

INNLEDNING TIL KVANTEMEKANIKK

①

[PCH 1; IØ1;

Klassisk fysikk ca 1900 :

- Newtons lover [I. Newton, 1687]. Galileisk relativitet.
- Termodynamikk. Statistisk mekanikk. [W. Thomson (Lord Kelvin), 1854; L. Boltzmann, 1875;]
- Lys er bølger. Maxwells ligninger. [J. C. Maxwell, 1865; H. R. Hertz, 1887] Interferens, diffraksjon.
- Materie er partikler. Atomer (gresk: udelelig). Elektron(er), med negativ ladning, i jevnt fordelt positiv ladningsfordeling ("rosinboller").
[J. J. Thomson, 1897, NP1906] (NP: Nobel Prize)

Fullstendig, korrekt teori?

Nei, diverse problemer med klassisk fysikk, både før og etter 1900.

Vi ser på noen av disse.

- Linjespektre : Ulike stoffer absorberer og emitterer elektromagnetisk stråling med bestemte bølglengder.

Eksempler :

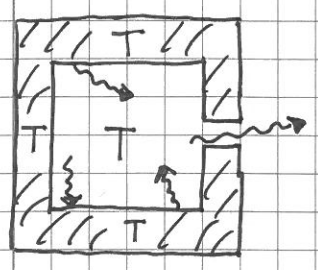
Na, gult lys, $\lambda = 589 \text{ nm}$ [T. Melville, 1752]

Mørke linjer i solspekteret pga absorpsjon i atmosfæren [W. H. Wollaston, 1802 ; J. von Fraunhofer, 1814 (574 mørke linjer)]

H, Balmer-serien, $\lambda = 410, 434, 486, 656 \text{ nm}$ i den synlige delen av spekteret [J. Balmer, 1885]

- Lysfarten i vakuum er den samme i alle inertialsystemer. Galileisk relativitet holder ikke for lys. [Michelson (NP1907) & Morley, 1887]

- Stråling fra svart legeme :

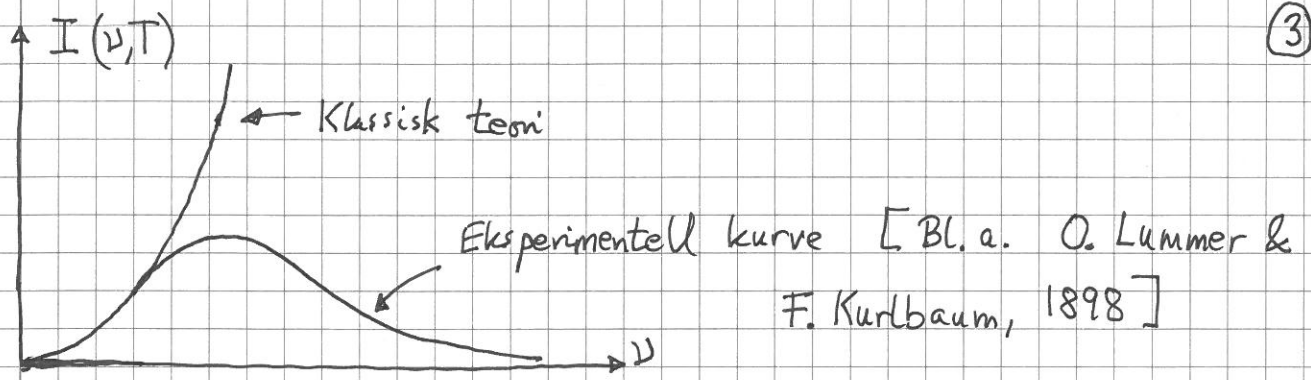


$I(\nu, T)$ = utstrålt effekt pr flateenhet og frekvensenhet

dvs: $I(\nu, T) \cdot d\nu$ = utstrålt effekt pr flateenhet med frekvenser mellom ν og $\nu + d\nu$.

Klassisk fysikk gir $I(\nu, T) = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} k_B T$, Rayleigh-Jeans lov [Rayleigh 1900; Jeans 1905]

(Stående EM bølger i hulrommet, "svingemoder" (harmonisk oscillator), midlere energi $2 \cdot \frac{1}{2} k_B T$ pr svingemode i følge ekvipartisjonsprinsippet.)



Klassisk fysikk OK for lave frekvenser (evt. høye temperaturer), men helt feil for høye frekvenser.

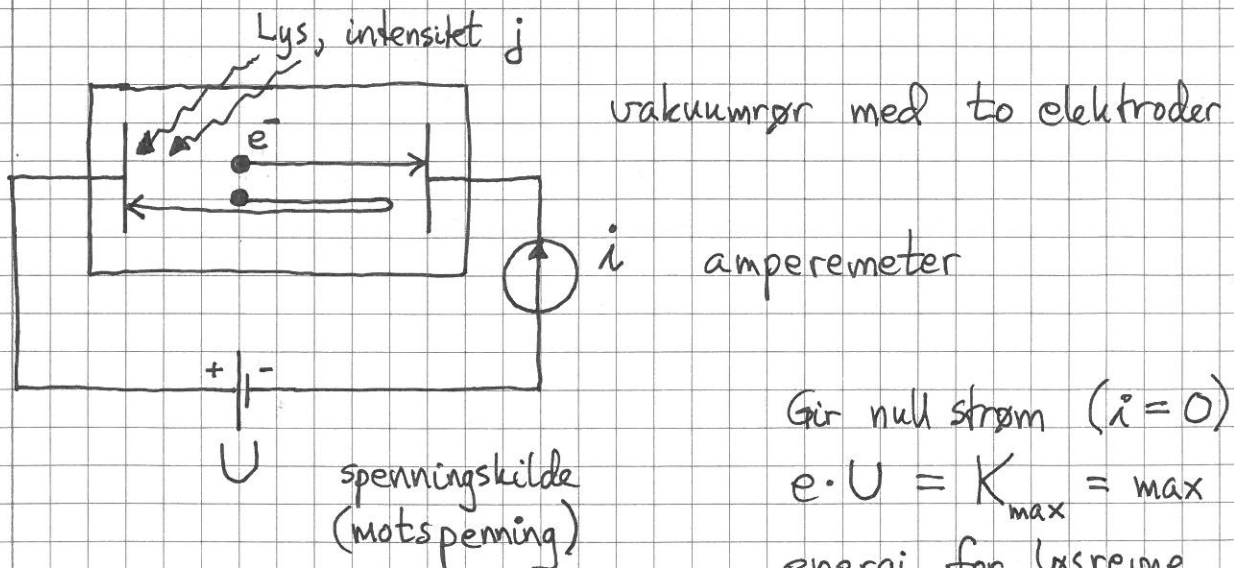
"Ultrafiolett katastrofen": Total energistrøm

$$j(T) = \int_0^{\infty} I(\nu, T) d\nu \rightarrow \infty \text{ i klassisk modell fordi}$$

$$I \rightarrow \infty \text{ når } \lambda = \frac{c}{\nu} \rightarrow 0.$$

• Fotoelektrisk effekt:

Lys (EM stråling) inn mot metalloverflate slår løs elektroner fra metallet.



Gir null strøm ($i = 0$) når $e \cdot U = K_{\max} = \max k_{\text{kin}}$ energi for løsrevne elektroner;
 $U = \text{terskelspenning}$

Exp: H. Hertz 1887; P. Lenard 1900;
 R. Millikan 1914 (NP 1923)

Med klassisk elektromagnetisme:

- $j = c \cdot \epsilon_0 \cdot E^2$ er uavhengig av ν

\Rightarrow forventer U og i uavhengig av ν

- Siden elektronene er bundet til metallet, kreves en minsteenergi W , frigjøringsarbeidet, for å rive løs elektroner

\Rightarrow forventer en viss tid for å få $i > 0$ hvis j er tilstrekkelig liten

- Økende j betyr økt energi absorbert av elektroden

\Rightarrow forventer økt K_{\max} og dermed økt terskelspenning U når j økes; forventer U uavhengig av ν

Ekspementene viste at dette er helt feil:

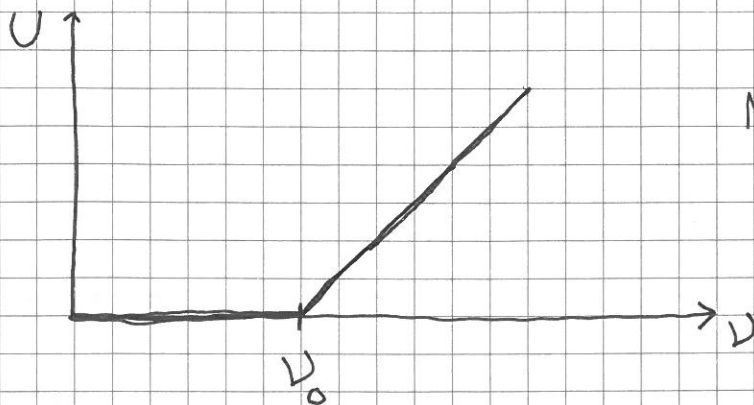
- Strømmen i avhenger av frekvensen ν .

- Monokromatisk lys med $\nu < \nu_0$ (= terskelefrekvensen) gir $i = 0$, uavhengig av j .

- Med $\nu > \nu_0$ blir $i > 0$ umiddelbart.

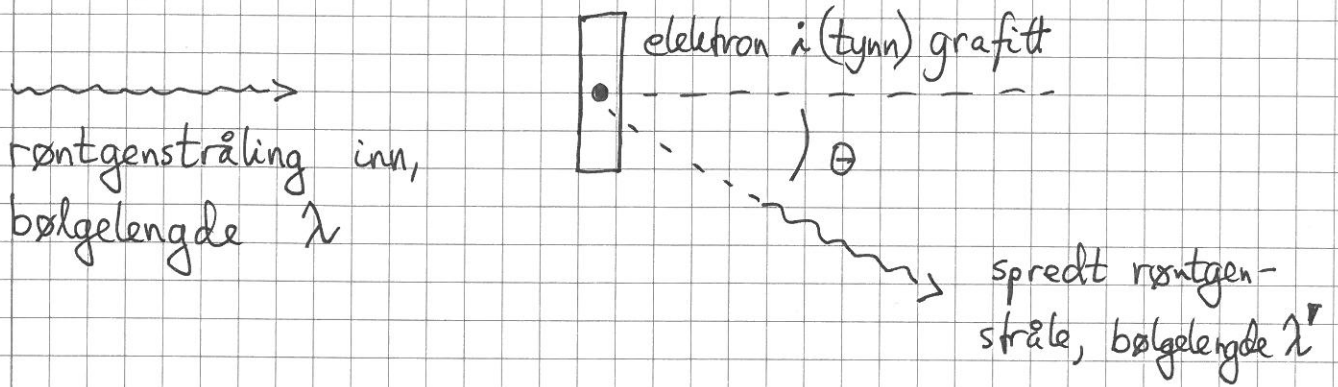
- Terskelspenningen U avhenger av ν , men ikke av j .

$U = 0$ hvis $\nu < \nu_0$. U øker lineært med ν hvis $\nu > \nu_0$:



Millikan 1914 (NP 1923)

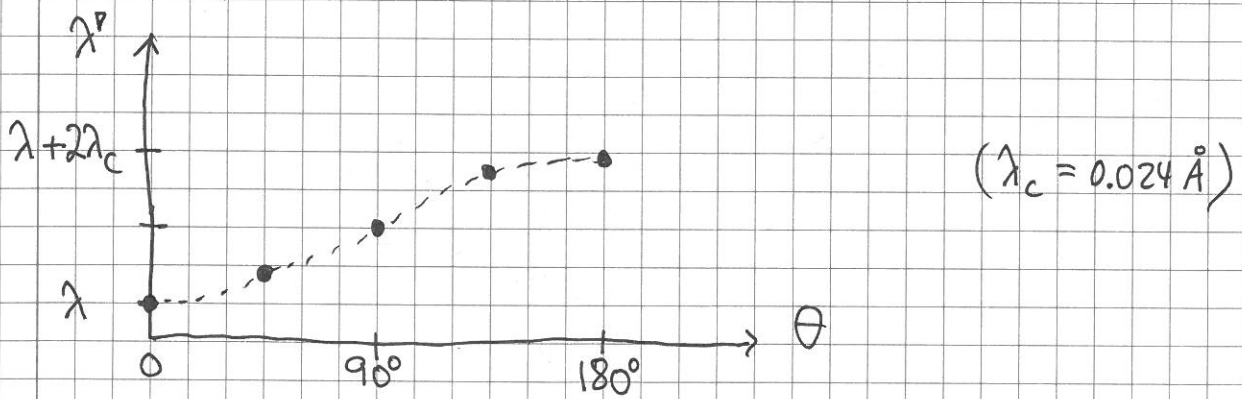
Compton - effekten :



Klassisk teori (Maxwell):

Oscillerende felt $\vec{E}(t)$ i innkommende EM bølge med frekvens $\nu = c/\lambda$ påvirker elektronet med oscillerende kraft $\vec{F}(t) = -e\vec{E}(t)$. Elektronet settes i svingninger med samme frekvens ν , og sender dermed ut EM bølger med samme frekvens ν , dvs $\lambda' = \lambda$.

A. H. Comptons eksperiment (1923, NP 1927):



C_V for 2-atomige gasser:

Klassisk termodynamikk tilsier $C_V = \frac{7}{2}R$ for molar varmekapasitet (3 kvadratiske bidrag til indre energi pga translasjon, 2 pga rotasjon, 2 pga vibrasjon).

Exp. gar $C_V \approx 2.5R \dots!$ (ved romtemperatur)

• Interferens med partikler :

1925-1928 : Davisson & Germer ; diffraksjon av elektroner mot Ni-krystall

[Davisson & Thomson NP 1937]

1961 : Dobbeltspalte-eksperiment med elektroner; Jönsson (Interferens)

1989 : Tonomura et al ; dobbeltspalte-eksp. med elektroner (ett elektron om gangen!)

2003 : Zeilinger et al ; interferens med C_{60} -molekyler (små fotballer, "buckyballs") sendt (ett om gangen!) gjennom diffraksjonsgitter

Må ha bølger for å observere interferens og diffraksjon!

Elektroner (og større partikler) kan ikke bare være partikler!

Tonomura et al, J. Am. Phys 57, 117 (1989) :

Elektronstrøm $1.6 \cdot 10^{-16}$ A = 10^3 e⁻ pr sekund.

Elektronfart $v \approx c/2 = 1.5 \cdot 10^8$ m/s ; Veilengde ca 1.5 m

⇒ Reisetid ca 10^{-8} s ≪ Midlere ankomstetid mellom to elektroner, som er ca 10^{-3} s

⇒ Elektronene reiser alene! De interfererer med seg selv!

Teoretisk utvikling (kortfattet)

• Stråling fra svart legeme

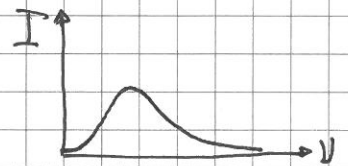
Max Planck, 1900, "i desperasjon", [NP 1918]
antok at energien i strålingen med frekvens ν
er kvantisert:

$$E_n = n \cdot h\nu ; n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Plancks
kvantehypotese

Gir utstrålt effekt pr flate- og frekvensenhet

$$I(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$



som stemmer med eksperimentene når

$$h \approx 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad (\text{Plancks konstant})$$

[For gitt frekvens ν gir statistisk mekanikk en midlere energi

$$\langle E \rangle = \sum_n E_n \cdot p_n, \text{ med } p_n = \frac{e^{-E_n/k_B T}}{\sum_n e^{-E_n/k_B T}},$$

som med $E_n = n h\nu$ gir

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \cdot \text{Faktoren } \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \text{ er essensielt}$$

antall svingemoder pr frekvensenhet ("tilstandstettheten"),
den samme i klassisk fysikk og i kvantemekanikk.]

$$\left[\text{Vis at } j(T) = \int_0^\infty I(\nu, T) d\nu = \sigma T^4 \text{ og bestem } \sigma. \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15} \right]$$

$$\text{Vis at } I \rightarrow I(\text{klassisk}) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot k_B T \text{ når } h\nu \ll k_B T$$

• Fotoelektrisk effekt

• A. Einstein, 1905 [NP 1921]: Energien i lyset kommer i kvantiserte, diskrete porsjoner, $E = h\nu$ (med samme h som innført av Planck). Dus, selve lyset må (også) betraktes som partikler!

Elektroner i metallet kan ^{bare} absorbere hele energien $h\nu$. Løsrivelse fra metallet krever dermed $h\nu \geq W$

($W =$ frigjøringsarbeidet).

Energibevarelse $\Rightarrow K = h\nu - W$

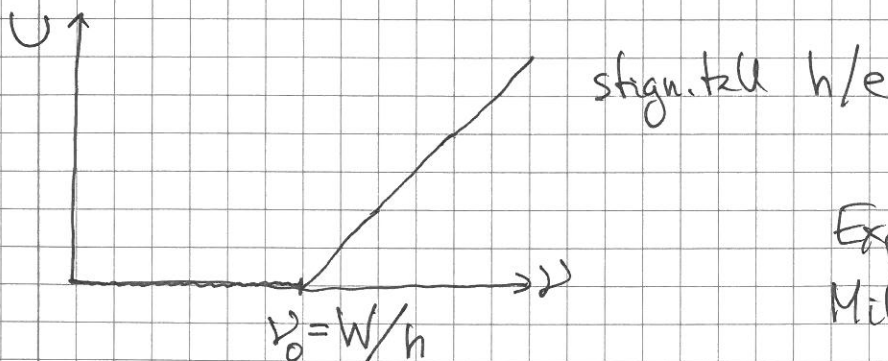
\Rightarrow Må ha $\nu > \nu_0 = \frac{W}{h}$ (grensefrekvensen) for å få $K > 0$, dus strøm i kretsen.

\Rightarrow Terskelspenning U (dus påkrevd spenning for å få $i=0$) er da bestemt av

$$e \cdot U = K_{(max)} = h\nu - W$$

$$\Rightarrow \boxed{U = \frac{h}{e} \nu - \frac{W}{e}}$$

som stemmer med eksp:



Exp:
Millikan, 1909

• Compton-effekten [se Mek. Fys. #2014]

9

Compton forklarte sine egne eksperimenter med partikkel-bildet av den E.M. strålingen:



Foton

λ, E

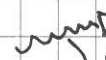
$$p = E/c = h\nu/c = h/\lambda$$

• m_e

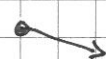
Elektron; $E_e = m_e c^2$

Etter:

λ'



θ



$$\Rightarrow \lambda' = \lambda + \lambda_c (1 - \cos \theta) ;$$

$$\lambda_c = h/m_e c = 0.024 \text{ \AA} \quad (\text{elektronets Compton-bølglengde})$$

... Som stemmer med eksperimentene.

Ovebevisende bekræftelse av Einsteins hypotese:

Lys ~~er~~ har både bølge- og partikkel-egenskaper!

Bølger: $\lambda, \nu = c/\lambda$

Partikler: $E = h\nu, p = h/\lambda$