

Tirsdag 12.02.08

Elektrisk polarisering. Dielektrika.

[FGT 25.5, 25.6; YF 24.4, 24.5; TM 24.5, 24.6; AF 25.6, 25.7; LHL 20.5; DJG 4.1]

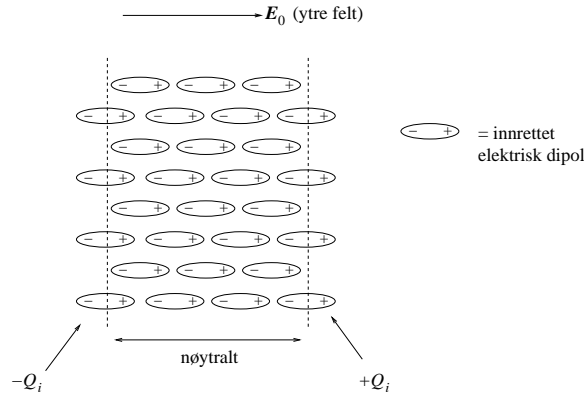
Isolator: Ingen mobile (frie) ladninger (men *bundne* ladninger)

Dielektrikum bruker vi simpelthen som en alternativ betegnelse for en isolator.

Plasseres et dielektrikum i et ytre elektrisk felt \mathbf{E}_0 , får vi innretning av (molekylære) elektriske dipoler langs \mathbf{E}_0 , jfr øving 5, oppgave 4. (Eventuelt: Polarisering internt i atomer og upolare molekyler som i utgangspunktet har null elektrisk dipolmoment.)

Netto (makroskopisk) effekt av det ytre feltet:

Forskyvning av bundne ladninger



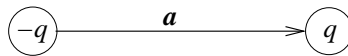
$\pm Q_i$ = induert nettoladning på isolatorens overflater

Polarisering = dipolmoment pr volumenhet:

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{p}}{V}$$

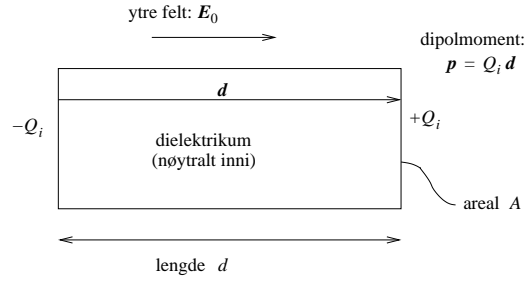
Elektrisk dipolmoment (for punktladninger $\pm q$ i innbyrdes avstand \mathbf{a} , repetisjon!):

$$\mathbf{p} = q\mathbf{a}$$



Kommentar: I noen materialer vil det være energetisk gunstig at de atomære (evt molekylære) elektriske dipolene peker i samme retning, selv uten påvirkning fra et ytre felt. Slike *ferroelektriske* krystaller vil typisk ha en *ordnet fase* med $P \neq 0$ så lenge temperaturen T ikke overstiger en såkalt *kritisk temperatur* T_c .

Dielektrikum i ytre felt \mathbf{E}_0 :



Volum: $V = Ad$

Tetthet av induisert overflateladning: $\sigma_i = Q_i/A$

Dermed:

Totalt dipolmoment: $p = |\mathbf{p}| = Q_i d = \sigma_i A d = \sigma_i V$

Polarisering: $\mathbf{P} = |\mathbf{P}| = p/V = \sigma_i$

Generelt: $\mathbf{P} \cdot \hat{n} = P_{\perp} = \sigma_i$

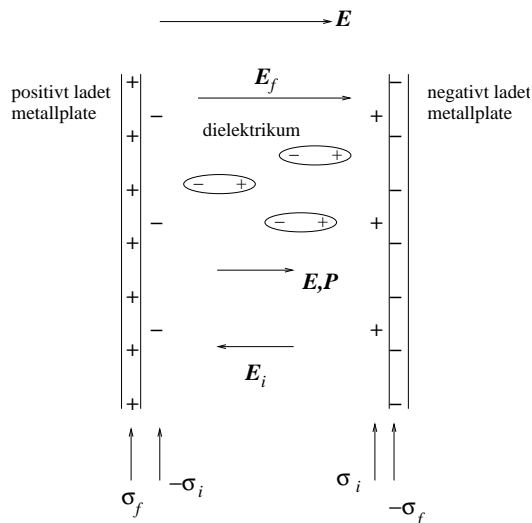
(\hat{n} = flatenormal, P_{\perp} = komponenten av \mathbf{P} som står normalt på overflaten)

Elektrisk forskyvning.

[FGT 25.6; YF 24.6; TM 24.6; AF 25.8; LHL 20.5; DJG 4.3]

Bruker idealisert system som vi har sett på før:

Motsatt ladede metallplater (uendelig store), nå med dielektrikum i mellom:



Fri ladning pr flateenhet på metallplatene: σ_f

... som genererer elektrisk felt mellom platene: $E_f = \sigma_f/\varepsilon_0$ (null felt utenfor platene)

Indusert ladning pr flateenhet på overflaten av dielektrikum: σ_i

... som genererer elektrisk felt mellom platene: $E_i = \sigma_i/\varepsilon_0$

Totalt felt mellom platene: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_f + \mathbf{E}_i \Rightarrow E = |\mathbf{E}| = E_f - E_i = (\sigma_f - \sigma_i)/\varepsilon_0$

Netto ladning på overflatene: $\pm\sigma = \pm(\sigma_f - \sigma_i)$

... som genererer totalt felt mellom platene: $E = \sigma/\varepsilon_0 = (\sigma_f - \sigma_i)/\varepsilon_0$, OK!

Vi har: $\sigma_i = P =$ polariseringen i dielektrikumet (= dipolmoment pr volumenhet)

Dermed:

$$\sigma_f = \sigma + \sigma_i = \varepsilon_0 E + P$$

Vi ser altså at tettheten av *fri* ladning σ_f er knyttet til kombinasjonen $\varepsilon_0 E + P$. I endel tilfeller, f.eks. i endel eksperimenter, er det nettopp den frie ladningen vi har kontroll over. Med dielektrikum til stede er det derfor ofte *hensiktsmessig* å ”referere til” vektorfeltet

$$\mathbf{D} \equiv \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

\mathbf{D} kalles *elektrisk forskyvning*.

Her:

$$D = |\mathbf{D}| = \sigma_f$$

Generelt (som vi også fant for \mathbf{P}):

$$\sigma_f = \mathbf{D} \cdot \hat{n} = D_{\perp}$$

der D_{\perp} er normalkomponenten av den elektriske forskyvningen.

Vi har en Gauss' lov for den elektriske forskyvningen \mathbf{D} . Denne kan vi benytte oss av i problemer der vi kjenner den frie ladningen, men ikke den induserte ladningen knyttet til polariseringen av dielektriske medier som er til stede.

Gauss' lov for \mathbf{D} :

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q_f$$

der Q_f er netto *fri* ladning innenfor den lukkede flaten S . (Netto total ladning innenfor S er $Q_{\text{in}} = Q_f - Q_i$, med $-Q_i =$ netto *bundet* ladning, knyttet til polariseringen \mathbf{P} , innenfor S .)

Elektrisk susceptibilitet og permittivitet; lineær respons.

[FGT 25.5; YF 24.4; TM 24.5, 24.6; AF 25.9; LHL 20.5; DJG 4.4]

Lineær respons: \mathbf{P} proporsjonal med \mathbf{E} , dvs vi kan skrive

$$\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

der vi har innført $\chi_e =$ elektrisk susceptibilitet.

NB: En slik lineær sammenheng mellom \mathbf{P} og \mathbf{E} gjelder *ikke alltid*, men i dette kurset skal vi hele tiden anta at det gjelder. Merk også at \mathbf{E} er det *totale* elektriske feltet, *ikke bare* det ytre feltet.

Dermed:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \\ &= (1 + \chi_e) \varepsilon_0 \mathbf{E} \\ &= \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{E} \\ &= \varepsilon \mathbf{E} \end{aligned}$$

Her har vi innført størrelsene

$\varepsilon_r = 1 + \chi_e =$ relativ permittivitet (“dielektrisitetskonstanten”)

$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 =$ mediets permittivitet

Enheter:

$[\chi_e] = [\varepsilon_r] = 1$ (dimensjonsløs)

$[\varepsilon] = [\varepsilon_0] = \text{C}^2/\text{Nm}^2$

Punktladning q i dielektrikum med permittivitet ε :

Elektrisk felt: $\mathbf{E}(r) = (q/4\pi\varepsilon r^2)\hat{r}$

Elektrisk potensial: $V(r) = q/4\pi\varepsilon r$

Dvs: Som for punktladning i vakuum, men med $\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon > \varepsilon_0$; mediet polariseres og *skjjermer* punktladningen slik at E og V reduseres med en faktor $1/\varepsilon_r$.

Kondensator og kapasitans.

[FGT 25.1, 25.5; YF 24.1, 24.4; TM 24.2, 24.5; AF 25.10; LHL 20.1; DJG 2.5.4]

Kondensator = to adskilte elektriske ledere med ladning $\pm Q$ (Eventuelt: En elektrisk leder med ladning Q , den andre tenkt flyttet uendelig langt bort.)

Coulombs lov \Rightarrow elektrisk felt i området omkring lederne er proporsjonalt med Q

Dermed følger også at *potensialforskjellen* ΔV mellom de to lederne er proporsjonal med Q :

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

C = kondensatorens *kapasitans*

Enhet for kapasitans: $[C] = [Q/\Delta V] = C/V \equiv F$ (farad)

Symbol i elektriske kretser:

