

TFY4215 Innføring i kvantefysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 6.

Oppgave 1

$E = h\nu = hc/\lambda = 6.626 \cdot 10^{-34} \cdot 2.998 \cdot 10^8 / 1.602 \cdot 10^{-19} \lambda = 1.24 \mu\text{eV}/\lambda$. Riktig svar: B.

Oppgave 2

$K = 200 \text{ keV} = 200 \cdot 10^3 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 32 \text{ fJ}$. (f = femto = 10^{-15} .) Riktig svar: D.

Oppgave 3

Elektroner har hvileenergi $E_0 = m_e c^2 \simeq 0.51 \text{ MeV}$. Med kinetisk energi $K = 0.200 \text{ MeV}$ bør vi nok her regne relativistisk, og siden total energi, dvs summen av hvileenergi og kinetisk energi, er $E = \gamma m_e c^2$, er kinetisk energi $K = (\gamma - 1)m_e c^2$. Her er $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Vi løser med hensyn på v og finner at $v = c \left[1 - (1 + K/m_e c^2)^{-2} \right]^{1/2} = 0.695 c$. Riktig svar: A.

Oppgave 4

$\lambda = h/p$ med (relativistisk) impuls $p = \gamma m v$. Med v fra forrige oppgave blir $\lambda = 2.5 \text{ pm}$. Riktig svar: E.

Oppgave 5

Starttilstanden $\Psi(x, 0)$ er symmetrisk på intervallet $0 < x < L$. Dermed:

$$1 = 2 \int_0^{L/2} \Psi^2(x, 0) dx = 2A^2 \cdot (1/3) \cdot (L/2)^3 = A^2 L^3 / 12,$$

slik at $A = 2\sqrt{3}/L\sqrt{L}$. Riktig svar: B.

Oppgave 6

$\Psi(x, 0)$ ligner veldig på $\psi_1(x) = \sqrt{2/L} \sin(\pi x/L)$, så vi forventer at c_1 ikke er så mye mindre enn 1. De tre alternativene C, D og E er henholdsvis ca 0.14, 0.53 og 0.99, så vi mistenker at alternativ E er riktig. La oss regne ut c_1 . Siden $\psi_1(x)$ er symmetrisk og reell, har vi

$$c_1 = 2 \int_0^{L/2} \psi_1(x) \Psi(x, 0) dx = 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{L}} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{L\sqrt{L}} \int_0^{L/2} x \sin(\pi x/L) dx.$$

Vi bruker delvis integrasjon og finner at integralet har verdien $(L/\pi)^2$, slik at $c_1 = 4\sqrt{6}/\pi^2$. Riktig svar: E.

Oppgave 7

$\psi_2(x)$ er antisymmetrisk på $(0, L)$, slik at $c_2 = 0$. Riktig svar: A.

Oppgave 8

Med c_1 bare litt mindre enn 1 blir $\langle E \rangle$ litt større enn E_1 . Riktig svar: B.

Oppgave 9

$$\langle p \rangle_{t=0} = \int_0^L \Psi^*(x, 0) \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx} \Psi(x, 0) dx = 0$$

siden integranden er antisymmetrisk. Symmetrien i problemet tilsier vel at dette ikke kan endre seg for $t > 0$ (!) Riktig svar: C.

Oppgave 10

$V(x)$ er symmetrisk om $x = 0$. Da er $\psi_1(x)$ også symmetrisk om $x = 0$, uten nullpunkter, og med $\psi_1 \rightarrow 0$ når $|x| \rightarrow \infty$. Da er 2 og 3 riktige. Riktig svar: B.

Oppgave 11

$\psi_2(x)$ er antisymmetrisk om $x = 0$. Da er 1, 4 og 5 riktige. Riktig svar: D.

Oppgave 12

$E_1 = V(\pm x_1) = F_0|x_1|$, slik at $|x_1| \simeq 1 \text{ eV}/0.8 \text{ nN} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Nm}/0.8 \cdot 10^{-9} \text{ N} = 0.2 \text{ nm}$, slik at det klassisk tillatte området i grunntilstanden er 0.4 nm. Riktig svar: D.