Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektrisitet og magnetisme
Vår 2007, uke 5

Mandag 29.01.07

Potensiell energi mellom punktladninger
[FGT 24.1, 24.2; YF 23.1; TM 24.1; AF 21.9, 21.12; LHL 19.9; DJG 2.4]

- mellom to punktladninger i innbyrdes avstand r_{12}: $U_{12} = q_1 q_2 / 4\pi\varepsilon_0 r_{12}$
- mellom flere punktladninger: $U = \sum_{i<j} U_{ij}$ (der summen over i og j går over alle punktladningene i systemet, dog slik at j hele tiden er større enn i, dvs summen går over alle par av punktladninger)

Energienheten elektronvolt: 1 eV = $1.6 \cdot 10^{-19}$ J = energiforskjellen til en elementærladning når den flyttes mellom to posisjoner med en potensialforskjell på 1 volt.

Tirsdag 30.01.07

Energibevarelse for ladete partikler i elektrisk felt
[FGT 24.1; YF 23.1; AF 21.12; LHL 19.9]

Med *konservative* krefter er *total energi bevart*:

$$\begin{aligned}
T + U &= \text{konstant} \\
T &= \frac{1}{2}mv^2 = \text{kinetisk energi} \\
U &= qV = \text{potensiell energi}
\end{aligned}$$

Dersom partikkel med ladning q og masse m akselereres i elektrisk felt $\boldsymbol{E}$, dvs gjennom potensialforskjell $\Delta V = V_2 - V_1$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}mv_1^2 + qV_1 &= \frac{1}{2}mv_2^2 + qV_2 \\
\Rightarrow v_2^2 &= v_1^2 + \frac{2q}{m}(V_1 - V_2) \\
\Rightarrow v_2 &= \sqrt{v_1^2 - \frac{2q\Delta V}{m}} = v_1\sqrt{1 - \frac{2q\Delta V}{mv_1^2}}
\end{aligned}$$

Her er v_1 partikkelens hastighet der potensialet er V_1 ("startpunkt") og v_2 er partikkelens hastighet der potensialet er V_2 ("sluttpunkt").

Dersom $q\Delta V < 0$ fås $v_2 > v_1$, dvs (positiv) akselerasjon.
Altså:
Negativ ladning akselereres i retning høyere potensial
Positiv ladning akselereres i retning lavere potensial
.... mens begge typer ladning selvsagt akselereres i retning lavere potensiell energi.

Bevegelsen til en partikkel med masse m og ladning q i et elektrisk felt er bestemt av Newtons 2. lov (= *bevegelsesligningen*):

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} = m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = q\boldsymbol{E}$$

Dermed:

$$\boldsymbol{a} = \frac{q}{m}\boldsymbol{E}$$

Partikkel med positiv ladning akselereres langs $\boldsymbol{E}$.
Partikkel med negativ ladning akselereres langs $-\boldsymbol{E}$.

Ekvipotensialflater
[FGT 24.3; YF 23.4; TM 23.5; AF 21.11; LHL 19.11; DJG 2.3.2]

Ekvipotensialflater er flater i rommet med konstant potensial.

$$\Delta V = -\int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = 0$$

for *vilkårlig* integrasjonsvei på en ekvipotensialflate.
Dermed:

$$\boldsymbol{E} \perp \quad \text{ekvipotensialflate}$$

Beregning av $\boldsymbol{E}$ fra V
[FGT 24.4; YF 23.5; TM 23.3; AF 21.10; LHL 19.9; DJG 2.3.1, 1.2.2]

$$\boldsymbol{E} = -\nabla V$$

Gradientoperatoren ∇:

$$\begin{aligned}
\nabla V &= \frac{\partial V}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{z} \quad \text{(kartesiske koordinater)} \\
&= \frac{\partial V}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\hat{\phi} \quad \text{(kulekoordinater)}
\end{aligned}$$

(Det er ikke meningen at du skal gå rundt og huske på hvordan gradientoperatoren ser ut i kulekoordinater. Den vil bli oppgitt dersom det f.eks. skulle bli bruk for den til eksamen.)
Hvis vi har kulesymmetri (dvs $\boldsymbol{E}$ og V kun avhengig av r, ikke av vinklene θ og ϕ):

$$\boldsymbol{E} = E(r)\hat{r} = -\frac{\partial V}{\partial r}\hat{r}$$

Betydning av gradientoperatoren

Vektoren ∇V peker i den retningen der V øker raskest, dvs i den retningen der den *retningsderiverte* til V er størst. Ettersom $\boldsymbol{E} = -\nabla V$, betyr det at det elektriske feltet peker i den retningen der V *avtar* raskest.
Eksempel: Dersom en punktladning q plasseres et sted der $\nabla V = 0$, blir den ikke utsatt for noen elektrisk kraft, for da er $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} = -q\nabla V = 0$.