

## Øving 10

Veiledning: Torsdag 16. mars  
Innleveringsfrist: Mandag 20. mars

### Oppgave 1

En rett, sylinderformet leder med sirkulært tverrsnitt (radius  $R$ ) fører en elektrisk strøm. La oss anta at strømtettheten er størst i sentrum av lederen og avtar med avstanden  $r$  fra sentrum på følgende måte:

$$j(r) = j_0 e^{-r/R}$$

Ved lederens overflate ( $r = R$ ) har vi med andre ord en strømtetthet  $j_0/e$ . (Retningen på  $\mathbf{j}(r)$  er *langs* lederen.)

Vis at total strøm i lederen er

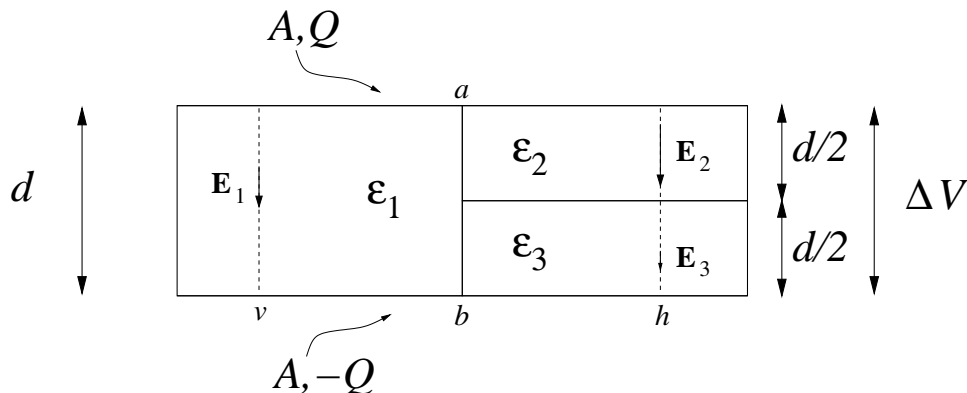
$$I = 2\pi j_0 R^2 \left(1 - \frac{2}{e}\right) \quad (\simeq 1.66 j_0 R^2)$$

Hint: Ta utgangspunkt i strømmen  $dI$  som går i et sylinderformet "rør" med indre radius  $r$  og tykkelse  $dr$ .

Oppgitt:

$$\int_0^1 x e^{-x} dx = 1 - \frac{2}{e}$$

Oppgave 2



Figuren over viser en parallelplatekondensator der volumet mellom de to metallplatene er fylt med tre ulike dielektrika.

a) Bruk formlene for serie- og parallellkobling av kapasitanser (henholdsvis  $C^{-1} = \sum_j C_j^{-1}$  og  $C = \sum_j C_j$ ) til å vise at parallelplatekondensatoren i figuren har kapasitans

$$C = \frac{A}{d} \left( \frac{\epsilon_1}{2} + \frac{\epsilon_2 \epsilon_3}{\epsilon_2 + \epsilon_3} \right)$$

Her er  $A$  metallplatenes areal,  $d$  er avstanden mellom metallplatene og  $\epsilon_j$  er permittiviteten til dielektrikum nr  $j$  ( $j = 1, 2, 3$ , se figuren).

b) De to stiplede linjene  $v$  og  $h$  ligger begge langt fra både ytterkantene og midtlinjen  $ab$  av kondensatoren. I nærheten av  $v$  og  $h$  kan vi derfor uten fare anta at det elektriske feltet  $\mathbf{E}$  peker loddrett nedover.

Du skal nå vise at  $\mathbf{E}$  ikke kan peke loddrett nedover i nærheten av midtlinjen  $ab$  dersom  $\epsilon_2$  er forskjellig fra  $\epsilon_3$ . Det kan vi gjøre på følgende vis: Anta for eksempel at potensialforskjellen mellom metallplatene er  $\Delta V = 100$  V, og at  $\epsilon_j = j! \epsilon_0$ . Bestem så posisjonene til ekvipotensialflatene 25 V, 50 V og 75 V, både i nærheten av stiplet linje  $v$  og stiplet linje  $h$ . (Sett  $V = 0$  på nedre metallplate.) Etersom hver ekvipotensialflate må være kontinuerlig mellom  $v$  og  $h$ , kan du sikkert overbevise deg om at  $\mathbf{E}$  ikke kan peke rett nedover i nærheten av midtlinjen  $ab$ . Tegn opp kondensatoren og skisser de nevnte ekvipotensialflatene.