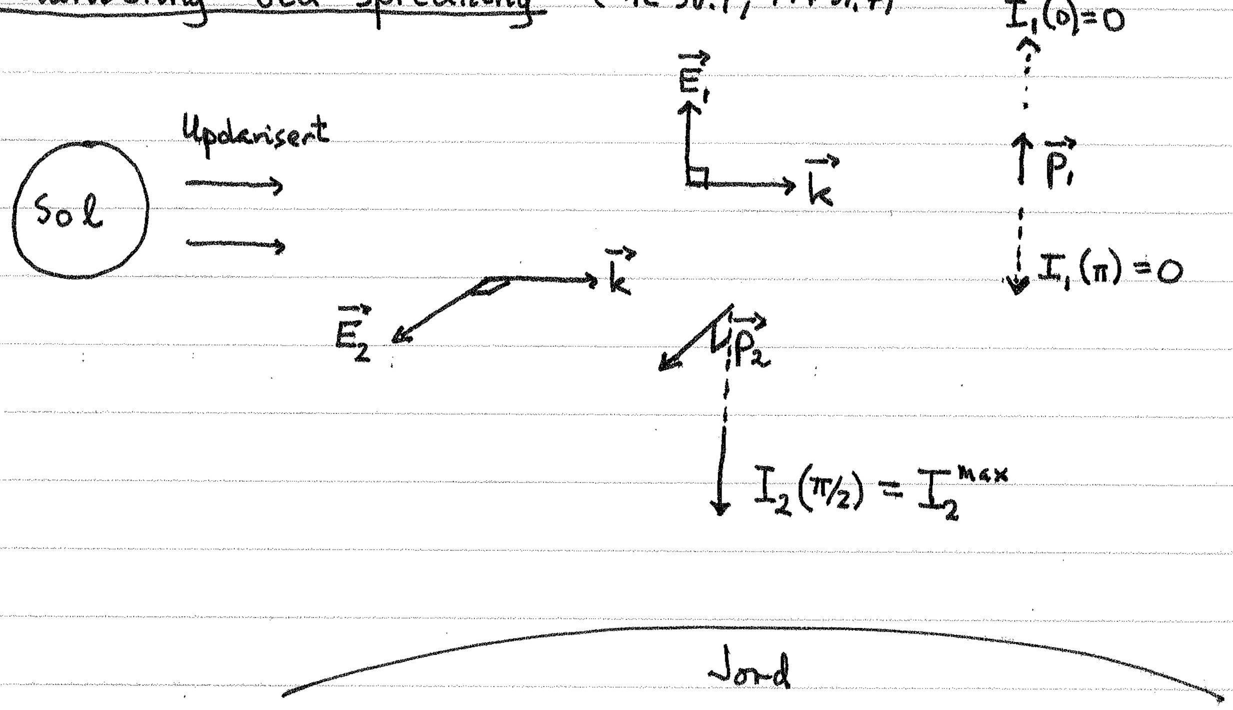
(YF 33.5, 33.6)

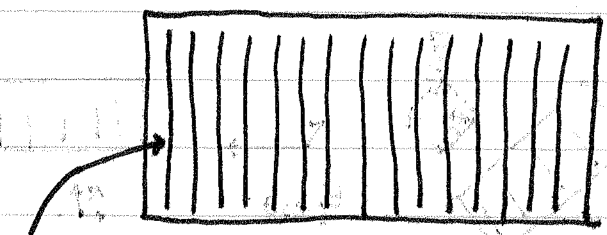
23.10.06

Polarisering ved spredning (LHL 30.7, TM 31.7)

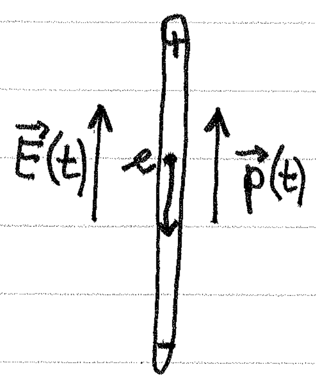


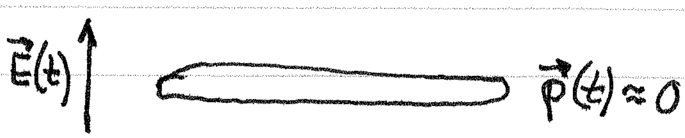
$\Rightarrow$ kun lys polarisert som $\vec{E}_2$ spres (rett) ned til oss!

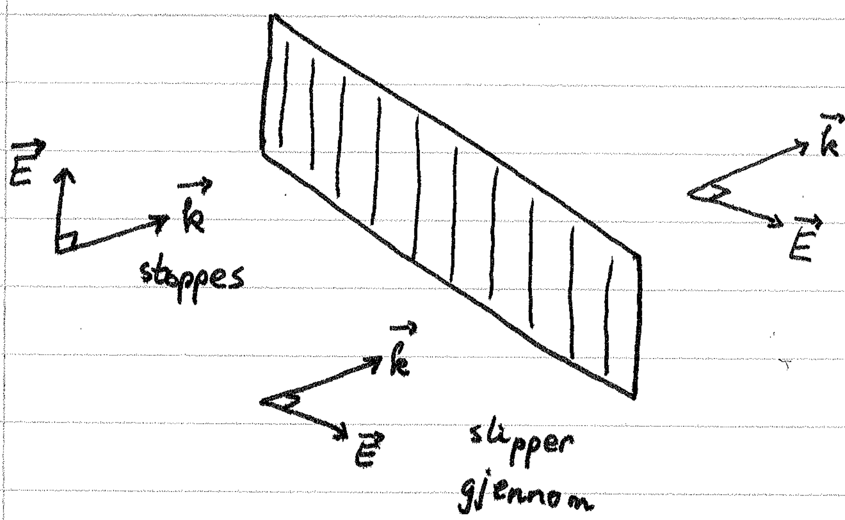
Kan måles med polarisasjonsfilter: (LHL 28.8, TM 31.7)



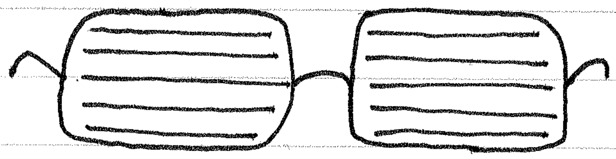
lange organiske molekyler som absorberer (dvs: sprer) e.m. bølger med $\vec{E}$ langs molekylet:





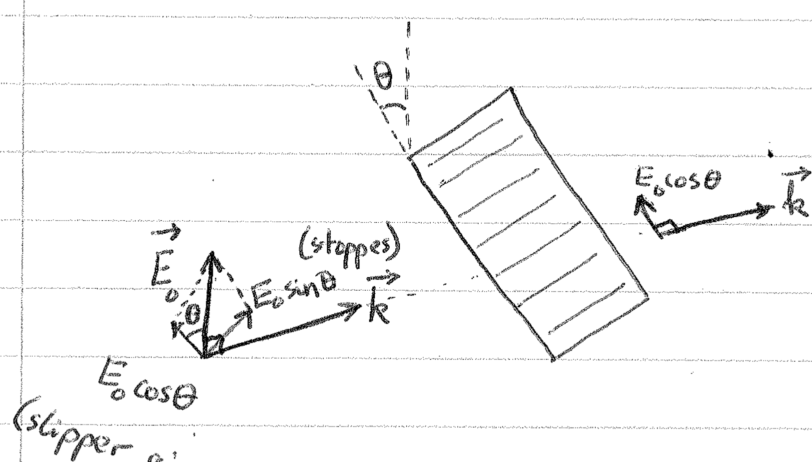


Polaroidbriller:



$\Rightarrow$ stopper lys med $\vec{E}$ horisontalt

Malus' lov (LHL 28.8, TM 31.7) YF 33.5



Innk. bølge: I_0 Transm. bølge: $\boxed{I_0 \cos^2\theta}$

El. magn. bølger i stoff (LHL 28.1–28.3, YF 32.3)

Maxwells ligninger:

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{A} = q_f \qquad \nabla\cdot\vec{D} = \rho_f$$

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0 \qquad \nabla\cdot\vec{B} = 0$$

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{A} \qquad \nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{\ell} = I_f + \frac{d}{dt}\int_S \vec{D}\cdot d\vec{A} \qquad \nabla\times\vec{H} = \vec{j}_f + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$q_f = \int_V \rho_f \, dV$ = netto fri ladning innenfor lukket flate S

$I_f = \int_S \vec{j}_f \cdot d\vec{A}$ = netto fri strøm gjennom flate S avgrenset av lukket kurve C

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ = elektrisk forskyvning

($\vec{P}$ = elektrisk dipolmoment pr volumenhet = polarisering)

$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}$ = "H-feltet"

($\vec{M}$ = magnetisk dipolmoment pr volumenhet = magnetisering)

I medier med lineær respons: $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$; $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$

$\Rightarrow \vec{D} = \varepsilon\vec{E}$ $(\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r = \varepsilon_0(1+\chi_e))$; $\vec{H} = \frac{1}{\mu}\vec{B}$ $(\mu = \mu_0\mu_r = \mu_0(1+\chi_m))$

Anta fravær av fri ladning og fri strøm ($\rho_f = j_f = 0$), og anta lineære og homogene medier:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \nabla \cdot (\varepsilon \vec{E}) = \varepsilon \nabla \cdot \vec{E} = 0$$
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$
$$\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$$
$$\nabla \times \vec{H} = \nabla \times (\vec{B}/\mu) = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial (\varepsilon \vec{E})}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Altså:

$$\left.\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{E} &= -\partial \vec{B}/\partial t \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu \varepsilon \, \partial \vec{E} / \partial t \end{aligned}\right\}$$

Som i vakuum (se s 75) men med $\mu_0 \varepsilon_0$ erstattet av $\mu \varepsilon = \mu_0 \varepsilon_0 \mu_r \varepsilon_r$

$\Rightarrow$ I stoff med relativ permittivitet ε_r og relativ permeabilitet μ_r forplanter e.m. bølger seg med (fase-)hastighet

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}}_{c} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n}$$

der $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ er mediets brytningsindeks

- Ofte er $\mu_r \approx 1$ (glass, vann, plast, ...) $\Rightarrow n \simeq \sqrt{\varepsilon_r}$
- Ofte er ε_r frekvensavhengig $\Rightarrow v = v(\omega)$, dvs dispersjon
- Alle resultater utledet for e.m. bølger i vakuum blir som før, men med $\varepsilon_0 \to \varepsilon$, $\mu_0 \to \mu$, $c \to v$

Eks: $u = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 + \frac{1}{2\mu} B^2$; $\vec{S} = \frac{1}{\mu} \vec{E} \times \vec{B}$; $I = \frac{1}{2} \varepsilon v E_0^2$;
$B_0 = E_0 / v$

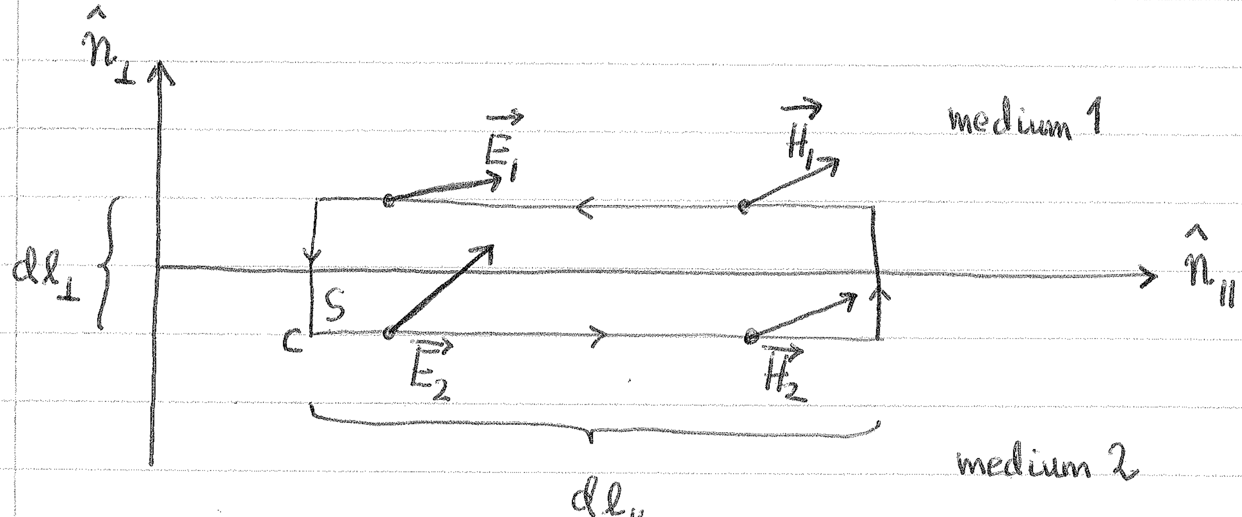
Grenseflatebetingelser (LHL 28.2)

Motivasjon: Refleksjon og transmisjon av bølge ved grenseflate mellom to medier avhenger av at bølgen oppfyller bestemte fysiske betingelser i grenseflaten (jfr bølger på streng og lydbølger s 47-52).

For e.m. bølger (f.eks. lys!): Må vite hvilke betingelser $\vec{E}$ og $\vec{B}$ (og $\vec{D}$ og $\vec{H}$) oppfyller i grenseflate mellom medier.

Finnes fra Maxwells ligninger!

Antar grenseflater uten frie ladninger og frie strømmer.

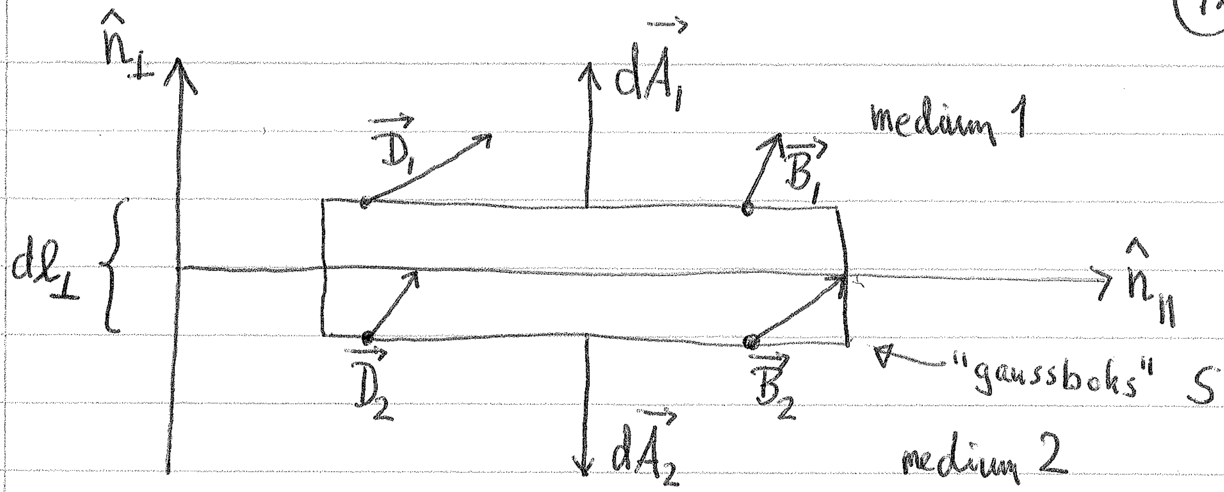


$dl_\parallel$ "liten" ; $dl_\perp \to 0$; $S = dl_\parallel \cdot dl_\perp \to 0$

$$\Rightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_2^\parallel \cdot dl_\parallel - E_1^\parallel \cdot dl_\parallel = 0$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_2^\parallel \cdot dl_\parallel - H_1^\parallel \cdot dl_\parallel = 0$$

$\Rightarrow$ $\boxed{E_2^\parallel = E_1^\parallel}$ $\boxed{H_2^\parallel = H_1^\parallel}$ Tangentialkomponenten av $\vec{E}$ og $\vec{H}$ er kontinuerlig i grenseflate (uten fri strøm)



$dA = |d\vec{A}_1| = |d\vec{A}_2|$ "små", $dl_\perp \to 0$

$$\Rightarrow \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{A} = D_1^\perp \cdot dA - D_2^\perp \cdot dA = 0$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = B_1^\perp \cdot dA - B_2^\perp \cdot dA = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{D_1^\perp = D_2^\perp} \quad \boxed{B_1^\perp = B_2^\perp}$$

Normalkomponenten av $\vec{D}$ og $\vec{B}$ er kontinuerlig i grenseflate (uten fri ladning)

Dersom lineære medier: $(\vec{D} = \varepsilon \vec{E},\ \vec{H} = \frac{1}{\mu}\vec{B})$

$$\boxed{\begin{array}{ll} \varepsilon_1 E_1^\perp = \varepsilon_2 E_2^\perp & B_1^\perp = B_2^\perp \\ E_1^\parallel = E_2^\parallel & \frac{1}{\mu_1} B_1^\parallel = \frac{1}{\mu_2} B_2^\parallel \end{array}}$$

(fortsatt: $\rho_f = 0$; $\vec{J}_f = 0$)

Dette er basis for refleksjon og transmisjon av e.m. bølger!

it 23.10.06

25.10.06

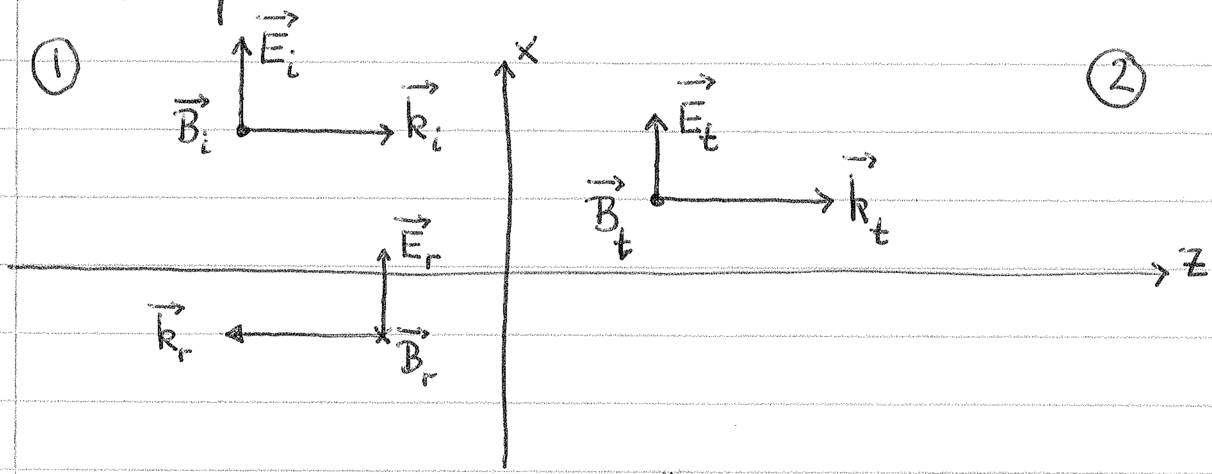
(LHL 28.9)

93

Refleksjon og transmisjon ("refraksjon") av e.m. bølger

Anta plane bølger og plane grenseflater.

Først: Normalt innfall:



z=0 : grenseflate mellom medium ① og ②

$\vec{k}_i = k_1 \hat{z}$, $\vec{k}_r = -k_1 \hat{z}$, $\vec{k}_t = k_2 \hat{z}$

$z<0$: $\vec{E}(z,t) = \vec{E}_i(z,t) + \vec{E}_r(z,t)$

$z>0$: $\vec{E}(z,t) = \vec{E}_t(z,t)$

$$\vec{E}_i(z,t) = E_{i0}\, \hat{x} \cos(k_1 z - \omega t)$$

$$\vec{E}_r(z,t) = E_{r0}\, \hat{x} \cos(-k_1 z - \omega t)$$

$$\vec{E}_t(z,t) = E_{t0}\, \hat{x} \cos(k_2 z - \omega t)$$

Maxwell $\Rightarrow$ $E_{\parallel}$ og $H_{\parallel}$ kontinuerlig i $z=0$

$\Rightarrow$ $E_{\parallel}$ og $\frac{1}{\mu} B_{\parallel}$ ——— " ———

(Øv. 9)

$$\Rightarrow \quad E_{r0} = \frac{1-\beta}{1+\beta} E_{i0} \quad ; \quad E_{t0} = \frac{2}{1+\beta} E_{i0}$$

$$\beta = \mu_1 v_1 / \mu_2 v_2 \quad \left(\approx \frac{v_1}{v_2} \quad \text{når} \quad \mu_1 \approx \mu_2 \approx \mu_0 \right)$$

$v_2 > v_1 \Rightarrow \vec{E}_r$ i fase med $\vec{E}_i$
$v_2 < v_1 \Rightarrow \vec{E}_r$ i motfase med $\vec{E}_i$
} jfr bølge på streng s 47–50

Energibevarelse: $I_i = I_r + I_t \quad ; \quad I = \frac{1}{2} \varepsilon v E_0^2$

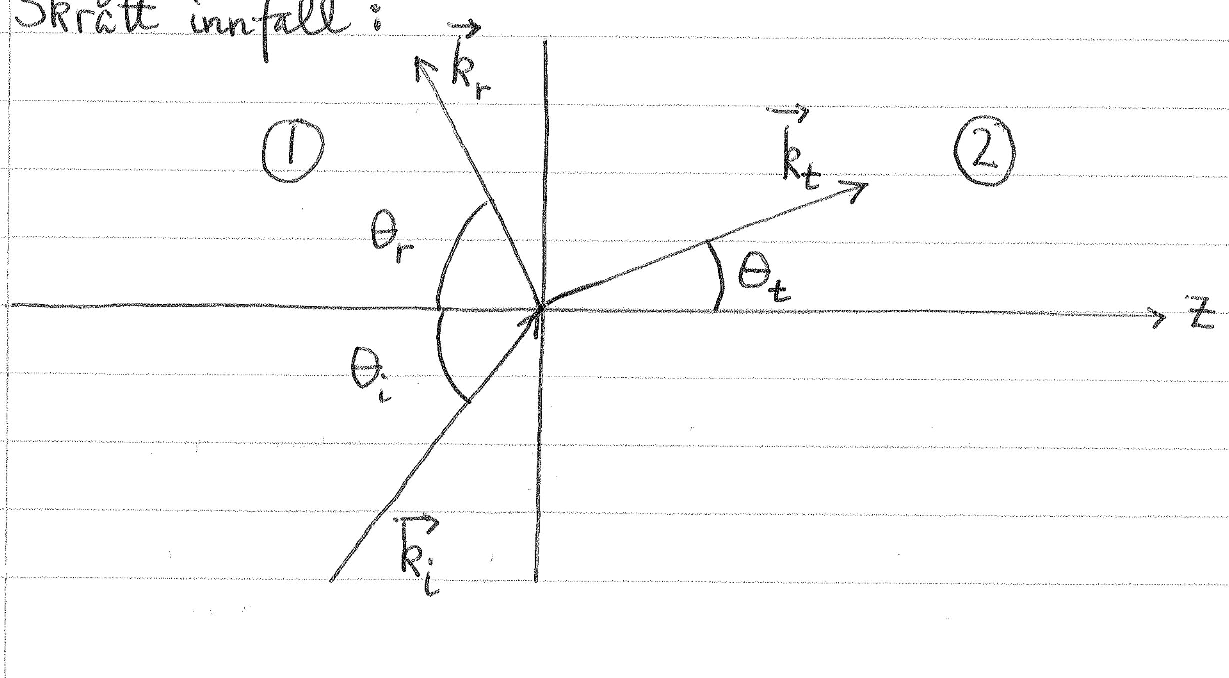
$$R = \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{E_{r0}}{E_{i0}} \right)^2 \overset{*)}{=} \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$ refleksjonskoeffisient

$$T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{\varepsilon_2 v_2}{\varepsilon_1 v_1} \left(\frac{E_{t0}}{E_{i0}} \right)^2 \overset{*)}{=} \frac{4 n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$ transmisjonskoeffisient

*) antar $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$

NB: Se øving 9 for ytterligere detaljer!

Skrått innfall:



Maxwell $\Rightarrow$ $E_\parallel$, $H_\parallel$, $D_\perp$ og $B_\perp$ kontinuerlige i $z=0$

+ lineære medier $\Rightarrow$ $E_\parallel$, $\frac{B_\parallel}{\mu}$, $\varepsilon E_\perp$ og $B_\perp$ ——— " ———

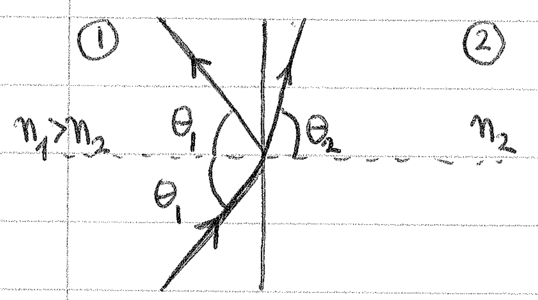
Av formen på ligningene som følger fra grenseflatebetingelsene fås essensen i geometrisk optikk (se Øving 9!):

1. lov: $\vec{k}_i$, $\vec{k}_r$, $\vec{k}_t$ og flatenormalen (her: $\hat{z}$) ligger i samme plan, innfallsplanet.

2. lov (refleksjonsloven): $\theta_i = \theta_r$

3. lov (brytningsloven, Snells lov): $n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$

Eksempel: Total indre refleksjon



$(\sin\theta_2)_{max} = 1$

$\Rightarrow$ ingen transmittert bølge dersom

$$\frac{n_1 \sin\theta_1}{n_2} > 1, \quad \theta_1 > \sin^{-1}(n_2/n_1)$$

$n_2 = n(\text{luft}) = 1.0$, $n_1 = n(\text{glass}) = 1.5$ $\Rightarrow$ $\theta_1 > \sin^{-1}(\frac{2}{3}) \simeq 41.8^\circ$

Anvendelse: optisk fiber