

Øving 13

Denne regneøvingen har spesiell relativitetsteori som tema og inneholder forholdsvis mange oppgaver. Gjør noen av dem før innleveringsfristen og resten når du forbereder deg til eksamen.

Oppgave 1

a) \bar{S} iv spaserer med en hastighet 5 km/t i fartsretningen inne i et tog som kjører med en hastighet 80 km/t. Bestem \bar{S} ivs hastighet i forhold til Sam, som betrakter det hele fra perrongen, både i følge Galileo og i følge Einstein. Hvor stor (prosentvis) feil gjør Galileo i dette tilfellet?

b) \bar{S} iv løper nå med en hastighet $c/2$ inne i toget som kjører med en hastighet $3c/4$. Hva er nå \bar{S} ivs hastighet i forhold til Sam.

c) Vis at så lenge \bar{S} iv løper og toget kjører med hastigheter som begge er mindre enn c , vil \bar{S} ivs hastighet i forhold til Sam også være mindre enn c .

(Denne deloppgaven er muligens litt vanskelig. Et tips kan være å innføre dimensjonsløse størrelser $\beta = v_{\bar{S}S}/c$, $\beta_1 = v_{\bar{S}T}/c$ og $\beta_2 = v_{TS}/c$. Oppgaven blir da å vise at hvis både $\beta_1 < 1$ og $\beta_2 < 1$, så er også $\beta < 1$, eventuelt $\beta^2 < 1$.)

Oppgave 2

Sam blir en dag vitne til følgende dramatiske opptrinn:

\bar{S} iv har kocht Arnes øving i bølgefysikk og blir dessverre (for henne) oppdaget. Arne er av den nådeløse typen og fyrer av et skudd med pistolen sin etter \bar{S} iv, som prøver å komme seg unna. Sam noterer at \bar{S} iv er raskere enn Arne; de to løper med hastigheter henholdsvis $5c/8$ og $3c/8$. Pistolen gir kula en utgangshastighet $5c/16$ (i forhold til pistolen). Klarer \bar{S} iv å unnsnippe?

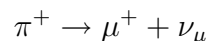
Oppgave 3

Anta at du har stilt opp en lang rekke med synkroniserte klokker, en for hver 300000. km. Hvilken tid *ser* du på klokke nummer 201 når den du har rett ved siden av deg (nummer 1) er 12:00:00? Hvilken tid *observerer* (dvs: *måler*) du på klokke nummer 201?

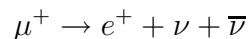
Oppgave 4

Relativitetsteori handler ikke bare om *tenkte* eksperimenter (*gedanken* experiments):

Når høyenergetiske partikler (for eksempel protoner) kolliderer med atomer i den øvre delen av atmosfæren (15 - 20 km over bakken), genereres det nye partikler, for eksempel såkalte pioner. Pioner kan være elektrisk nøytrale eller ha ladning $+e$ eller $-e$. Uansett er de svært ustabile, med levetider bare noen få ns (nanosekunder). Et ladet pion spaltes ("henfaller") fortrinnsvis til et myon og et (myon-)nøytrino, eksempelvis



Myonet er også ustabil og spaltes fortrinnsvis til et positron (eventuelt elektron, hvis det er snakk om μ^-), et nøytrino og et antinøytrino,



Laboratorieeksperimenter viser at levetiden til myoner med lave hastigheter (dvs essensielt i ro) er ca $2.2 \mu\text{s}$. Hvordan kan det da ha seg at en betydelig andel av myonene som dannes i den øvre delen av atmosfæren når helt ned til jordoverflaten? Den gjennomsnittlige energien til myonene som når jordoverflaten er målt til ca 2 GeV, mens myonets hvileenergi er ca 105.7 MeV. (Merk at "levetid" her må oppfattes som "midlere levetid": Noen myoner lever kortere enn dette mens andre lever lenger.)

Oppgave 5

En partikkel A beveger seg med hastighet \mathbf{u} i inertialsystemet S og med hastighet $\bar{\mathbf{u}}$ i inertialsystemet \bar{S} . \bar{S} beveger seg med hastighet $\mathbf{v} = v\hat{x}$ i forhold til S . Finn $\bar{\mathbf{u}}$ uttrykt ved \mathbf{u} og \mathbf{v} (og c , selvsagt).

Oppgave 6

\bar{S} iv og Sam er tvillinger. Når de fyller 18 år, får de hver sin klokke av foreldrene. Fra sin rike onkel i Amerika får \bar{S} iv og Sam et hurtiggående romskip. \bar{S} iv er glad i å reise og bestemmer seg for å ta en tur til Epsilon Indi, en stjerne som ligger ca 12 lysår unna jorden. For Sam gjelder "borte bra men hjemme best", så han blir hjemme. \bar{S} iv får raskt romskipet opp i toppfart som er $0.98c$. Epsilon Indi viser seg å være både ugjestmild og forlatt, så \bar{S} iv vender umiddelbart tilbake til jorden. Hvor gamle er Sam og \bar{S} iv når \bar{S} iv går inn for landing?

Bruk $c = 3 \cdot 10^8$ m/s der numerisk verdi på lyshastigheten er nødvendig.

Oppgave 7

Et positivt ladet pion, π^+ , som ligger i ro, spaltes i to nye partikler, et myon, μ^+ , og et myon-nøytrino, ν_μ . Pionet har masse $m_\pi \simeq 139.57$ MeV/ c^2 , myonet har masse $m_\mu \simeq 105.66$ MeV/ c^2 . Nøytrinoet har så liten masse at vi kan se bort fra denne og sette $m_\nu = 0$.

a) Bruk prinsippet om bevarelse av relativistisk impuls og energi til å vise at myonets energi blir

$$E_\mu = \frac{(m_\pi^2 + m_\mu^2) c^2}{2m_\pi}$$

b) Vis deretter at myonets hastighet blir

$$v_\mu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} c$$

Regn ut tallverdier for E_μ og v_μ .