Pauliprinsippet [PCH 8.5 ; DJG 5.1 ; IØ 6.1.1]

Elementærpartikler av en viss type, f.eks. elektroner, er identiske, dvs ombytte av to elektroner har ingen fysisk (målbar) konsekvens:

$$|\Psi(1,2)|^2 = |\Psi(2,1)|^2$$

Her representerer 1 og 2 alle koordinatene for elektron nr 1 og 2, dvs $1 \hat{=} (\vec{r}_1, s_1)$, $2 \hat{=} (\vec{r}_2, s_2)$

To typer partikler:

Bosoner: Symmetrisk Ψ ved ombytte $1 \leftrightarrow 2$

$$\Psi(1,2) = +\Psi(2,1)$$

Eks: Fotoner

Fermioner: Antisymm. Ψ ved ombytte $1 \leftrightarrow 2$

$$\Psi(1,2) = -\Psi(2,1)$$

Eks: Elektroner, protoner, nøytroner

Teoretisk mulighet for partikler i 1 og 2 romlige dimensjoner:

$$\Psi(1,2) = e^{i\alpha}\,\Psi(2,1) \quad \text{med vilkårlig reell } \alpha$$

såkalte anyoner. Leinaas og Myrheim, Il Nuovo Cimento B, 37, 1-23 (1977).

Paulis eksklusjonsprinsipp: $\boxed{\text{To fermioner kan ikke være i samme enpartikkeltilstand}}$

Bevis: Ser for enkelthets skyld på to fermioner som ikke vekselvirker, slik at $\hat{H}(1,2) = \hat{H}(1) + \hat{H}(2)$ og TUSL, ~~[illegible]~~

$\hat{H}(1,2)\,\Psi(1,2) = E\,\Psi(1,2)$, har løsninger på produktform,

$\Psi(1,2) = \psi_i(1)\cdot\psi_j(2)$; $\psi_i(n)$ = enpartikkeltilstand nr i for fermion nr n $(i = 1,2,3,\ldots\ ;\ n = 1,2)$.

Generelt vil $\psi_i(1)\cdot\psi_j(2)$ <u>ikke</u> ha noen bestemt symmetri mhp ombytte $1 \leftrightarrow 2$, men dette kan løses ved å velge lineærkomb.

$$\Psi_A(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\psi_i(1)\psi_j(2) - \psi_i(2)\psi_j(1)\right\} = -\Psi_A(2,1)$$

Ser nå at dersom de to fermionene er i samme enpartikkeltilstand, dvs $\psi_i = \psi_j$, så er $\Psi_A(1,2) = 0$ qed

Med to bosoner oppnås en symmetrisk bølgefunksjon (v/ombytte $1 \leftrightarrow 2$) med lineærkomb.

$$\Psi_S(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\psi_i(1)\psi_j(2) + \psi_i(2)\psi_j(1)\right\} = +\Psi_S(2,1)$$

Ser at $\psi_i = \psi_j$ nå gir $\Psi_S(1,2) \neq 0$, så to bosoner må gjerne okkupere samme enpartikkeltilstand!