

Midtsemesterprøve fredag 24. mars kl 0830 – 1130.

Svartabellen står på et eget ark. Sett tydelige kryss. Husk å skrive på studentnummer.
LEVER INN BÅDE OPPGAVETEKSTEN OG SVARTABELLEN

Tillatte hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller B. E. Lian og C. Angell: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller lignende.)
- Formelsamling Elektrostatikk er inkludert på baksiden av dette arket.

Opplysninger:

- Prøven består av 40 oppgaver. Hver oppgave har ett riktig og tre gale svaralternativ.
- Du *skal* krysse av for *ett* svaralternativ på *hver* oppgave. Avkryssing for *mer enn ett* alternativ eller *ingen* alternativ betraktes som *feil* svar og gir i begge tilfelle null poeng.
- Dersom ikke annet er oppgitt, antas det at systemet er i elektrostatisk likevekt.
- Dersom ikke annet er oppgitt, er ”potensial” underforstått ”elektrostatisk potensial”, og tilsvarende for ”potensiell energi”.
- Dersom ikke annet er oppgitt, er nullpunkt for potensial og potensiell energi valgt uendelig langt borte.
- Metall er synonymt med elektrisk leder. Isolator er synonymt med dielektrikum.
- Noen naturkonstanter: $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$, $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.
- Symboler angis i kursiv (f.eks V for potensial) mens enheter angis uten kursiv (f.eks V for volt).
- SI-prefikser: M (mega) = 10^6 , k (kilo) = 10^3 , c (centi) = 10^{-2} , m (milli) = 10^{-3} , μ (mikro) = 10^{-6} , n (nano) = 10^{-9} , p (piko) = 10^{-12} .
- Omkrets av sirkel: $2\pi r$. Areal av kuleflate: $4\pi r^2$. Volum av kule: $4\pi r^3/3$.
- Gradient i kartesiske koordinater: $\nabla f = (\partial f/\partial x) \hat{x} + (\partial f/\partial y) \hat{y} + (\partial f/\partial z) \hat{z}$
- Gradient av kulesymmetrisk funksjon $f(r)$: $\nabla f = (\partial f/\partial r) \hat{r}$

Formelsamling Elektrostatikk

$\int d\mathbf{A}$ angir flateintegral og $\int d\mathbf{l}$ angir linjeintegral. \oint angir integral over lukket flate eller rundt lukket kurve. **Fete** symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent.

- Coulombs lov:

$$\mathbf{F} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

- Elektrisk felt og potensial:

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$
$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

- Elektrisk potensial fra punktladning:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- Elektrisk fluks:

$$\phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

- Elektrostatisk kraft er konservativ:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

- Gauss' lov for elektrisk felt og elektrisk forskyvning:

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q$$
$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = q_{\text{fri}}$$

- Elektrisk forskyvning:

$$\mathbf{D} \equiv \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$$

- Elektrisk dipolmoment; generelt, for område Ω med fordeling av ladning:

$$\mathbf{p} = \int_{\Omega} \mathbf{r} dq$$

- Elektrisk dipolmoment; for punktladninger $\pm q$ i avstand \mathbf{d} :

$$\mathbf{p} = q\mathbf{d}$$

- Elektrisk polarisering = elektrisk dipolmoment pr volumenhet:

$$\mathbf{P} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta V}$$

Lineær respons:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$$

- Kapasitans:

$$C = \frac{q}{V}$$

- Energitetthet (energi pr volumenhet) i elektrisk felt:

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Oppgaver

1) Vi har som kjent sammenhengene $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ og $\mathbf{E} = -\nabla V$ mellom elektrostatiske kraft \mathbf{F} , felt \mathbf{E} og potensial V . Superposisjonsprinsippet gjelder

- A for alle disse tre størrelsene.
 - B bare for \mathbf{F} og \mathbf{E} .
 - C bare for V .
 - D bare for \mathbf{F} .
-

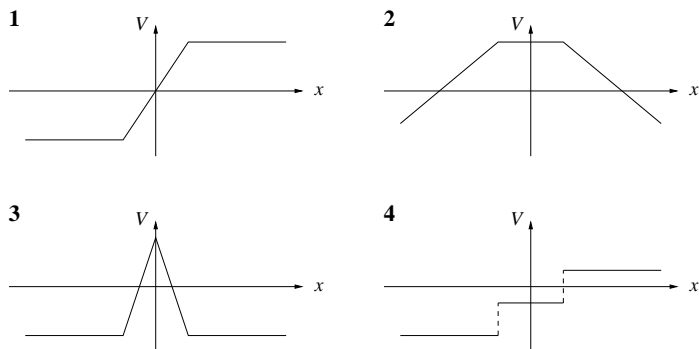
2) Et proton med hastighet $\mathbf{v} = v_0\hat{y}$ kommer inn i et område der det elektriske feltet er uniformt, og rettet langs negativ y -akse. Protonet vil da

- A fortsette med uendret hastighet \mathbf{v} .
 - B bøyes av i positiv x -retning.
 - C etter hvert komme ut av området med uniformt felt, og da med hastighet $-v_0\hat{y}$.
 - D bevege seg langs en spiralformet bane omkring z -aksen.
-

3) En elektrisk feltstyrke $E(r) = 0$ for $r < R$, $E(r) = E_0R^2/r^2$ for $r \geq R$ tilsvarer en jevnt fordelt ladning på et ledende kuleskall med radius R ,

- A med et vilkårlig elektrisk nøytralt medium inni.
 - B forutsatt at det er metall inni.
 - C forutsatt at det er et dielektrisk medium inni.
 - D forutsatt at det er vakuum inni.
-

4) Hvilken figur viser potensialet $V(x)$ fra to uendelig store parallelle plan (som står normalt på x -aksen) med like stor positiv ladning σ pr flateenhet?



- A 1
- B 2
- C 3
- D 4

5) I et område er det elektriske feltet

$$\mathbf{E} = E_0 (\hat{x} + 2\hat{z})$$

Hva er da potensialforskjellen mellom punktene $(0, 0, 0)$ og (b, b, b) ?

- A $6E_0b$
 - B $3E_0b$
 - C E_0b
 - D 0
-

6) I et område er potensialet

$$V(x, y) = V_0 \left(1 - r_0 / \sqrt{x^2 + y^2} \right)$$

Det elektriske feltet i dette området er da

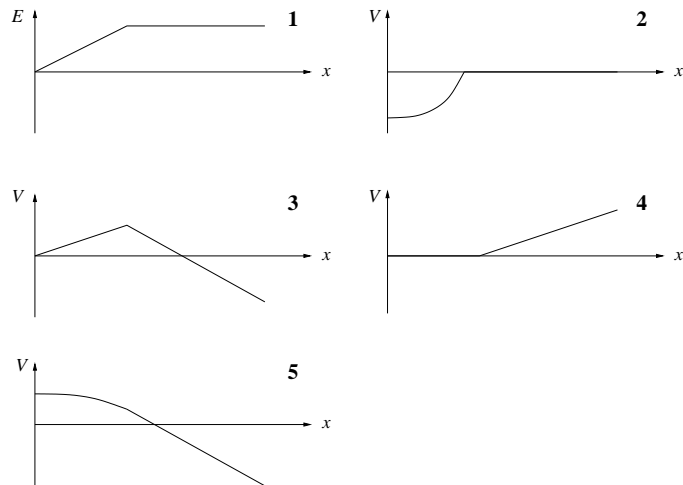
- A $-V_0((\hat{x} + \hat{y})/r_0)$
- B $V_0((\hat{x} + \hat{y})/r_0)$
- C $-V_0 r_0 \mathbf{r} / r^3$
- D $V_0 r_0 \mathbf{r} / r^2$

(Her er r_0 og V_0 konstanter mens $\mathbf{r} = x\hat{x} + y\hat{y}$.)

7) Med samme $V(x, y)$ som i oppgave 6, hva er potensialforskjellen mellom punktene $(x, y) = (r_0, 0)$ og $(3r_0, 4r_0)$?

- A 0
 - B $V_0 r_0$
 - C $0.8V_0$
 - D $\sqrt{20}V_0$
-

8) Hvis feltstyrken $E(x)$ (slik at $\mathbf{E}(x) = E(x)\hat{x}$) er som vist i graf 1, hvilken graf viser da potensialet $V(x)$?



- A 2
 - B 3
 - C 4
 - D 5
-

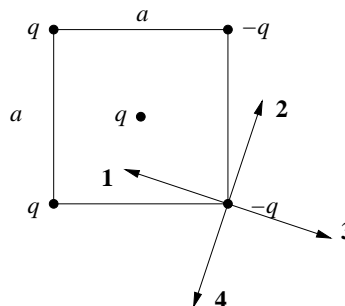
9) Potensialet på et uendelig stort negativt ladet plan velges lik 0. Planets ladning pr flateenhet er $-3 \mu\text{C}/\text{m}^2$. I hvilken avstand fra det ladede planet finner vi da ekvipotensialflatene der $V = 100 \text{ kV}$?

- A 0.59 km
- B 0.59 m
- C 0.59 mm
- D $0.59 \mu\text{m}$

10) En parallellplatekondensator består av to like store metallplater, hver med areal A , med innbyrdes avstand d . Med ladning henholdsvis Q og $-Q$ på de to platene er potensialforskjellen mellom dem ΔV . Kondensatorens kapasitans C er definert som $C = Q/\Delta V$. Anta at platenes lineære utstrekning (\sqrt{A}) er mye større enn avstanden mellom dem, og at rommet mellom platene er fylt med et dielektrikum med relativ permittivitet $\epsilon_r = 4.5$. Dersom $A = 1 \text{ cm}^2$ og $d = 0.1 \text{ mm}$, blir kondensatorens kapasitans

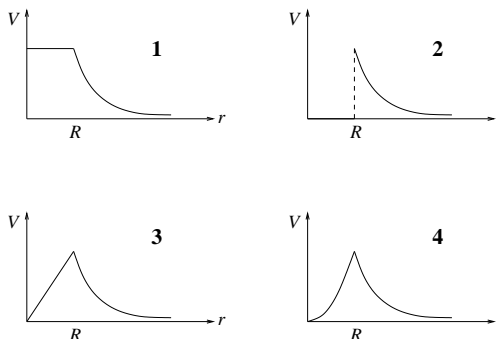
- A 40 mF
- B $40 \mu\text{F}$
- C 40 nF
- D 40 pF

11) Hvilken av pilene angir korrekt retning for total kraft (fra de fire andre ladningene) på ladningen $-q$ i nedre høyre hjørne av kvadratet?



- A 1
- B 2
- C 3
- D 4

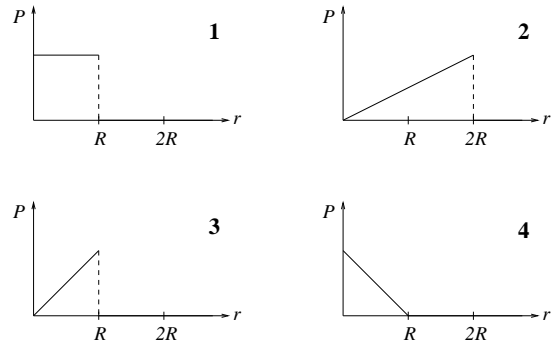
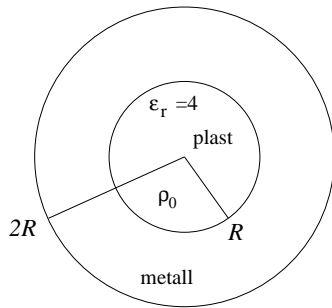
12) Ei metallkule med radius R har uniform ladningstetthet (dvs: ladning pr flateenhet) σ_0 på overflaten. Fastslå (for eksempel ved først å bestemme det elektriske feltet ved hjelp av Gauss' lov) hvilken graf i figuren til høyre som representerer potensialet V som funksjon av avstanden r fra kulas sentrum.



- A 1
- B 2
- C 3
- D 4

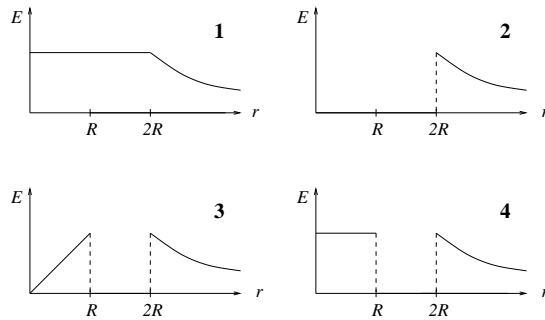
13) Ei plastkule har radius R , relativ permittivitet $\epsilon_r = 4$ og uniform ("fri") ladning ρ_0 pr volumenhet. Plastkula er omgitt av et metallisk lag med tykkelse R og null netto ladning. Hvilken graf illustrerer da polariseringen P som funksjon av avstanden r fra plastkulas sentrum?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



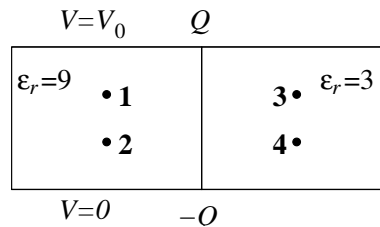
14) For samme metallbelagte plastkule som i oppgave 13: Hvilken graf illustrerer størrelsen av den elektriske feltstyrken E som funksjon av avstanden r fra metallkulas sentrum?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



15) To (tilnærmet uendelig) store parallelle metallplater har ladning henholdsvis Q og $-Q$. Potensialet er $V=0$ på den nederste platen og $V = V_0$ på den øverste platen. Volumet mellom platene består av, i venstre halvdel, et dielektrikum med relativ permittivitet 9 og, i høyre halvdel, et dielektrikum med relativ permittivitet 3 (se figuren). Ranger den elektriske feltstyrken i de fire angitte posisjonene 1, 2, 3 og 4.

- A $E_1 = E_2 = E_3 = E_4$
- B $E_1 = E_3 > E_2 = E_4$
- C $E_1 = E_2 > E_3 = E_4$
- D $E_3 = E_4 > E_1 = E_2$

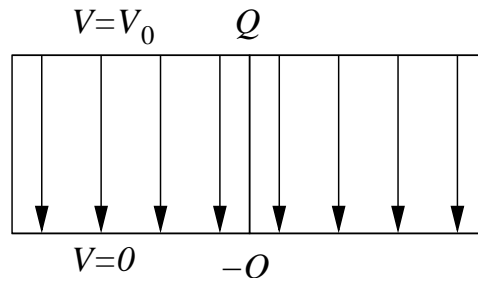


16) For samme system som i oppgave 15: Ranger potensialet i de fire angitte posisjonene 1, 2, 3 og 4.

- A $V_1 = V_2 = V_3 = V_4$
- B $V_1 = V_3 > V_2 = V_4$
- C $V_1 = V_2 > V_3 = V_4$
- D $V_3 = V_4 > V_1 = V_2$

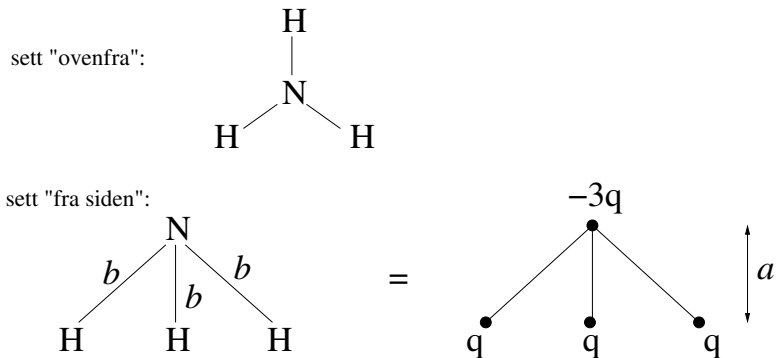
17) For samme system som i oppgave 15: Figuren til høyre viser feltlinjer for

- A E
- B E og P
- C D og P
- D D og E



18) Ammoniakkmolekylet NH_3 kan betraktes som fire punktladninger q, q, q og $-3q$, med innbyrdes avstander b (mellom N og H) som vist i figuren. Nitrogenatomet ligger i en avstand a fra planet som dannes av de tre hydrogenatomene. Dersom $q = 0.28e$ og $a = 0.036 \text{ nm}$, hvor stort er da NH_3 -molekylets elektriske dipolmoment, målt i enheten $e \cdot \text{nm}$?

- A 0.005
- B 0.010
- C 0.020
- D 0.030



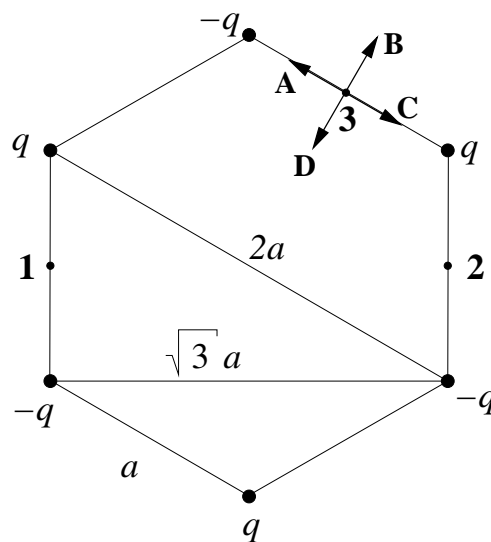
19) En parallellplatekondensator består av to tilnærmet uendelig store parallelle metallplater i innbyrdes avstand d . Med vakuum i hele rommet mellom platene er kapasitansen C_0 . En dielektrisk skive med tykkelse d , relativ permittivitet ϵ_r og areal $A/4$ settes inn mellom platene som vist i figuren. Hva blir da kondensatorens kapasitans C_1 ? (Tips: Dette kan betraktes som en parallellkobling av to kapasitanser.)

- A $C_1 = C_0 \cdot \epsilon_r / (1 + 3\epsilon_r)$
- B $C_1 = C_0 (\epsilon_r + 3) / 4$
- C $C_1 = C_0 \cdot (1 + 4\epsilon_r)$
- D $C_1 = C_0 \cdot 2\epsilon_r / (3 + \epsilon_r)$



20) Tre positive og tre negative punktladninger, alle seks like store i absoluttverdi ($q > 0$), er plassert i hvert sitt hjørne av en regulær sekskant med sidekanter a , se figuren til høyre. Potensialet midt på høyre sidekant, dvs i punkt 2, er V_2 , og potensialet midt på venstre sidekant, dvs i punkt 1, er V_1 . Hvor stor er potensialforskjellen mellom disse to punktene, $\Delta V = V_2 - V_1$? ($V_0 \equiv q/\pi\epsilon_0 a$)

- A $\Delta V = 0$
- B $\Delta V = 3V_0 (1 + \sqrt{3})$
- C $\Delta V = 3V_0 (1 - \sqrt{3})$
- D $\Delta V = V_0$



21) For systemet i oppgave 20: Hvor stor er den potensielle energien U , i forhold til om de seks ladningene var uendelig langt fra hverandre? ($U_0 \equiv q^2/\pi\epsilon_0 a$)

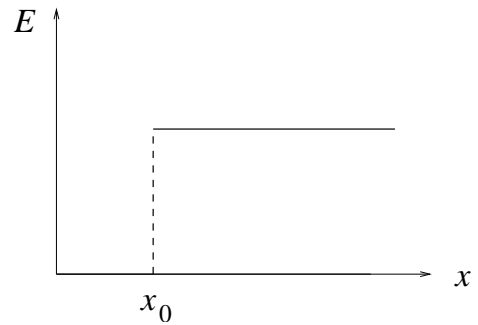
- A $U = 0$
- B $U = -U_0 (15/8 - \sqrt{3}/2)$
- C $U = -3^{-3/2} U_0$
- D $U = 3^{1/2} U_0$

22) For systemet i oppgave 20: Hvilken pil angir korrekt retning på det elektriske feltet i punkt 3, dvs midt på forbindelseslinjen mellom den negative ladningen på toppen og den positive ladningen til høyre for denne?

- A
- B
- C
- D

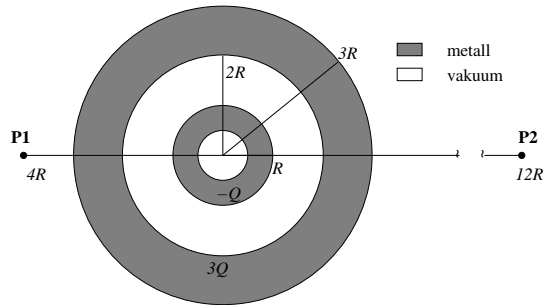
23) Figuren viser den elektriske feltstyrken E som funksjon av en variabel x . Hva slags fysisk system vil resultere i en slik $E(x)$?

- A Ei tilnærmet uendelig stor skive med tykkelse $2x_0$ og uniform ladning pr volumenhet, der x angir avstanden fra planet midt i skiva.
- B Ei tilnærmet uendelig stor metallisk skive med tykkelse $2x_0$ og uniform ladning pr flateenhet, der x angir avstanden fra planet midt i skiva.
- C Ei kule med radius x_0 og uniform ladning pr volumenhet, der x angir avstanden fra kulas sentrum.
- D Ei metallkule med radius x_0 og uniform ladning pr flateenhet, der x angir avstanden fra kulas sentrum.



24) Figuren viser to hule konsentriske metallkuler med netto ladning $-Q$ (på innerste kule) og $3Q$ (på ytterste kule). Ytre radius til indre kuleskall er R , indre radius til ytre kuleskall er $2R$ og ytre radius til ytre kuleskall er $3R$. (Sjiktet med vakuum mellom de to kuleskallene har med andre ord tykkelse R . Hvor mye ladning er fordelt på ytre overflate av det ytterste kuleskallet?

- A $2Q$
- B Q
- C 0
- D $-Q$



25) For systemet i oppgave 24: Hva er den elektriske feltstyrken i punktet P1 (i avstand $4R$ fra sentrum av de to kulene)?

- A Null
- B $Q/64\pi\epsilon_0 R^2$
- C $Q/32\pi\epsilon_0 R^2$
- D $Q/16\pi\epsilon_0 R^2$

26) For systemet i oppgave 24: Hva er potensialforskjellen mellom sentrum av de to kulene og punktet P2 (i avstand $12R$ fra sentrum av de to kulene)?

- A Null
- B $Q/16\pi\epsilon_0 R$
- C $Q/12\pi\epsilon_0 R$
- D $Q/8\pi\epsilon_0 R$

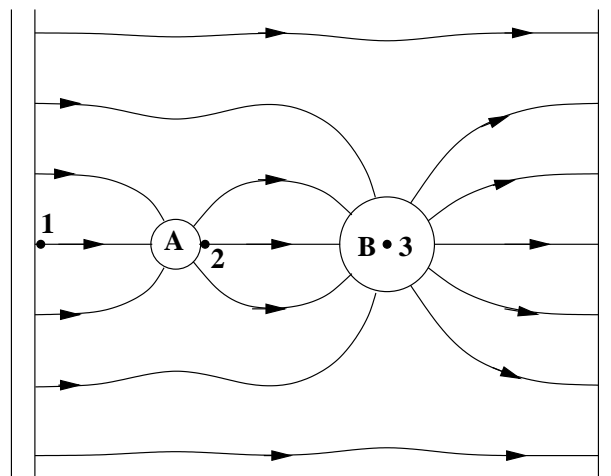
27) To protoner, begge med ladning e , ligger (fast) på y -aksen med innbyrdes avstand $2a$, henholdsvis i posisjonene $y = a$ og $y = -a$ som vist i figuren. Et tredje proton, med masse m_p , er fri til å bevege seg, og slippes med null starthastighet i en posisjon på x -aksen bittelitt til høyre for origo. Hvilken hastighet vil dette protonet ha oppnådd når det har kommet langt ut på x -aksen ($x \rightarrow \infty$)?

- A $(e/\pi\epsilon_0 m_p a^2)^{1/2}$
- B $(e^2/\pi\epsilon_0 m_p a^2)^{1/2}$
- C $(e^2/\pi\epsilon_0 m_p a)^{1/2}$
- D $(e^2/\pi\epsilon_0 a)^{1/2}$



28) Figuren viser to store parallelle metallplater med uniform positiv ladning σ pr flateenhet på platen til venstre og uniform negativ ladning $-\sigma$ pr flateenhet på platen til høyre. Mellom disse platene er det plassert to metallkuler A og B, begge med null netto ladning. Resulterende feltlinjer for det totale elektriske feltet er også angitt i figuren. Ranger den elektriske feltstyrken i de tre avmerkede punktene 1, 2 og 3.

- A $E_1 < E_2 < E_3$
- B $E_1 < E_3 < E_2$
- C $E_3 < E_2 < E_1$
- D $E_3 < E_1 < E_2$



29) For systemet i oppgave 28, ranger potensialet i de tre avmerkede punktene 1, 2 og 3.

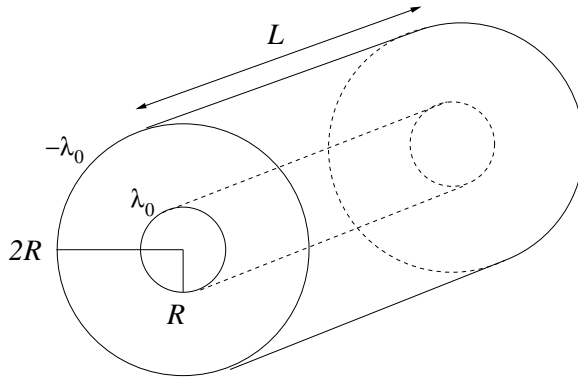
- A $V_1 < V_2 < V_3$
- B $V_1 < V_3 < V_2$
- C $V_3 < V_2 < V_1$
- D $V_3 < V_1 < V_2$

30) Hvilken av de følgende påstandene er feil?

- A En parallelplatekondensators kapasitans blir større dersom avstanden mellom platene reduseres.
 - B En parallelplatekondensators kapasitans blir større dersom platenes areal økes.
 - C En parallelplatekondensators kapasitans blir større dersom ladningen på platene økes.
 - D En parallelplatekondensators kapasitans blir større dersom rommet mellom platene fylles med et dielektrikum.
-

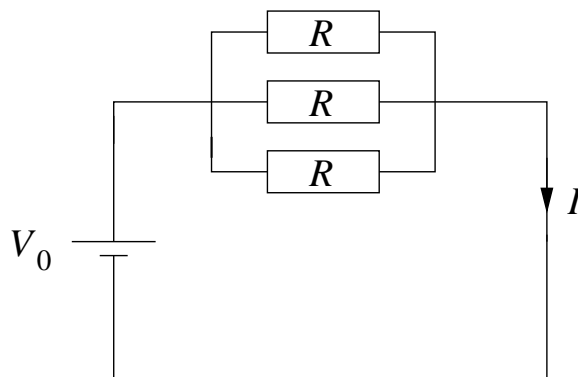
31) Figuren viser to (tilnærmet uendelig) lange sylinderformede metalliske rør. Det innerste røret har radius R og uniform ladning λ_0 pr lengdeenhet, det ytterste røret har radius $2R$ og uniform ladning $-\lambda_0$ pr lengdeenhet. Hvor stor er den potensielle energien pr lengdeenhet lagret i det elektriske feltet i rommet mellom de to metalliske rørene? Vi antar at begge rørene er så tynne at deres indre og ytre radius er like stor. (Tips 1: Bestem først $E(r)$ ved hjelp av Gauss' lov, og deretter energien lagret i det elektriske feltet.) (Tips 2: $\int dx/x = \ln|x| + C$.)

- A $\lambda_0^2 \ln 2 / 4\pi\epsilon_0$
- B $\lambda_0^2 / 4\pi\epsilon_0 R$
- C $\lambda_0 \ln 2 / 8\pi\epsilon_0$
- D $\lambda_0^2 \ln 2 / \pi^2\epsilon_0 R^2$



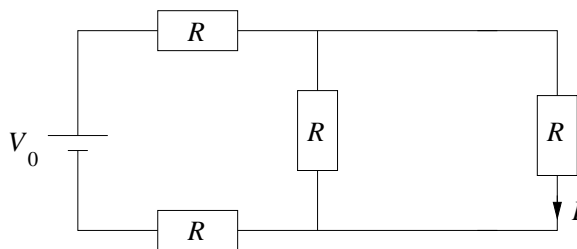
32) Hva blir strømstyrken I angitt i kretsen til høyre?

- A $3V_0/R$
- B $V_0/3R$
- C V_0/R
- D $3V_0R$



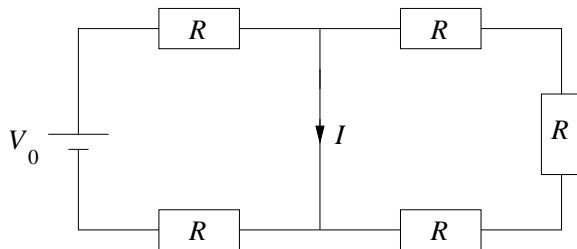
33) Hva blir strømstyrken I angitt i kretsen til høyre?

- A $5V_0/2R$
- B $V_0/5R$
- C $5V_0/R$
- D $2V_0/5R$



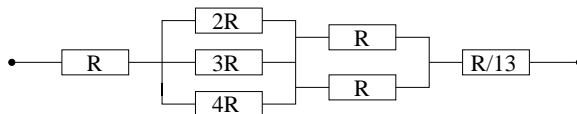
34) Hva blir strømstyrken I angitt i kretsen til høyre?

- A $3V_0/7R$
- B $V_0/3R$
- C 0
- D $V_0/2R$



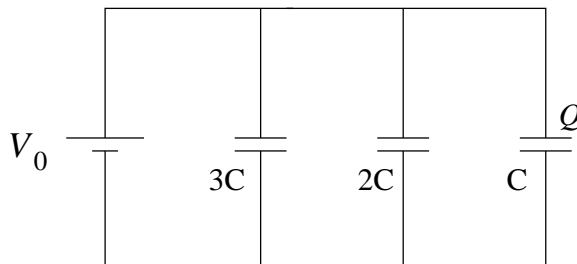
35) Hva blir den totale motstanden i kretsen angitt til høyre?

- A $157R/13$
- B $5R/2$
- C $3R$
- D $5R$



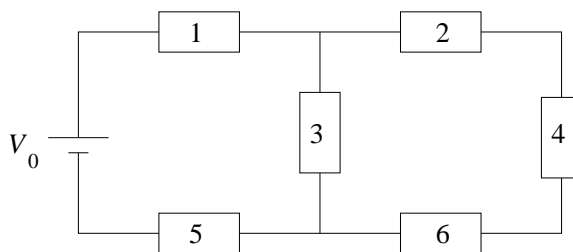
36) Hva blir ladningen Q angitt i kretsen til høyre?

- A $V_0C/6$
- B $V_0C/3$
- C V_0C
- D $3V_0C$



37) Hver av de seks lyspærene i figuren nedenfor kan betraktes som en ideell ohmsk motstand R . Økt spenning over ei lyspære (og dermed økt strømstyrke) gir økt lysstyrke i lyspæra. Hvilke(n) lyspære(r) lyser svakest?

- A 3
- B 1 og 5
- C 2, 4 og 6
- D Alle seks lyser like sterkt.



38) I kretsen i oppgave 37, hva skjer med lysstyrken i pære 1 dersom pære 3 skrur ut?

- A Uendret.
- B Lyser svakere.
- C Lyser sterkere.
- D Slokker.

39) I kretsen i oppgave 37, hva skjer med lysstyrken i pære 1 dersom pære 4 skrur ut?

- A Uendret.
- B Lyser svakere.
- C Lyser sterkere.
- D Slokker.

40) En sylinderformet bit av et elektrisk ledende materiale har lengde 10 cm og radius 1 mm. Materialet har elektrisk ledningsevne (konduktivitet) $3.2 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$. Hva blir motstanden (resistansen) til denne lederbiten? (For ordens skyld: Med hensyn på elektrisk strøm langs sylinderens akse.)

- A 10 k Ω
- B 1 k Ω
- C 100 Ω
- D 10 Ω

