Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003 Elektromagnetisme
Vår 2009

Løsningsforslag til øving 15

Oppgave 1

Kirchhoffs spenningsregel gir, sammen med Ohms lov, for den første kretsen:

$$V_0 e^{i\omega t} = R I_0 e^{i\omega t}$$

og dermed

$$Z_R = V/I = R$$

For induktansen:

$$V_0 e^{i\omega t} = L\frac{dI}{dt} = i\omega L I_0 e^{i\omega t}$$

og dermed

$$Z_L = i\omega L$$

For kapasitansen:

$$V_0 e^{i\omega t} = \frac{Q}{C}$$

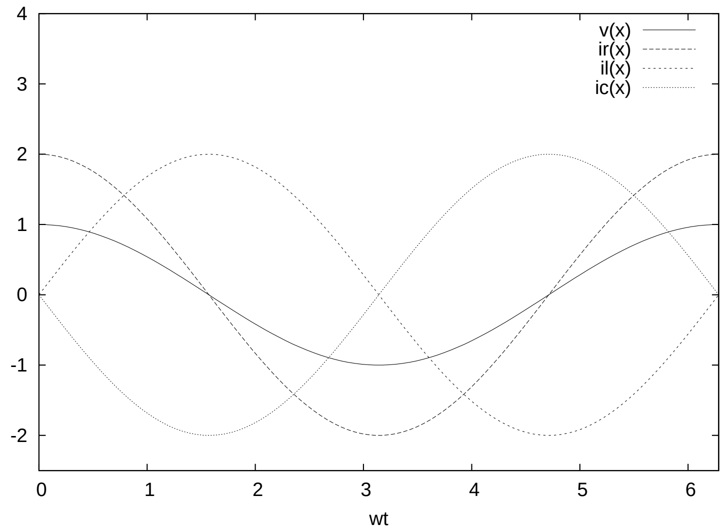
dvs

$$I_0 e^{i\omega t} = \frac{dQ}{dt} = i\omega C V_0 e^{i\omega t}$$

og dermed

$$Z_C = \frac{1}{i\omega C}$$

Skisse:



Oppgave 2

Første krets er en seriekobling av R og R, som igjen er koblet i serie med en parallellkobling av L og C. Parallellkoblingens impedans:

$$(1/i\omega L + i\omega C)^{-1} = \frac{i\omega L}{1-\omega^2 LC}$$

Totalt:

$$Z_1 = 2R + i\,\frac{\omega L}{1-\omega^2 LC}$$

Andre krets er en seriekobling av L, R og C, som igjen er koblet i parallell med L:

$$Z_2 = (1/i\omega L + 1/(R + i\omega L + 1/i\omega C))^{-1}$$

Tredje krets er en seriekobling av R og L, som igjen er koblet i serie med en parallellkobling av C og en R og L i serie:

$$Z_3 = R + i\omega L + (i\omega C + 1/(R + i\omega L))^{-1}$$

Fjerde krets er en parallellkobling av tre stk C:

$$Z_4 = (i\omega C + i\omega C + i\omega C)^{-1} = \frac{1}{3i\omega C}$$

Oppgave 3

Seriekoblingens impedans:

$$Z = R + i\omega L + 1/i\omega C = R + i\ (\omega L - 1/\omega C)$$

Absoluttverdi:

$$|Z| = \left(R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2\right)^{1/2}$$

Fasevinkel:

$$\alpha = \arctan\frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

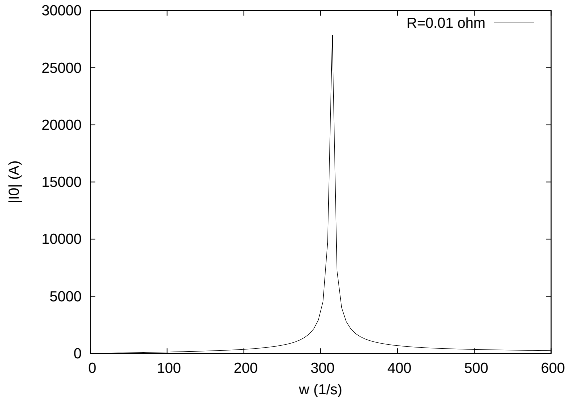
Strømamplituden blir:

$$|I_0(\omega)| = \frac{V_0}{|Z|} = \frac{V_0}{\left(R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2\right)^{1/2}}$$

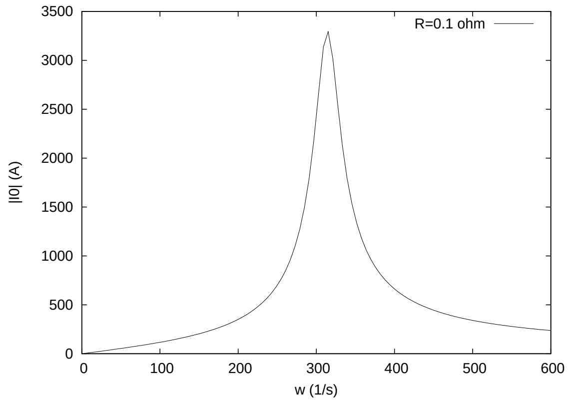
Med oppgitte tallverdier, og med R i enheten Ω, har vi, i enheten A:

$$|I_0(\omega)| = \frac{330}{\left(R^2 + (\omega/100\pi - 100\pi/\omega)^2\right)^{1/2}}$$

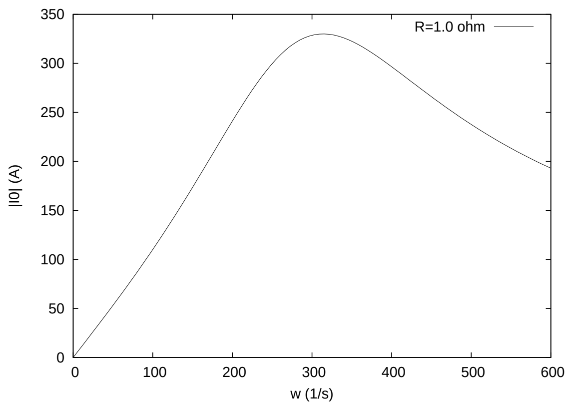
Med $R = 0.01\ \Omega$:



Med $R = 0.1\ \Omega$:



Med $R = 1.0\ \Omega$:



En frekvens 50 Hz tilsvarer $\omega = 100\pi$ per sekund, og dette er nettopp resonansfrekvensen i denne kretsen. Vi ser at for alle valgte motstandsverdier blir strømamplituden uansett for stor for en normal sikring i et hus. Med 10-amperes sikring kan vi tillate $|I_0| \simeq 14$ A, som betyr at vi må bruke en motstand som er minst $330/14 \simeq 23.57 \simeq 24\ \Omega$.