

Løsning Øving 1

Løsning oppgave 1

a) Fra forelesningene lign. (2.3) har vi:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{0.40}{0.025}} \text{ rad/s} = \underline{\underline{4.0 \text{ rad/s}}} \quad (1)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \underline{\underline{1.6 \text{ s}}} \quad (2)$$

b) Oppgitt:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

$$x(0) = x_0 = 0.10 \text{ m} \quad (4)$$

$$v(0) = v_0 = 0.40 \text{ m/s} \quad (5)$$

som gir:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \quad (6)$$

$$x(0) = A \cos \varphi = 0.10 \text{ m} \quad (7)$$

$$v(0) = -\omega A \sin \varphi = 0.40 \text{ m/s.} \quad (8)$$

Lign. (8) dividert med lign. (7) gir:

$$\begin{aligned} -\omega \tan \varphi &= 4.0 \text{ s}^{-1} \\ \tan \varphi &= -\frac{4.0}{4.0} = -1.0 \\ \varphi &= \underline{\underline{-45^\circ}} \end{aligned} \quad (9)$$

Lign. (9) innsatt i (7) gir

$$A \cos(-45^\circ) = 0.10 \text{ m} \quad (10)$$

$$A = \frac{0.10 \text{ m}}{\cos 45^\circ} = \underline{\underline{0.14 \text{ m}}} \quad (11)$$

c) Energien er f.eks. lik maksimal potensiell energi og dermed (ved hjelp av lign. 2.22 i forelesningene):

$$E = E_{p_{\text{maks}}} = \frac{1}{2} k A^2 = \underline{\underline{4.0 \cdot 10^{-3} \text{ J}}} \quad (12)$$

Løsning oppgave 2

a) Vi kaller lengden fjær 1 blir strukket eller sammentrykt for x_1 og tilsvarende for fjær 2 for x_2 . Forskyvning av likevektsposisjon til massen m kaller vi x og må da ha:

$$x = x_1 + x_2. \quad (13)$$

Fjærene er antatt å være masseløse. Kreftene som virker på dem må derfor være like, dvs.

$$F = -k_1 x_1 = -k_2 x_2. \quad (14)$$

Newtons andre lov for massen m gir svingeligningen for systemet:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k_1 x_1 = -k_2 x_2 \equiv -kx, \quad (15)$$

der vi har kalt resulterende fjærkonstant for k .

Fra lign. (14) og (15) har vi:

$$F = -kx = -k_1 x_1 = -k_2 x_2, \quad (16)$$

som gir:

$$x = -\frac{F}{k}, \quad x_1 = -\frac{F}{k_1}, \quad x_2 = -\frac{F}{k_2}$$

og dermed fra:

$$x = x_1 + x_2$$

får vi:

$$\begin{aligned} -\frac{F}{k} &= -\frac{F}{k_1} - \frac{F}{k_2} \\ \frac{1}{k} &= \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \\ k &= \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}. \end{aligned} \quad (17)$$

Ved sammenligning med lign. (2.3), (2.4) og (2.6) i forelesningene har vi da:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{k/m}} = \underline{\underline{2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}}} = \underline{\underline{2\pi \sqrt{m \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right)}}} \quad (18)$$

b) I dette tilfellet må den lengden fjær 1 blir sammentrykket være lik lengden fjær 2 blir strukket og motsatt. Kaller vi forskyvning av massen m for x , må vi derfor ha (sammentrykning/strekking av både fjær 1 og 2 er lik $|x|$):

$$F_1 = -k_1 x, \quad (19)$$

$$F_2 = -k_2 x. \quad (20)$$

Newtons andre lov gir dermed følgende svingeligning for systemet:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_1 + F_2 = -(k_1 + k_2)x \equiv -kx, \quad (21)$$

der vi har kalt resulterende fjærkonstant for k , som i følge lign. (21) må være gitt ved:

$$k = \underline{\underline{k_1 + k_2}}. \quad (22)$$

På helt tilsvarende vis som i punkt a) får vi for perioden T :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{k/m}} = 2\pi \sqrt{\underline{\underline{\frac{m}{k_1 + k_2}}}} \quad (23)$$