

Øving 2

Veiledning: Fredag 18. og mandag 21. januar

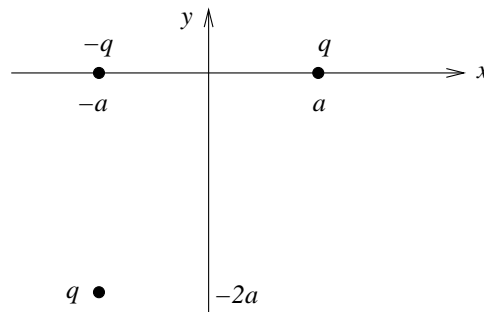
Innleveringsfrist: Fredag 25. januar kl 12.00

Oppgave 1 (fra tidligere midtsemesterprøver)

a) To punktladninger  $q$  og  $-q$  er plassert på  $x$ -aksen, med  $q$  i  $(x, y) = (a, 0)$  og  $-q$  i  $(-a, 0)$ . Da blir kraften fra disse på en tredje punktladning  $q$  i  $(-a, -2a)$

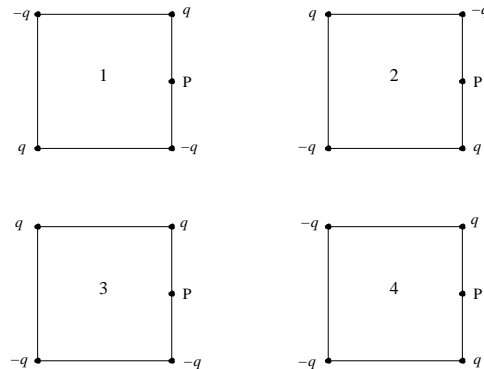
- A  $\left[ -\hat{x} + (2\sqrt{2} - 1)\hat{y} \right] F_0/8\sqrt{2}$
- B  $\left[ -\hat{x} - (2\sqrt{2} - 1)\hat{y} \right] F_0/8\sqrt{2}$
- C  $\left[ \hat{x} - (2\sqrt{2} - 1)\hat{y} \right] F_0/8\sqrt{2}$
- D  $\left[ \hat{x} + (2\sqrt{2} - 1)\hat{y} \right] F_0/8\sqrt{2}$

der  $F_0 = q^2/4\pi\epsilon_0 a^2$ .



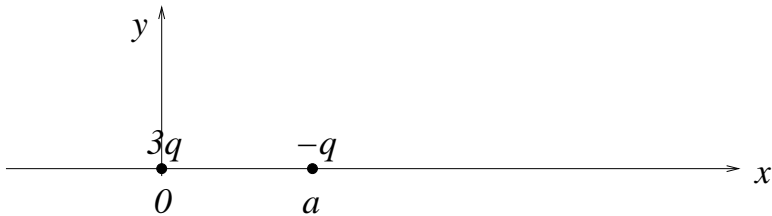
b) To positive og to negative punktladninger, alle fire like store i absoluttverdi ( $q$ ), skal plasseres i hvert sitt hjørne av et kvadrat. På hvilken måte skal punktladningene plasseres for å oppnå størst mulig elektrisk feltstyrke midt på høyre sidekant, i punktet P?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



Kommentar: På midtsemesterprøven i dette faget skal slike oppgaver *kun* besvares med en bokstav, dvs *uten* utregning eller begrunnelse. Ettersom dette er en regneøving, foreslår jeg at du svarer *med* begrunnelse og/eller utregning (dvs: som vanlig på en regneøving!).

### Oppgave 2



a) To punktladninger  $3q$  og  $-q$  er plassert på  $x$ -aksen i henholdsvis  $x = 0$  og  $x = a$ . Forklar hvorfor mulige likevektsposisjoner for en tredje ladning  $q$  må være på  $x$ -aksen.

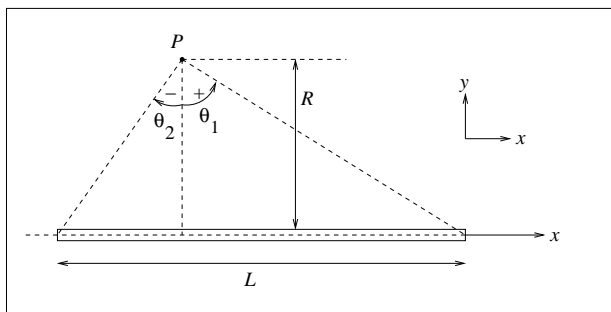
b) Det er *en* likevektsposisjon  $x_0$  på  $x$ -aksen for denne tredje ladningen. (I tillegg til det "singulære" punktet  $x = a$ .) Bestem  $x_0$ . Begrunn, *uten* ytterligere regning, at denne likevekten er ustabil med hensyn på en liten forflytning i  $x$ -retning. (Alternativt, *med* ytterligere regning: Vurder stabiliteten av likevekten ved å se på  $dF/dx$  i  $x = x_0$ .)

[I *likevekt* virker det ingen netto kraft på ladningen. Når den forskyves en avstand  $\Delta x$  fra likevektsposisjonen, vil den påvirkes av en kraft. Dersom denne kraften virker i samme retning som  $\Delta x$ , er likevekten ustabil, i motsatt fall stabil.]

### Oppgave 3

En tynn stav med lengde  $L$  har uniform ladning  $\lambda$  pr lengdeenhet.

a) Hvor mye ladning  $dq$  er det på en liten lengde  $dx$  av staven? Hva er stavens totale ladning  $Q$ ?



b) Vi legger staven på  $x$ -aksen, slik at punktet  $P$  har koordinater  $(x, y) = (0, R)$ . Vis at det elektriske feltet i  $P$ , dvs i avstand  $R$  fra staven, er gitt ved  $\mathbf{E} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y}$ , med

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} (\sin \theta_1 - \sin \theta_2)$$

Her er  $\theta_1$  og  $\theta_2$  vinklene som dannes mellom linjene fra  $P$  til stavens endepunkter og normalen til staven gjennom  $P$  (dvs  $y$ -aksen), som vist i figuren. (Fortegnet til vinklene er som indikert i figuren, dvs  $\theta$  er negativ når  $x < 0$ ).

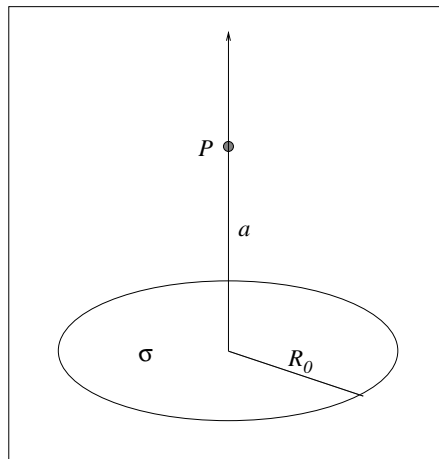
[Tips: Feltet  $d\mathbf{E}$  fra en liten bit  $dx$  av staven (i posisjon  $x$ ) er  $d\mathbf{E} = (\lambda dx/4\pi\epsilon_0 r^2)\hat{r}$ , der  $\mathbf{r}$  er avstandsvektoren fra biten  $dx$  til punktet  $P$ . Prøv deretter å ende opp med  $\theta$  som integrasjonsvariabel ved å finne en sammenheng mellom  $x$  og  $\theta$ .]

c) Bestem feltet når  $P$  er like langt fra stavens to ender. Hva blir  $\mathbf{E}$  når  $P$  er langt unna staven (dvs  $R \gg L$ ). NB: Her er vi ikke ute etter (det i og for seg korrekte) svaret  $\mathbf{E} \simeq 0$  for  $R \rightarrow \infty$ , men derimot hvordan  $\mathbf{E}$  avhenger av  $R$  "til ledende orden" for  $R \gg L$ . Er svaret som forventet?

d) Hva blir det elektriske feltet i avstand  $R$  fra en uendelig lang uniformt ladet stav? (Dvs:  $L \rightarrow \infty$ )

#### Oppgave 4

Ei tynn, sirkelforma skive med radius  $R_0$  har uniform ladning  $\sigma$  pr flateenhet.



a) Hvor mye ladning  $dq$  er det på en tynn ring av skiva, med radius  $R$  og bredde  $dR$ ? Hva er skivas totale ladning  $Q$ ?

b) Finn den elektriske feltstyrken  $\mathbf{E}$  i et punkt  $P$  på symmetriaksen i en avstand  $a$  fra skiva. (Tips: Finn først feltet  $d\mathbf{E}$  i  $P$  fra en tynn ring med radius  $R$  og bredde  $dR$ , og integrer deretter fra  $R = 0$  til  $R = R_0$ .)

c) Hva blir  $\mathbf{E}$  (igjen: til ledende orden, jfr Oppg 1c) i de to tilfellene  $a \gg R_0$  og  $a \ll R_0$ , dvs henholdsvis langt unna og nært inntil skiva? (Du drar kanskje kjensel på svaret i tilfellet  $a \gg R_0$ ? Tenk dessuten litt på hva det andre tilfellet,  $R_0 \gg a$ , innebærer.)

Oppgitt:  $(1 + \alpha)^{\pm 1/2} \simeq 1 \pm \alpha/2$  dersom  $\alpha \ll 1$ .

(Dette er ikke noe mystisk, men rett og slett de to første leddene i Taylorutviklingen av funksjonene  $f(\alpha) = (1 + \alpha)^{\pm 1/2}$  om punktet  $\alpha = 0$ . Se notatet rekkeutvikling.pdf under samme katalog som fagets hjemmeside.)

### Oppgave 5

a) For staven og skiva i oppgave 3 og 4, prøv å skissere elektriske feltlinjer, både i et plan som inneholder staven (skiva) og i et plan normalt på staven gjennom dens midtpunkt (normalt på skiva gjennom dens sentrum). Vis skissene i stor og liten målestokk i hvert av de fire tilfellene, slik at de gir et kvalitativt bilde av feltet, både nært og langt unna staven (skiva). (I alt 8 figurer.)

b) Skisser elektriske feltlinjer for disse to systemene av punktladninger:

(i)  $q$  ● ●  $q$

(ii)  $-2q$  ● ●  $q$

Tips: I denne oppgaven kan det være til hjelp å gå inn på f.eks. <http://www.falstad.com/vector3de>, som er en Java applet for å visualisere (blant annet) elektriske feltlinjer ("Display: Field Lines") fra diverse ladningsfordelinger (punktladninger og kontinuerlige fordelinger). "finite line" representerer nettopp den ladete staven. Det nærmeste vi kommer den sirkulære skiva er "charged plate", som har endelig utstrekning i  $x$ -retning. Stavlengden og platestørrelsen kan varieres med det nederste rullefeltet.

### Oppgave 6

Ammoniakk,  $\text{NH}_3$ , er en elektrisk dipol, bortrifluorid,  $\text{BF}_3$ , er det ikke. Bruk denne opplysningen til å finne ut (kvalitativt) hvordan disse to molekylene ser ut. Kontroller svaret ditt via internett eller andre kilder.

Fasitsvar:

Oppgave 2b:  $x_0 = (3 + \sqrt{3})a/2$ .

Oppgave 4b:  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + R_0^2}} \right)$