

Sammendrag, uke 3 (18. og 19. januar)

**Elektrisk felt**

[FGT 22.1; YF 21.4; TM 21.4; AF 21.5; LHL 19.4; DJG 2.1.3]

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$$

= kraft pr ladningsenhet

SI-enhet for elektrisk felt:  $[E] = \text{N/C}$

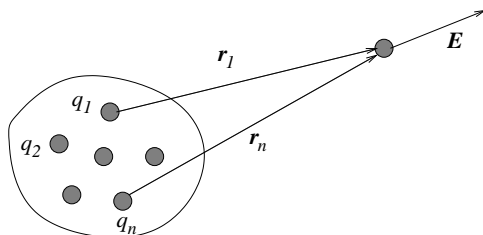
**Elektrisk felt fra punktladning**

[FGT 22.1; YF 21.4; TM 21.4; AF 21.6; LHL 19.5; DJG 2.1.3]

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

Superposisjonsprinsipp for elektrisk felt:

$$\mathbf{E} = \sum_{j=1}^n \mathbf{E}_j = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^n \frac{q_j}{r_j^2} \hat{r}_j$$



**Kontinuerlige ladningsfordelinger**

[FGT 21.4, 22.3; YF 21.5; TM 22.1; AF eks. 21.6; LHL 19.5; DJG 2.1.4]

På en lengdeskala som er stor i forhold til avstanden mellom enkeltladninger ser man en tilnærmet *kontinuerlig* ladningsfordeling. (På samme måte som at makroskopiske objekter har en tilnærmet kontinuerlig massefordeling, selv om de egentlig består av “enkeltmasser” (atomer).)

Sum over enkeltladninger erstattes da av *integral* over en ladningsfordeling:

$$\sum_i \Delta q_i \xrightarrow{\Delta q_i \rightarrow 0} \int dq$$

3D (= 3 dimensjoner): romladning

$$dq = \rho dV$$

$$\rho = \rho(x, y, z) = \text{ladning pr volumenhet} = \text{romladningstetthet}$$

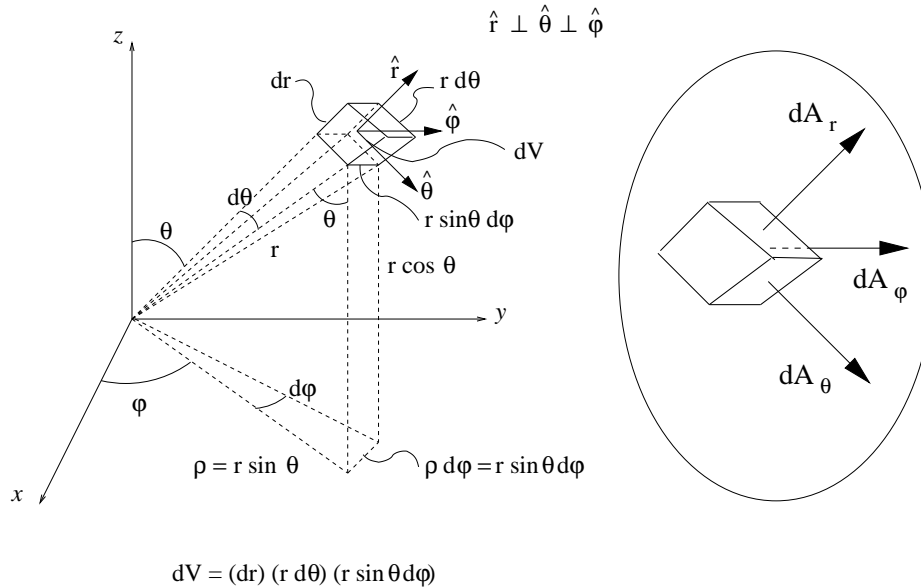
$$[\rho] = [q/V] = \text{C/m}^3$$

$$\text{Volumelement : } dV = dx dy dz \text{ (kartesiske koordinater)}$$

$$= r^2 \sin \theta d\theta d\phi dr \text{ (kulekoordinater)}$$

$$= \rho d\rho d\phi dz \text{ (sylinderkoordinater)}$$

Volumelement  $dV$  i kulekoordinater:



2D: flateladning

$$dq = \sigma dA$$

$$\sigma = \sigma(x, y) = \text{ladning pr flateenhet} = \text{flateladningstetthet}$$

$$[\sigma] = [q/A] = \text{C/m}^2$$

$$\text{Flateelement : } dA = dx dy \text{ (kartesiske koordinater)}$$

$$= r d\phi dr \text{ (polarkoordinater)}$$

1D: linjeladning

$$dq = \lambda dl$$

$$\lambda = \lambda(x) = \text{ladning pr lengdeenhet} = \text{linjeladningstetthet}$$

$$[\lambda] = [q/L] = \text{C/m}$$

$$\text{Linjeelement : } dl = dx \text{ (rett linje)}$$

$$= R d\phi \text{ (for sirkel med radius } R)$$

Elektrisk felt i avstand  $\mathbf{r}$  fra infinitesimal ladning  $dq$ :

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Elektrisk felt fra kontinuerlig ladningsfordeling:

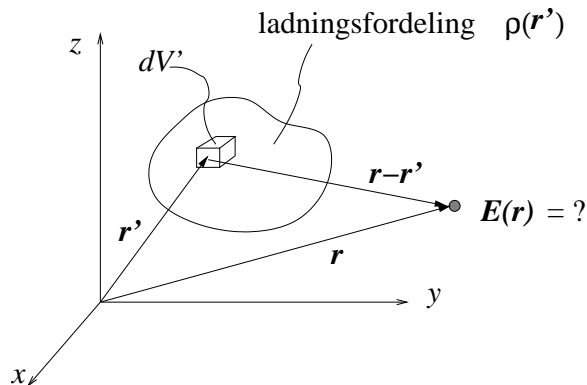
$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\hat{\mathbf{r}} dq}{r^2} \stackrel{3D}{=} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\hat{\mathbf{r}} \rho dV}{r^2}$$

Mer presist: Det elektriske feltet  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  i et punkt  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  på grunn av en fordeling av elektrisk ladning beskrevet ved ladningstettheten  $\rho(\mathbf{r}') = \rho(x', y', z')$  er gitt ved

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\rho(\mathbf{r}') dV'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

der  $dV' = dx' dy' dz'$  (i kartesiske koordinater) er et volumelement i posisjon  $\mathbf{r}'$ .

Legg merke til at  $\mathbf{r}$  ikke har samme betydning i de to siste ligningene. I den første angir  $\mathbf{r}$  vektoren fra  $dq$  til punktet der  $\mathbf{E}$  skal bestemmes. Dermed vil  $\mathbf{r}$  være forskjellig for de ulike ladningselementene  $dq$  i systemet vi ser på. I den andre ligningen angir  $\mathbf{r}$  posisjonen der  $\mathbf{E}$  skal bestemmes, mens  $\mathbf{r}'$  er posisjonsvariabelen til ladningstettheten  $\rho$ . Her hadde vi valgt mellom å innføre en ny vektor  $\mathcal{R} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}'$  og skrive  $\hat{\mathcal{R}}/\mathcal{R}^2$ , eller (som vi valgte) å skrive om enhetsvektoren. På sin plass med en figur, kanskje:



Vi ser at den "aktuelle" enhetsvektoren skal peke fra volumelementet  $dV'$  i posisjon  $\mathbf{r}'$  til posisjonen  $\mathbf{r}$ . Vi kan dermed skrive  $(\mathbf{r} - \mathbf{r}')/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3$  i uttrykket for  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ .