

Mandag 30.01.06

### Elektrisk potensial (fortsatt)

[FGT 24.2; YF 23.2; TM 23.1; AF 21.9; LHL 19.9; DJG 2.3.1, 2.3.2, 2.4.1]

For konservativ kraft  $\mathbf{F}$  har vi en *potensiell energi*  $U$  slik at arbeidet utført av  $\mathbf{F}$  på "systemet" (f.eks. ladningen som flyttes) ved en forflytning fra  $A$  til  $B$  tilsvarer *endringen* i systemets potensielle energi:

$$\Delta U = U_B - U_A = - \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$$

[Fortegnssjekk: Forflytning av masse  $m$  oppover, dvs *mot* tyngdekraften  $m\mathbf{g}$ , gir økt potensiell energi og samtidig er  $\mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} < 0$ , altså er fortegnet OK!]

På samme måte som at det var hensiktsmessig å innføre elektrisk felt  $\mathbf{E} = \mathbf{F}/q =$  elektrisk kraft pr ladningsenhet, er det nå hensiktsmessig å innføre *elektrisk potensial* som *potensiell energi pr ladningsenhet*:

$$V = U/q$$

Enhet for elektrisk potensial:  $[V] = [U/q] = \text{J/C} \equiv \text{V}$  (volt)

### Sammenhengen mellom elektrisk potensial $V$ og elektrisk felt $\mathbf{E}$

[FGT 24.2; YF 23.2; TM 23.1; AF 21.10; LHL 19.9; DJG 2.3.1]

En ladning  $q$  som påvirkes av en elektrostatisk kraft  $\mathbf{F}$  har en forskjell i potensiell energi

$$\Delta U = U_B - U_A = - \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$$

mellom punktene  $A$  og  $B$ . Da må den *elektriske potensialforskjellen*  $\Delta V$  mellom punktene  $A$  og  $B$  være

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} = - \int_A^B \frac{\mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}}{q} = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Alternativ enhet for elektrisk felt:  $[E] = [V/l] = \text{V/m}$

Merk deg at mens elektrisk felt er en *vektorstørrelse*, så er elektrisk potensial en *skalar størrelse*.

Merk: Bare *forskjeller* i elektrisk potensial (og potensiell energi) har fysisk betydning. Kan fritt velge nullpunkt for potensialet. Vanlig valg:  $V(r \rightarrow \infty) = 0$ . Dermed, for punkt  $P$ :

$$V_P = - \int_{\infty}^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

(Vi kan ikke alltid velge  $V(r \rightarrow \infty) = 0$ . Det skal vi se eksempler på etterhvert.)

### Elektrisk potensial fra punktladning (Coulombpotensialet)

[FGT 24.2; YF 23.2; TM 23.2; AF 21.11; LHL 19.9; DJG 2.3.4]:

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Fredag 03.02.06

Elektrisk potensial fra kontinuerlige ladningsfordelinger:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

med

$$dq = \begin{cases} \rho(x, y, z) dV & (3D) \\ \sigma(x, y) dA & (2D) \\ \lambda(x) dx & (1D) \end{cases}$$

### Potensiell energi mellom punktladninger

[FGT 24.2; YF 23.1; TM 24.1; AF 21.9, 21.12; LHL 19.9; DJG 2.4]

- mellom to punktladninger i innbyrdes avstand  $r_{12}$ :  $U_{12} = q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 r_{12}$
- mellom flere punktladninger:  $U = \sum_{i < j} U_{ij}$  (der summen over  $i$  og  $j$  går over alle punktladningene i systemet, dog slik at  $j$  hele tiden er større enn  $i$ , dvs summen går over alle par av punktladninger)

### Energibevarelse for ladete partikler i elektrisk felt

[FGT 24.1; YF 23.1; AF 21.12; LHL 19.9]

Med *konservative* krefter er *total energi bevart*:

$$\begin{aligned} T + U &= \text{konstant} \\ T &= \frac{1}{2}mv^2 = \text{kinetisk energi} \\ U &= qV = \text{potensiell energi} \end{aligned}$$

Dersom partikkel med ladning  $q$  og masse  $m$  akselereres i elektrisk felt  $\mathbf{E}$ , dvs gjennom potensialforskjell  $\Delta V = V_2 - V_1$ :

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mv_1^2 + qV_1 &= \frac{1}{2}mv_2^2 + qV_2 \\ \Rightarrow v_2^2 &= v_1^2 + \frac{2q}{m}(V_1 - V_2) \\ \Rightarrow v_2 &= \sqrt{v_1^2 - \frac{2q\Delta V}{m}} = v_1 \sqrt{1 - \frac{2q\Delta V}{mv_1^2}}\end{aligned}$$

Her er  $v_1$  partikkelens hastighet der potensialet er  $V_1$  ("startpunkt") og  $v_2$  er partikkelens hastighet der potensialet er  $V_2$  ("sluttpunkt").

Dersom  $q\Delta V < 0$  fås  $v_2 > v_1$ , dvs (positiv) akselerasjon.

Altså:

Negativ ladning akselereres i retning høyere potensial

Positiv ladning akselereres i retning lavere potensial

.... mens begge typer ladning selvsagt akselereres i retning lavere potensiell energi.

Bevegelsen til en partikkel med masse  $m$  og ladning  $q$  i et elektrisk felt er bestemt av Newtons 2. lov (= *bevegelsesligningen*):

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = q\mathbf{E}$$

Dermed:

$$\mathbf{a} = \frac{q}{m}\mathbf{E}$$

Partikkel med positiv ladning akselereres langs  $\mathbf{E}$ .

Partikkel med negativ ladning akselereres langs  $-\mathbf{E}$ .

### Ekvipotensialflater

[FGT 24.3; YF 23.4; TM 23.5; AF 21.11; LHL 19.11; DJG 2.3.2]

Ekvipotensialflater er flater i rommet med konstant potensial.

$$\Delta V = - \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

for *vilkårlig* integrasjonsvei på en ekvipotensialflate.

Dermed:

$$\mathbf{E} \perp \text{ekvipotensialflate}$$