

TFY4215 Innføring i kvantefysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 6.

Oppgave 1

Til venstre for potensialspranget er kinetisk energi lik total energi, dvs $E = \hbar^2 k^2 / 2m$. Til høyre for potensialspranget er kinetisk energi $E - V_0 = \hbar^2 q^2 / 2m$. Dermed er refleksjonssannsynligheten

$$R = \frac{(\sqrt{E} - \sqrt{E - V_0})^2}{(\sqrt{E} + \sqrt{E - V_0})^2},$$

som med $R = 0.1$ gir $E/V_0 \simeq 1.37$.

Riktig svar: B.

Oppgave 2

$N = n_x + n_y$ med mulige kombinasjoner $(n_x, n_y) = (0, N), (1, N - 1), \dots, (N, 0)$, dvs $N + 1$ mulige kombinasjoner.

Riktig svar: D.

Oppgave 3

Vi finner egenfunksjonene $\psi_{n_x}(x)$ og dermed $\psi_{n_y}(y)$ i formelvedlegget. Siden $x = r \cos \phi$ i polarkoordinater, blir $\psi_{10} = R(r) \cos \phi$. Med bevegelse i xy -planet har dreieimpulsen bare en z -komponent, slik at

$$\hat{L}^2 = \hat{L}_z^2 = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial \phi^2},$$

som gir

$$\hat{L}^2 \psi_{10} = \hbar^2 \psi_{10},$$

dvs $L^2 = \hbar^2$.

Riktig svar: C.

Oppgave 4

Operatoren \hat{L}_z inneholder en gangs derivasjon mhp ϕ . Dermed er ψ_{10} ikke egenfunksjon til \hat{L}_z , dvs L_z er uskarp.

Riktig svar: B.

Oppgave 5

Med $x = r \cos \phi$ og $y = r \sin \phi$ blir $\psi_{11} = f(r) \sin \phi \cos \phi = \frac{1}{2} f(r) \sin 2\phi$. Da har vi

$$\langle L_z \rangle = \int \psi_{11}^* \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \phi} \psi_{11} d^2 r \sim \int_0^{2\pi} \sin 2\phi \cos 2\phi d\phi = 0.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 6

Egenfunksjoner til \hat{L}_z er $\exp(im\phi)$, med heltallig m . For å oppnå $L_z = \hbar$, må vi ha $m = 1$. Siden $\psi_{10} \sim \cos \phi$ og $\psi_{01} \sim \sin \phi$, må vi velge $\psi_{10} + i\psi_{01}$.

Riktig svar: C.

Oppgave 7

To partikler i ψ_{00} , hver med energi $\hbar\omega$, og 3 partikler i ψ_{10} og ψ_{01} , hver med energi $2\hbar\omega$. Total energi $8\hbar\omega$.

Riktig svar: D.

Oppgave 8

$$\begin{aligned} Y_{30} &\sim P_3(x) \\ &\sim \frac{d^3}{dx^3} (x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1) \\ &= 6 \cdot 5 \cdot 4x^3 - 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2x \\ &\sim 5x^3 - 3x \end{aligned}$$

Riktig svar: A.

Oppgave 9

$$E = h\nu = hc/\lambda = 6.626 \cdot 10^{-34} \cdot 2.998 \cdot 10^8 / 1.602 \cdot 10^{-19} \lambda = 1.24 \mu\text{eV}/\lambda.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 10

$E = K = p^2/2m_e = h^2/2m_e\lambda^2$. Konstanten $h^2/2m_e$ har tallverdi ca $2.41 \cdot 10^{-37}$ i SI-enheter, dvs J m². Omregning til enhet eV nm² fordrer at vi ganger med 10^{18} og dividerer med $1.6 \cdot 10^{-19}$. Dermed blir $E = 1.5$ eV/λ² dersom λ settes inn med enhet nm.

Riktig svar: D.