Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektrisitet og magnetisme
Vår 2008, uke 14

Tirsdag 1. april

Magnetisk vekselvirkning
[FGT 28, 29; YF 27, 28; TM 26, 27; AF 22, 24B; LHL 23; DJG 5]

Ladet partikkel i uniformt magnetfelt
[FGT 28.3; YF 27.4; TM 26.2; AF 22.3; LHL 23.1, 23.4; DJG 5.1.2]

Kraft på ladning q med hastighet $\boldsymbol{v}$ i magnetfelt $\boldsymbol{B}$:

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

Med vinkel θ mellom $\boldsymbol{v}$ og $\boldsymbol{B}$:

$$F = qvB \sin\theta$$

Dersom $\boldsymbol{v} \perp \boldsymbol{B}$:

$$F = qvB$$

Har alltid $\boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{v}$ og $\boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{B}$. Når $\boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{v}$ blir partikkelens bane en *sirkel* med konstant $v = |\boldsymbol{v}|$:

$$\boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{v} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{F} \perp \frac{d\boldsymbol{l}}{dt}$$
$$\Rightarrow \quad dW = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{l} = 0$$

dvs: $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ utfører null arbeid

$$\Rightarrow v = \text{ konstant } \text{ og } T = \frac{1}{2}mv^2 = \text{ konstant}$$

Sentripetalakselerasjon:

$$\begin{aligned} a &= \frac{v^2}{r} \\ \Rightarrow F &= ma = m\frac{v^2}{r} = qvB \\ \Rightarrow r &= \frac{mv}{qB} \end{aligned}$$

der r er sirkelbanens radius.

Sirkelbevegelsens *vinkelfrekvens*:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \equiv \omega_c \quad \text{(syklotronfrekvensen)}$$

Vinkelfrekvens = "omløpt" vinkel pr tidsenhet

Frekvensen = antall omløp pr tidsenhet:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Perioden = omløpstida:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

Med både elektrisk felt $\boldsymbol{E}$ og magnetfelt $\boldsymbol{B}$ til stede påvirkes ladningen av *Lorentzkraften*:

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

Vi ser at enheten for magnetfelt må være

$$[B] = \frac{[F]}{[qv]} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{Cm/s}}$$

I SI-systemet har dette fått en egen betegnelse:

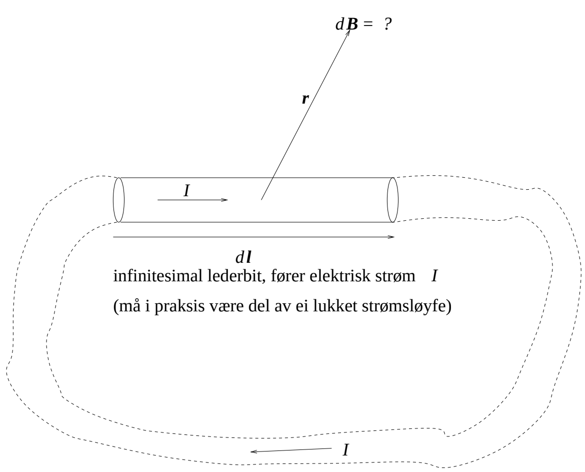
$$[B] = \mathrm{T}$$

eller *tesla*. En alternativ enhet for magnetfeltet er *gauss* (G). 1 tesla er det samme som 10000 gauss. Jordmagnetfeltet er ca 0.5 G, så et magnetfelt på 1 T er ganske mye.

Magnetfelt fra elektrisk strøm

[FGT 29.4; YF 28.2; TM 27.2; AF 24.11; LHL 23.5; DJG 5.2]

Biot–Savarts lov (empirisk, dvs eksperimentelt funnet):



Bidraget $d\boldsymbol{B}$ til magnetfeltet i punktet som ligger i en avstand fra lederbiten $d\boldsymbol{l}$ gitt ved vektoren $\boldsymbol{r}$, når lederen fører en stasjonær (dvs tidsuavhengig) elektrisk strøm I er

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\boldsymbol{l} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

Superposisjonsprinsippet gjelder for magnetfeltet, så magnetfeltet fra hele den lukkede strømsløyfa blir

$$\boldsymbol{B} = \oint d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\boldsymbol{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Ettersom ladning ikke oppstår eller forsvinner av seg selv, må det ei *lukket* sløyfe til for å opprettholde en konstant elektrisk strøm I.

I *prinsipp* kan Biot–Savarts lov brukes til å bestemme magnetfeltet i en vilkårlig posisjon i forhold til ei vilkårlig utformet strømsløyfe.
I *praksis* klarer vi bare å løse integralet i Biot–Savarts lov *analytisk* for enkelte spesialtilfeller, f.eks. rett leder, på symmetriaksen til sirkulær eller kvadratisk strømsløyfe osv.
(Problemer som ikke kan løses analytisk kan løses med numeriske metoder.)

Onsdag 2. april

Magnetisme som relativistisk fenomen (orienteringsstoff)
[DJG 12.3.1]

Ekstratimen, ikke pensum. Se eget notat. ("Notater.")

Magnetiske feltlinjer
[FGT 29.2; YF 27.3; TM 26.1; LHL 23.1]

Innføres for å visualisere magnetfeltet i et område. Defineres på tilsvarende vis som vi gjorde med elektriske feltlinjer:

- Retningen: $\boldsymbol{B}$ parallell med feltlinjene overalt.
- Styrken: $|\boldsymbol{B}|$ proporsjonal med tettheten av feltlinjer (dvs antall feltlinjer pr flateenhet)

MERK at vi alltid har *lukkede feltlinjer* for $\boldsymbol{B}$. Det er fordi det ikke eksisterer magnetiske *monopoler* i naturen. (Mens *elektriske* monopoler, dvs positive og negative ladninger, finnes!)

Magnetisk kraft på elektrisk strøm
[FGT 28.4; YF 27.6; TM 26.1; AF 24.9; LHL 23.2; DJG 5.1.3]

Rett leder, lengde L, strøm I:

$$\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$$

Generalisering: Leder med lengde L, strøm I, vilkårlig "form":

$$\boldsymbol{F} = \int_L d\boldsymbol{F} = I \int_L d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$$

Magnetisk kraft mellom parallelle strømførende ledere
[FGT 29.1; YF 28.4; TM 27.2; AF 24.14; LHL 23.5]

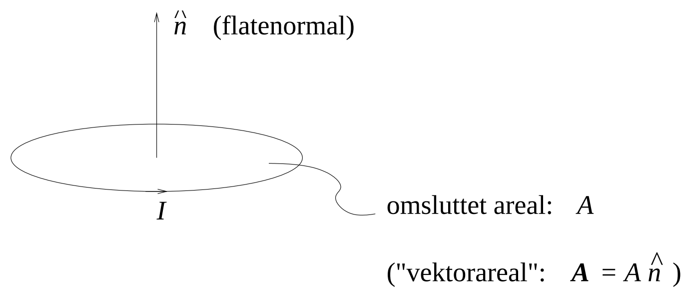
Kraft pr lengdeenhet mellom parallelle ledere med strøm hhv I_1 og I_2:

$$f = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$

der r er avstanden mellom lederne.
Samme retning på strømmene $\Rightarrow$ tiltrekning
Motsatt retning på strømmene $\Rightarrow$ frastøtning

Magnetiske dipoler
[FGT 28.5, 29.4; YF 27.7; TM 26.3; AF 22.7; LHL 23.3, 26.2; DJG 5.4.3]

Elektrisk strømsløyfe = Magnetisk dipol:



Magnetisk dipolmoment (for *plan* strømsløyfe):

$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A} = IA\hat{n}$$

Enhet: $[m] = [IA] = \mathrm{Am}^2$

I likhet med elektrisk dipolmoment har også magnetisk dipolmoment en mer *generell* definisjon enn den vi innførte ovenfor. Har vi en strømfordeling gitt ved strømtettheten $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})$, er magnetisk dipolmoment $\boldsymbol{m}$ pr definisjon

$$\boldsymbol{m} = \frac{1}{2}\int \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})\; d^3r$$

Her går integralet over "hele rommet", dvs der henholdsvis ρ og $\boldsymbol{j}$ er forskjellig fra null. For *spesialtilfellet* som vi stort sett ser på i dette kurset, dvs plan strømsløyfe med stasjonær strøm I som omslutter et areal beskrevet ved vektoren (noen ganger kalt "vektorarealet") $\boldsymbol{A} = A\,\hat{n}$, reduserer denne generelle definisjonen seg nettopp til

$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A}$$