

Øving 10

Veiledning: Uke 11

Innleveringsfrist: Mandag 19. mars

Oppgave 1

En rett, sylinderformet leder med sirkulært tverrsnitt (radius R) fører en elektrisk strøm. La oss anta at strømtettheten er størst i sentrum av lederen og avtar med avstanden r fra sentrum på følgende måte:

$$j(r) = j_0 e^{-r/R}$$

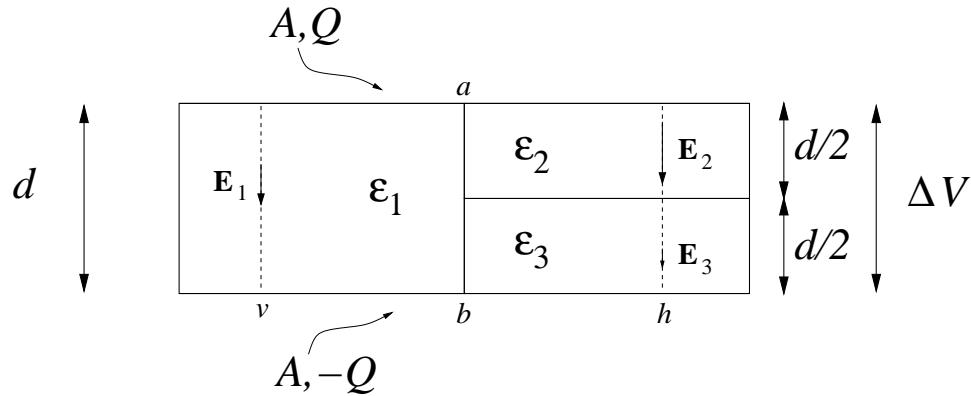
Ved lederens overflate ($r = R$) har vi med andre ord en strømtetthet j_0/e . (Retningen på $\mathbf{j}(r)$ er *langs* lederen.)

Vis at total strøm i lederen er

$$I = 2\pi j_0 R^2 \left(1 - \frac{2}{e}\right) \quad (\simeq 1.66 j_0 R^2)$$

Hint: Ta utgangspunkt i strømmen dI som går i et sylinderformet "rør" med indre radius r og tykkelse dr . $\int x e^{-x} dx$ løses greit ved hjelp av delvis integrasjon.

Oppgave 2



Figuren over viser en parallellplatekondensator der volumet mellom de to metallplatene er fylt med tre ulike dielektrika.

a) Bruk formlene for serie- og parallellkobling av kapasitanser (henholdsvis $C^{-1} = \sum_j C_j^{-1}$ og $C = \sum_j C_j$) til å vise at parallellplatekondensatoren i figuren har kapasitans

$$C = \frac{A}{d} \left(\frac{\epsilon_1}{2} + \frac{\epsilon_2 \epsilon_3}{\epsilon_2 + \epsilon_3} \right)$$

Her er A metallplatenes areal, d er avstanden mellom metallplatene og ϵ_j er permittiviteten til dielektrikum nr j ($j = 1, 2, 3$, se figuren).

b) De to stiplede linjene v og h ligger begge langt fra både ytterkantene og midtlinjen ab av kondensatoren. I nærheten av v og h kan vi derfor uten fare anta at det elektriske feltet \mathbf{E} peker loddrett nedover.

Du skal nå vise at \mathbf{E} ikke kan peke loddrett nedover i nærheten av midtlinjen ab dersom ϵ_2 er forskjellig fra ϵ_3 . Det kan vi gjøre på følgende vis: Anta for eksempel at potensialforskjellen mellom metallplatene er $\Delta V = 100$ V, og at $\epsilon_j = j! \epsilon_0$. Bestem så posisjonene til ekvipotensialflatene 25 V, 50 V og 75 V, både i nærheten av stiplet linje v og stiplet linje h . (Sett $V = 0$ på nedre metallplate.) Etersom hver ekvipotensialflate må være kontinuerlig mellom v og h , kan du sikkert overbevise deg om at \mathbf{E} ikke kan peke rett nedover i nærheten av midtlinjen ab . Tegn opp kondensatoren og skisser de nevnte ekvipotensialflatene.