ladninger og stasjonære strømmer, gir dette oppskriften på beregning av $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$.

Lorentzkraften,

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

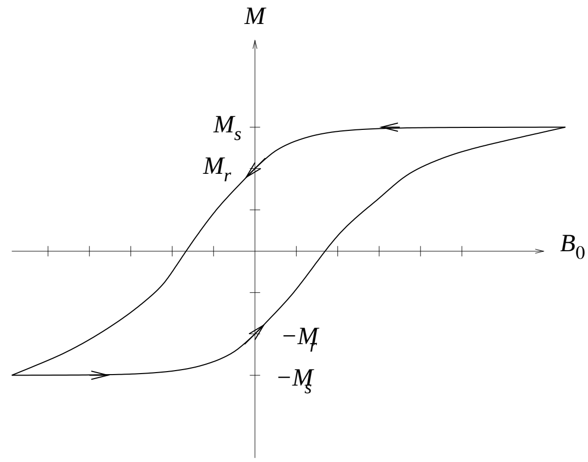
bestemmer deretter hvordan en ladning q med hastighet $\boldsymbol{v}$ vil bevege seg i feltene $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$

Magnetisme
[FGT 31.1 - 31.4; YF 28.8; TM 27.5; AF 26.3; LHL 26.1 - 26.5; DJG 6.4]

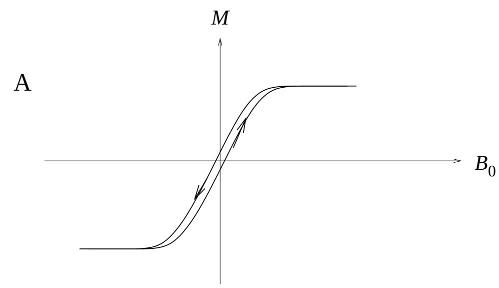
- Paramagnetisme: I materiale med atomære magnetiske dipolmoment $\boldsymbol{m} \neq 0$ rettes $\boldsymbol{m}$ inn langs det påtrykte magnetfeltet $\boldsymbol{B}$, analogt en elektrisk dipol som rettes inn langs et påtrykt elektrisk felt $\boldsymbol{E}$.
- Diamagnetisme: Det påtrykte feltet $\boldsymbol{B}$ påvirker elektronets banebevegelse slik at vi får indusert en endring $\Delta\boldsymbol{m}$ i magnetisk dipolmoment med motsatt retning av $\boldsymbol{B}$. Har en slik diamagnetisk respons i alle atomer, men da den er svak, observeres den typisk bare i materialer med null permanent atomært magnetisk dipolmoment.
- Ferromagnetisme: Har *vekselvirkende* atomære magnetiske dipolmoment på naboatomer, slik at det blir energetisk foretrukket med en bestemt orientering av de ulike $\boldsymbol{m}$. Ferromagnet: Parallelle $\boldsymbol{m}$ foretrekkes. Antiferromagnet: Antiparallelle $\boldsymbol{m}$ foretrekkes.

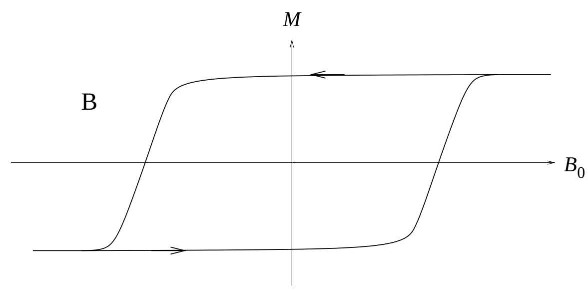
Magnetiske domener: Inne i et ferromagnetisk materiale kan vi ha områder som er små i forhold til en typisk makroskopisk lengdeskala men store i forhold til atomær lengdeskala, og der alle atomer har magnetisk dipolmoment pekende i samme retning. Ett slik *domene* vil dermed være en liten magnet. Men hvis vårt makroskopiske stykke ferromagnetisk materiale består av mange slike domener, der ulike domener har de magnetiske dipolene pekende i ulike retninger, vil magnetfeltet omkring bli omtrent lik null, dvs materialet vårt er alt i alt *ikke* en magnet. En kniv av stål er et slik eksempel. I en stavmagnet, derimot, har vi (essensielt) ett magnetisk domene der alle dipoler peker i samme retning. Dermed får vi et betydelig magnetfelt i rommet omkring stavmagneten, dvs vi har en magnet!

Magnetisk hysterese: Når vi plasserer en ferromagnet i et ytre magnetfelt $\boldsymbol{B}_0$, vil det være energetisk mest gunstig å ha de magnetiske dipolene i samme retning som det ytre feltet. Domener med $\boldsymbol{m}$ i samme retning som $\boldsymbol{B}_0$ vil dermed vokse på bekostning av domener med $\boldsymbol{m}$ i andre retninger. Magnetiseringen i ferromagneten (dvs: det magnetiske dipolmomentet pr volumenhet, se nedenfor) øker dermed fra $M = 0$ til en maksimal verdi $M = M_s$ = metningsmagnetiseringen ("s" for saturation), der alle atomære $\boldsymbol{m}$ peker i samme retning som $\boldsymbol{B}_0$. Denne reorienteringen av magnetiske dipoler er ikke en fullstendig *reversibel* prosess, dvs den er delvis *irreversibel*. Det betyr at dersom vi skrur av det ytre feltet igjen, vil ferromagneten *ikke* ende opp i den samme tilstanden som den startet i (med $M = 0$), men i en annen tilstand, med en viss "restmagnetisering" M_r. Vi må skru på et ytre felt i motsatt retning for å komme tilbake til tilstanden med $M = 0$. Med et tilstrekkelig sterkt ytre felt i motsatt retning kan vi deretter igjen få alle dipolene til å peke i samme retning som det ytre feltet. Da er $M = -M_s$. Og skrur vi så av det ytre feltet, vil ikke M bli lik null, men derimot $-M_r$. Og slik kan vi fortsette. Hvis vi plotter M som funksjon av det ytre feltet B_0, får vi en slik kurve:



Formen på hysteresekurven vil nå avgjøre om det er snakk om en såkalt "hard magnet" (dvs en permanentmagnet) eller en "bløt magnet" (f.eks. et stykke stål):





Figur A tilsvarer stålbiten: Vi har essensielt null magnetisering med null ytre felt. Plasseres biten i et ytre magnetfelt, vil magnetiseringen øke lineært med styrken på det ytre feltet, men selvsagt "flate ut" når vi nærmer oss metningsmagnetiseringen. Skrur vi av det ytre feltet, kommer vi tilbake til $M \simeq 0$, og det stemmer jo med våre erfaringer: Stålbiten forblir ikke magnetisk hvis vi skrur av det ytre feltet. Figur B tilsvarer en permanentmagnet: Vi har stor magnetisering selv med null ytre felt, og selv om vi plasserer magneten i et ytre felt, vil magnetiseringen essensielt forbli uendret. (Men: Skrur vi på et *veldig* sterkt ytre felt, kan vi faktisk snu retningen på magnetiseringen, dvs vi kan bytte om nord- og sydpol.)

Magnetisering og overflatestrøm
[FGT 31.1; YF 28.8; TM 27.5; AF 26.5; LHL 26.1; DJG 6.3]

Magnetisering $\boldsymbol{M}$ er, pr definisjon, magnetisk dipolmoment pr volumenhet:

$$\boldsymbol{M} = \frac{\Delta \boldsymbol{m}}{\Delta V}$$

dersom vi har et netto magnetisk dipolmoment $\Delta \boldsymbol{m}$ i volumet ΔV.

Magnetisering tilsvarer atomære strømsløyfer med strømmen i samme retning. Alle indre strømmer vil dermed kansellere, slik at nettoeffekten av magnetisering i et objekt er en *overflatestrøm*. Sammenlign med polarisering i dielektriske medier, der nettoeffekten av elektrisk polarisering er en *overflateladning*.
I tallverdi er

$$M = i_m$$

der i_m er overflatestrømmen pr lengdeenhet (dvs: der "lengden" er i retning langs $\boldsymbol{M}$).
På vektorform kan dette skrives

$$\boldsymbol{i}_m = \boldsymbol{M} \times \hat{n}$$

der $\hat{n}$ er en enhetsvektor som står normalt på overflaten der i_m går (samt normalt på $\boldsymbol{M}$).

***H*-feltet**
[FGT 31.1; YF 28.8; TM 27.5; AF 26.6; LHL 26.1; DJG 6.3]

Definisjon:

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{B} - \boldsymbol{M}$$

Dvs:

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H} + \mu_0 \boldsymbol{M}$$

For uendelig lang spole fylt med magnetiserbart materiale viste vi da at

$$H = nI_f$$

der n er viklingstettheten på spolen og I_f er "fri", påtrykt strøm, dvs strømmen i spoletråden.
Med andre ord: Slik H-feltet er definert, er det direkte gitt ved den påtrykte strømmen I_f.
Det *totale* magnetfeltet $\boldsymbol{B}$, derimot, er bestemt av *total* strøm, dvs summen av fri strøm I_f og bundet magnetiseringsstrøm I_m (pr vikling, slik at magnetiseringsstrøm pr lengdeenhet blir nI_m).

På samme måte som vi hadde Gauss' lov for den elektriske forskyvningen $\boldsymbol{D}$, uttrykt ved *fri ladning*, har vi Amperes lov for $\boldsymbol{H}$ uttrykt ved *fri strøm*:

$$\oint \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = I_{\text{fri}}^{\text{in}}$$

Altså: Kurveintegralet av $\boldsymbol{H}$ rundt en lukket kurve er lik netto *fri* strøm (dvs strøm som ikke er forårsaket av magnetisering) $I_{\text{fri}}^{\text{in}}$ som er omsluttet av den lukkede kurven.

Neste uke: Magnetisk susceptibilitet og permeabilitet. Elektrodynamikk: Faradays induksjonslov. Lenz' lov. Indusert elektrisk felt.