Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003 Elektrisitet og magnetisme
Vår 2006

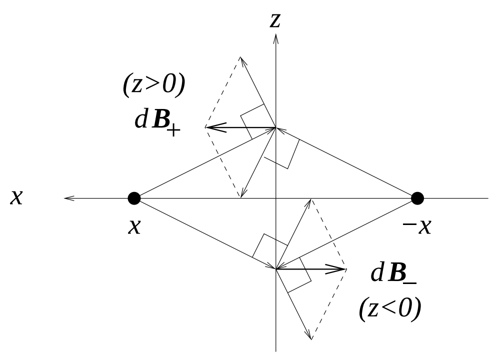
Løsningsforslag til øving 14

Veiledning torsdag 20. april

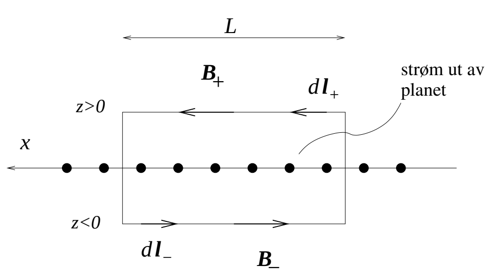
Oppgave 1

Retningen på $\boldsymbol{B}$:

- $B_y = 0$ fordi $d\boldsymbol{B} \sim \hat{y} \times \hat{r} \perp \hat{y}$ ifølge Biot-Savarts lov. (Alle strømbidrag går i y-retningen.)
- $B_z = 0$: Se på figuren nedenfor. Her er $d\boldsymbol{B}_+$ og $d\boldsymbol{B}_-$ bidrag til magnetfeltet henholdsvis over og under xy-planet fra "symmetrisk lokaliserte" uendelig lange, tynne strømførende ledere i posisjon $\pm x$. Biot-Savarts lov og figurbetraktning gir at $\boldsymbol{B}$ må være rettet i positiv x-retning for $z > 0$ og i negativ x-retning for $z < 0$.



Absoluttverdien av magnetfeltet kan ikke avhenge av x eller y når det strømførende planet er uendelig stort. Dessuten må B være like stor en avstand z over xy-planet som en avstand z under. ($B_+ = B_- = B$, se figuren nedenfor) Da skulle vi ha det beste valget av amperekurve klart: Et rektangel med flatenormal i positiv y-retning, symmetrisk plassert i forhold til xy-planet:



Når integrasjonsveien velges som vist i figuren, er strømmen omsluttet av amperekurven *positiv*, ifølge høyrehåndsregelen. Med en lengde L i x-retningen blir den omsluttede strømmen $I_{\text{in}} = i \cdot L$. Amperes lov gir dermed:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot \, d\boldsymbol{l} = 2 \cdot B \cdot L = \mu_0 i \cdot L$$

eller

$$B = \mu_0 i/2$$

(På de vertikale bitene av amperekurven er $\boldsymbol{B} \perp d\boldsymbol{l}$ så disse gir null bidrag til integralet.)
Alternativt kunne vi først ha lagt hele ampererektangelet på en side av xy-planet. Da hadde vi hatt null omsluttet strøm, og dermed fått at B måtte være uavhengig av z. I neste omgang legger vi amperekurven slik at den omslutter en del av xy-planet, og dermed også en viss strøm, og finner det samme som over. Så langt jeg kan se, holder det å bruke Amperes lov *en* gang når vi legger amperekurven symmetrisk om xy-planet.

Oppgave 2

Vi må her bestemme i hvilke posisjoner $\pm x_0$ vi har viklinger som gir null x-komponent for $\boldsymbol{B}$. Viklingene på intervallet $(-x_0, x_0)$ vil da være de som bidrar med negativ x-komponent til $\boldsymbol{B}$. Fra den oppgitte formelen og figuren i oppgaveteksten får vi:

$$\begin{aligned}
3\,(\boldsymbol{m}\cdot\hat{r})\,\hat{r} - \boldsymbol{m} &= 3\left(m\,\hat{x}\cdot\left(\frac{x}{r}\hat{x} + \frac{y}{r}\hat{y}\right)\right)\left(\frac{x}{r}\hat{x} + \frac{y}{r}\hat{y}\right) - m\hat{x} \\
&= 3m\frac{x}{r}\frac{x}{r}\hat{x} + 3m\frac{x}{r}\frac{y}{r}\hat{y} - m\hat{x} \\
&= \left(3\frac{x^2}{r^2} - 1\right)m\hat{x} + 3\frac{xy}{r^2}m\hat{y}
\end{aligned}$$

Vi har her uttrykt $\hat{r}$ i kartesiske komponenter, dvs $\hat{r} = \cos\theta\,\hat{x} + \sin\theta\,\hat{y} = (x/r)\,\hat{x} + (y/r)\,\hat{y}$, der θ er vinkelen mellom $\boldsymbol{m}$ og $\hat{r}$.
Altså null x-komponent når

$$3\frac{x^2}{r^2} - 1 = 0$$

og ettersom $r^2 = x^2 + y^2$, finner vi

$$x_0 = y/\sqrt{2}$$

På lengden $2x_0 = \sqrt{2}y = 0.707$ m har vi 707 viklinger.