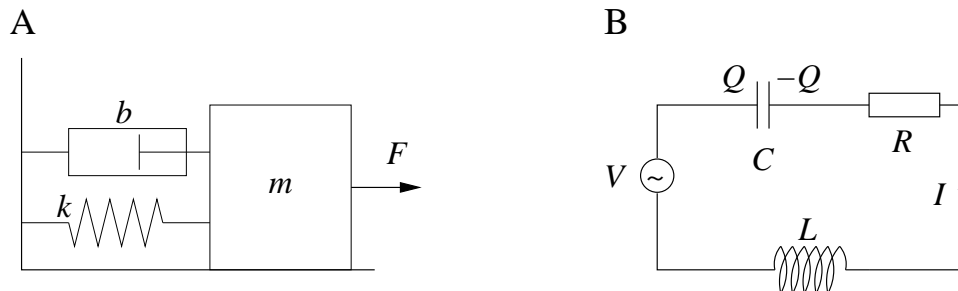


Øving 2



a) I forelesningene har vi sett at det mekaniske svingesystemet i figur A ovenfor, med $F(t) = F_0 \cos \omega t$, oppfyller bevegelsesligningen

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t,$$

der x representerer massens utsving i forhold til likevektsposisjonen $x = 0$.

Vis, ved hjelp av Kirchhoffs spenningsregel, at den elektriske svingekretsen i figur B, med $V(t) = V_0 \cos \omega t$, oppfyller en tilsvarende differensialligning,

$$L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q = V_0 \cos \omega t,$$

der Q representerer ladningen på kondensatoren.

Ved direkte sammenligning ser en at selvinduktansen L i det elektriske svingesystemet er *analog* til massen m i det mekaniske svingesystemet. (Ikke urimelig: m representerer treghet i det mekaniske systemet, dvs en motstand mot endringer i hastigheten; L representerer treghet i det elektriske systemet, dvs en motstand mot endringer i strømstyrken.)

Hva er den elektriske svingekretsens analogier til størrelsene b , k , F_0 , x og \dot{x} i det mekaniske systemet?

b) Vi betrakter nå fri ($F = 0$), (under-)dempede ($b/2m \equiv \delta < \omega_0 \equiv \sqrt{k/m}$) svingninger i det mekaniske systemet i figur A. Dersom vi ønsker at relativt energitap pr periode, $\Delta E/E$, ikke skal overstige en bestemt verdi α , må dempingen ikke være større enn

$$b_{\max} = \frac{\sqrt{4km}}{\sqrt{1 + [4\pi/\ln(1 - \alpha)]^2}}$$

Vis dette. Vis deretter at vi tilnærmet kan skrive

$$b_{\max} = \alpha \frac{\sqrt{km}}{2\pi}$$

dersom $\alpha \ll 1$.

c) La oss deretter betrakte den elektriske svingekretsen med spenningskilden $V(t) = V_0 \cos \omega t$. Siden systemet er helt analogt det mekaniske, må ladningen på kondensatoren bli

$$Q(t) = Q_0 \sin(\omega t + \phi_0),$$

i det vi antar at spenningskilden har stått på så lenge at en eventuell homogen løsning $Q_h(t)$ av den tilsvarende homogene ligningen kan neglisjeres.

Amplituden til ladningen på kondensatoren er nå gitt ved

$$Q_0 = \frac{V_0}{\omega G(\omega)},$$

mens fasekonstanten er gitt ved

$$\cos \phi_0 = \frac{R}{G(\omega)}.$$

Her er

$$G(\omega) = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}.$$

Sett inn den oppgitte løsningen $Q(t)$ i differensialligningen og vis at Q_0 og ϕ_0 blir som angitt. Bestem den vinkelfrekvensen $\omega = \omega_1$ til spenningskilden som gir størst mulig ladningsamplitude Q_0 . Bestem også den vinkelfrekvensen $\omega = \omega_2$ som gir størst mulig strøamplitude. Bestem tallsvar for ω_1 og ω_2 når kretsen har følgende komponenter: $R = 100 \Omega$, $L = 0.1 \text{ mH}$, $C = 10 \text{ nF}$. Finn til slutt (tall-)verdien til de tilhørende fasekonstantene ϕ_{01} og ϕ_{02} .

Oppgitt: Spenningsfall over motstand: RI ; over kondensator: Q/C ; over induktans: $L\dot{I}$.

Fasitsvar:

c: $\omega_1 = 0.7 \text{ MHz}$, $\omega_2 = 1.0 \text{ MHz}$, $\phi_{01} = 35^\circ$, $\phi_{02} = 0$.