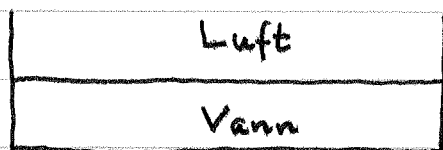


18.10.06 Ekstratime:

90A

Bølger på fluid/fluid grenseflate

Likevekt:



Ikke likevekt



To bidrag til potensiell energi:

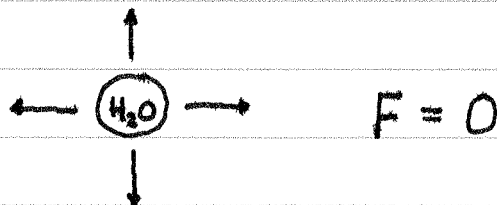
- tyngdeenergi (mgy)
- grenseflateenergi (bølge, dvs avvik fra likevekt, øker grenseflatens areal og gir økt pot. energi)

Tilhørende krefter prøver å gjenopprette likevekt:

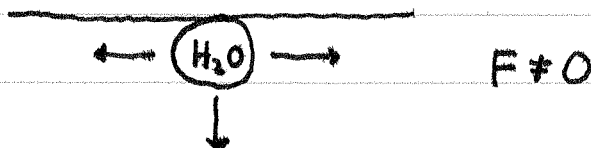
- tyngdekraft $m\vec{g}$
- grenseflatespenning:

Tiltrekkende krefter mellom vannmolekylene

Inne i vannet:



På overflaten:



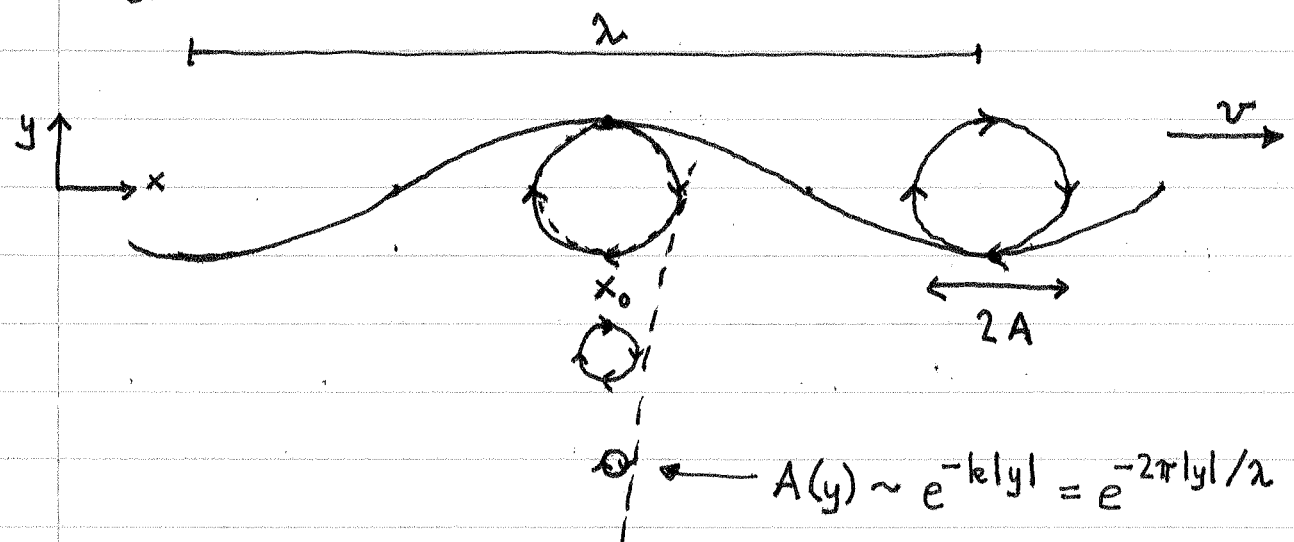
Trekkes inn mot vannet

⇒ Lavest energi når overflaten er minst mulig

Ser at bølge må innebære forflytning av masse i både x-retning (longitudinelt) og y-retning (transversalt).

Anta:

- Harmonisk bølge
- Ingen demping
- Dypt vann ($D \gg \lambda$)



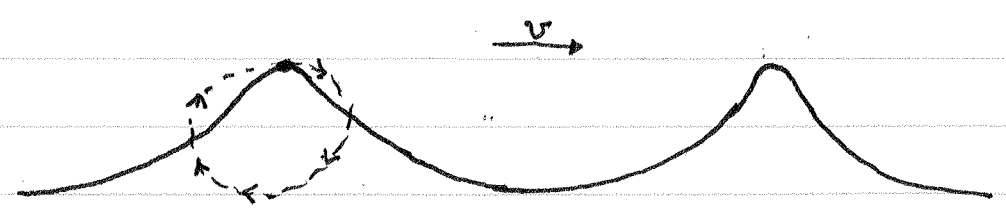
Vannpartikkel pÅ overflaten: (med likevektsposisjon $(x_0, 0)$)

$$y(t) = A \cos(kx_0 - \omega t)$$

$$x(t) = x_0 + A \cos(kx_0 - \omega t + \pi/2) = x_0 + A \sin(kx_0 - \omega t)$$

"Små" bølger ($A \ll \lambda$): $x(t) \approx x_0 \Rightarrow y(t) \approx A \cos(kx - \omega t)$
(dvs cosinusformet overflate)

Større bølger:



spissere bølgetopper

For to fluider med tetthet ρ_1 og ρ_2 :

$$v_f \approx \sqrt{\frac{g \lambda |\rho_2 - \rho_1|}{2\pi(\rho_2 + \rho_1)} + \frac{2\pi\delta}{\lambda(\rho_2 + \rho_1)}}$$

der δ = grenseflate spenningen mellom fluidene (N/m)

1 = luft, 2 = vann :

$$\delta \approx 72.7 \text{ mN/m}$$

$$\rho_1 \approx 1.3 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_2 \approx 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\left. \begin{array}{l} \delta \approx 72.7 \text{ mN/m} \\ \rho_1 \approx 1.3 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_2 \approx 1000 \text{ kg/m}^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} |\rho_2 - \rho_1| \approx \rho_2 \\ (\rho_2 + \rho_1) \approx \rho_2 \end{array}$$

$$\Rightarrow v_f \approx \sqrt{\frac{g \lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\delta}{\lambda\rho_2}}$$

Kapillarbølger ($\lambda \ll 1.7 \text{ cm}$) : $v_f \approx \sqrt{\frac{2\pi\delta}{\lambda\rho_2}}$

Tyngdebølger ($\lambda \gg 1.7 \text{ cm}$) : $v_f \approx \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$

$$v_f = \frac{\omega}{k} \Rightarrow \omega(k) = v_f k = \sqrt{gk^{-1} + \delta k / \rho_2} \cdot k$$

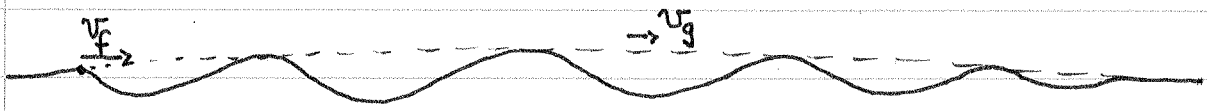
$$= \sqrt{gk + \delta k^3 / \rho_2}$$

Kapillarbølger: $\omega(k) \approx \sqrt{\gamma k^3 / \rho_2}$

$\Rightarrow v_f \approx \sqrt{\gamma k / \rho_2}$; $v_g \approx \frac{3}{2} \sqrt{\gamma k / \rho_2} = \frac{3}{2} v_f$

Tyngdebølger: $\omega(k) \approx \sqrt{gk}$

$\Rightarrow v_f \approx \sqrt{g/k}$; $v_g \approx \frac{1}{2} \sqrt{g/k} = \frac{1}{2} v_f$



Grunt vann: ($D \ll \lambda$)

$v_f \approx \sqrt{g \cdot D}$ for tyngdebølger

uavh. av $\lambda \Rightarrow v_g = v_f$; ikke dispersjon!

