

TFY4215 Innføring i kvantefysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 4.

Oppgave 1

\hat{L}_z inneholder x , y og partiellderiverte mhp x og y , mens \hat{p}_z bare inneholder partiellderivert mhp z . Da er det klart at disse to operatorene kommuterer med hverandre.

Riktig svar: E.

Oppgave 2

\hat{p}_x kommuterer ikke med leddet $x\hat{p}_y$ i \hat{L}_z .

Riktig svar: B.

Oppgave 3

Derivasjon av $1/x$ mhp x gir $-1/x^2$, så D må være riktig svar.

Riktig svar: D.

Oppgave 4

Diskretisert versjon av TUSL på de to punktene $n = 1$ og $n = 2$ blir

$$\begin{aligned} -\varepsilon(\psi_2 - 2\psi_1) &= E\psi_1 \\ -\varepsilon(\psi_1 - 2\psi_2) &= E\psi_2 \end{aligned}$$

med $\varepsilon \equiv \hbar^2/2m(\Delta x)^2$. Her har vi benyttet grensebetingelsene $\psi_0 = \psi_3 = 0$. Ikke-trivielle ($\psi_n \neq 0$) løsninger bare hvis

$$\begin{vmatrix} 2\varepsilon - E & -\varepsilon \\ -\varepsilon & 2\varepsilon - E \end{vmatrix} = 0,$$

med løsninger $E = \varepsilon$ og $E = 3\varepsilon$.

Riktig svar: D.

Oppgave 5

Ikke-trivielle løsninger bare hvis

$$\begin{vmatrix} 2\varepsilon - E & -\varepsilon & 0 \\ -\varepsilon & 2\varepsilon - E & -\varepsilon \\ 0 & -\varepsilon & 2\varepsilon - E \end{vmatrix} = 0,$$

med løsninger $E = 2\varepsilon$ og $E = (2 \pm \sqrt{2})\varepsilon$.

Riktig svar: C.

Oppgave 6

$V(x)$ er symmetrisk om $x = 0$. Da er $\psi_1(x)$ også symmetrisk om $x = 0$, uten nullpunkter, og med $\psi_1 \rightarrow 0$ når $|x| \rightarrow \infty$. Da er 2 og 3 riktige. Riktig svar: B.

Oppgave 7

$\psi_2(x)$ er antisymmetrisk om $x = 0$. Da er 1, 4 og 5 riktige. Riktig svar: D.

Oppgave 8

$E_1 = V(\pm x_1) = F_0|x_1|$, slik at $|x_1| \simeq 1 \text{ eV}/0.8 \text{ nN} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Nm}/0.8 \cdot 10^{-9} \text{ N} = 0.2 \text{ nm}$, slik at det klassisk tillatte området i grunntilstanden er 0.4 nm . Riktig svar: D.

Oppgave 9

Her er $K = 11 \text{ eV}$, slik at

$$\lambda = h/p = h/\sqrt{2m_e K} = 0.37 \text{ nm}$$

Riktig svar: B.

Oppgave 10

Her er $K = 1.0$ eV, slik at

$$\lambda = h/p = h/\sqrt{2m_e K} = 1.22 \text{ nm}$$

Riktig svar: D.

Oppgave 11

$$\langle V \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} V(x)|\psi(x)|^2 dx = -\beta^2/\hbar^2 = 2E,$$

siden deltafunksjonen i $V(x)$ bare "plukker opp" $|\psi(0)|^2 = 1$. Riktig svar: D.

Oppgave 12

Argumentet til deltafunksjonen er null i $x = 2$, som inkluderes i integrasjonsområdet. Dermed blir integralet $2^3 - 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 1 = 1$. Riktig svar: D.