TFY4160/FY1002 Bølgefysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2007.
Veiledning: 26. og 27. september. Innleveringsfrist: Mandag 1. oktober kl 12:00.

Øving 5

Oppgave 1
Som nevnt i forelesningene, er det mulig å finne en eksakt løsning for longitudinale bølger på masse-fjær-transmisjonslinjen, uten å anta at bølgelengden λ er mye større enn avstanden d mellom to nabomasser. Ved å betrakte kreftene som virker på massen m med likevektsposisjon x, endte vi opp med følgende bevegelsesligning:

$$m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = s\left[\xi(x+d) + \xi(x-d) - 2\xi(x)\right]$$

Her er $\xi(x \pm d)$ utsvinget til massen med likevektsposisjon $x \pm d$, mens s er fjærkonstanten (bruker her s siden vi trenger k for å angi bølgetallet).
La oss starte med å anta at en harmonisk bølge på formen

$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$$

er løsning av bevegelsesligningen over.

a) Bestem $\xi(x+d) - \xi(x)$ og $\xi(x-d) - \xi(x)$ ved å benytte relasjonen

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

b) Vis deretter at bevegelsesligningen ovenfor resulterer i følgende sammenheng mellom vinkelfrekvensen ω og bølgetallet k:

$$\omega^2 = \frac{4s}{m}\sin^2\left(\frac{kd}{2}\right)$$

c) I forelesningene viste vi at for lange bølgelengder ($\lambda \gg d$, eventuelt $kd \ll 1$) blir bølgehastigheten konstant (dvs uavhengig av bølgelengden) og lik

$$v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{sd^2}{m}}$$

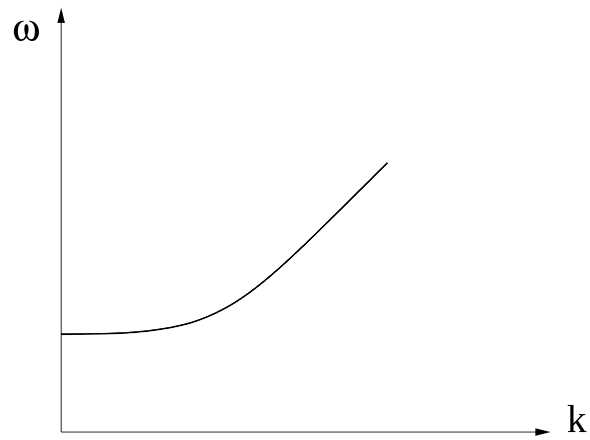
Vis at den eksakte sammenhengen mellom ω og k (den såkalte *dispersjonsrelasjonen*) fra punkt b gir samme resultat for v i grensen $kd \ll 1$.

d) Et slik enkelt masse-fjær-system som vi har sett på her, er en ganske brukbar modell for forplantning av longitudinale bølger i krystallinske materialer. Du vil lære mer om dette i emner som Faste stoffers fysikk senere i studiet.
Bruk resultatene ovenfor til å vise at longitudinale bølger tilsvarende hørbar lyd vil forplante seg med konstant (dvs frekvensuavhengig) hastighet v gjennom et metall.
Tips: Anslå bølgelengden for hørbar lyd og sammenlign med en typisk avstand mellom nabo-atomer i en metallkrystall.

Oppgave 2

a) Figuren viser sammenhengen mellom vinkelfrekvensen ω og bølgetallet k for en bestemt type bølger. Hvilket utsagn er da korrekt?

A Fasehastigheten er her den samme uansett bølgelengde.
B Fasehastigheten er her størst for korte bølgelengder.
C Fasehastigheten er her størst for lange bølgelengder.
D Fasehastigheten øker alltid med økende frekvens.



b) Transversale bølger på en streng med strekk-kraft S forplanter seg med bølgehastighet v. En *liten* endring ΔS i strekk-kraften fører da til en endring i bølgehastigheten lik

A $\Delta v = -v\,\Delta S/2S$
B $\Delta v = v\,\Delta S/2S$
C $\Delta v = v\,\Delta S/S$
D $\Delta v = -v\,\Delta S/S$

c) Transversale bølger på en streng med massetetthet μ forplanter seg med bølgehastighet v. En *liten* endring $\Delta\mu$ i massetettheten fører da til en endring i bølgehastigheten lik

A $\Delta v = -v\,\Delta\mu/2\mu$
B $\Delta v = v\,\Delta\mu/2\mu$
C $\Delta v = v\,\Delta\mu/\mu$
D $\Delta v = -v\,\Delta\mu/\mu$

Oppgave 3

Under en stille samtale på lesesalen, med en meters avstand mellom de to som deltar i samtalen, har lydbølgene en intensitet 10^{-9} W/m^2. Vi antar for enkelhets skyld at vi kan betrakte lydbølgene som plane harmoniske bølger, slik at forskyvningen (utsvinget) til luftmolekylene er gitt ved

$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$$

La oss her kun se på bølger med en bestemt frekvens, f.eks. $\nu = 1.0$ kHz. Lufta har massetetthet $\rho = 1.3$ kg/m^3, og bølgehastigheten er $v = 330$ m/s.

a) Hva er lydbølgens bølgelengde? Hvor mange dB (desibel) tilsvarer den oppgitte intensiteten? Hvor stor effekt mottar ørets trommehinne fra en slik lydbølge? Anta at trommehinnens areal er en halv kvadratcentimeter.

b) Bestem lydbølgens utsvingsamplitude ξ_0 og amplituden $(\Delta p)_0$ til den tilhørende trykk(-variasjons-)bølgen $\Delta p(x,t) = (\Delta p)_0 \cos(kx - \omega t)$. Hva blir relativ trykkvariasjon $(\Delta p)_0/p$, der p er likevektstrykket (1 atm)?

c) Bestem også relativ temperaturvariasjon $(\Delta T)_0/T$ i en slik lydbølge. Her er T likevektstemperaturen, f.eks. 295 K, og $(\Delta T)_0$ er amplituden til "temperaturbølgen" $\Delta T(x,t) = (\Delta T)_0 \cos(kx - \omega t)$. Anta at lufta er en ideell gass med to-atomige molekyler og at vi har adiabatiske forhold.

Oppgitt:
Ideell gass: $pV = Nk_BT$ Ved adiabatiske forhold: $pV^\gamma =$ konstant. Gass med en-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med to-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.
Adiabatkonstanten γ er forholdet mellom varmekapasiteten (evt spesifikk varme) målt ved konstant trykk og varmekapasiteten målt ved konstant volum, dvs $\gamma \equiv C_p/C_V$.

Noen svar:
3a: 33 cm, 30 dB, 0.05 pW 3b: 0.34 nm, 0.9 mPa, $9 \cdot 10^{-9}$ 3c: $3 \cdot 10^{-9}$