

## i Institutt for fysikk

### Eksamensoppgave i TFY4215 Innføring i kvantefysikk

**Eksamensdato:** 7. desember 2020

**Eksamensstid (fra-til):** 09:00 – 13:00

**Hjelpekode/Tillatte hjelpebidrifter:** A / Alle hjelpebidrifter tillatt

**Faglig kontakt under eksamen:** Jon Andreas Støvneng

**Tlf.:** 45 45 55 33      **Epost:** [jon.stovneng@ntnu.no](mailto:jon.stovneng@ntnu.no)

**Teknisk hjelp under eksamen:** [NTNU Orakel](#)

**Tlf:** 73 59 16 00

### ANNEN INFORMASJON:

- Faglig kontaktperson skal fortrinnsvis kun kontaktes dersom det er feil eller mangler i oppgavesettet.
- Besvarelsen din i Inspera Assessment lagres automatisk. Jobber du i andre programmer – husk å lagre underveis.
- Eksamen skal være et individuelt, selvstendig arbeid. Det er tillatt å bruke hjelpebidrifter.
- Hvis det oppstår behov for å gi beskjeder til kandidatene underveis i eksamen (f.eks. ved feil i oppgavesettet), vil dette bli gjort via varslinger i Inspera. Et varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen i Inspera. Du kan finne igjen varselet ved å klikke på bjella øverst i høyre hjørne på skjermen. Det vil i tillegg bli sendt SMS til alle kandidater for å sikre at ingen går glipp av viktig informasjon. Ha mobiltelefonen din tilgjengelig.
- 40 flervalgsoppgaver med lik vekt. Kun ett svar er korrekt på hver oppgave. 1 poeng for riktig svar. 0 poeng for feil svar eller intet svar.

### OM LEVERING:

- **Besvarelsen din leveres automatisk når eksamenstida er ute og prøven stenger,** forutsatt at minst én oppgave er besvart. Dette skjer selv om du ikke har klikket «Lever og gå tilbake til Dashboard» på siste side i oppgavesettet. Du kan gjenåpne og redigere besvarelsen din så lenge prøven er åpen. Dersom ingen oppgaver er besvart ved prøveslutt, blir ikke besvarelsen din levert.
- **Trekk fra eksamen:** Ønsker du å levere blankt/trekke deg, gå til hamburgermenyen i øvre høyre hjørne og velg «Lever blankt». Dette kan ikke angres selv om prøven fremdeles er åpen.
- **Tilgang til besvarelse:** Du finner besvarelsen din i Arkiv etter at sluttida for eksamen er passert.

- 1 Hva er midlere de Broglie-bølgelengde (avrundet til et helt antall pikometer) for en gass med toatomige molekyler NaCl ved temperatur 300 K? Atomære masser:  
Na: 18.026u; Cl: 28.029u  
**Velg ett alternativ**

47 pm

16 pm

11 pm

72 pm

21 pm

63 pm

---

Maks poeng: 1

- 2 I *the Relativistic Heavy Ion Collider* (RHIC) i USA akselereres ioner slik at de oppnår hastigheter nær lyshastigheten  $c$ . I eksperimentene er gjerne samtlige elektroner revet løs fra kjernen.  
Hva er hvileenergien  $mc^2$  for en Au-kjerne (gull) med 197 nukleoner, uttrykt i enheten GeV?

**Velg ett alternativ:**

222

25

184

59

95

84

---

Maks poeng: 1

- 3** Hva er hastigheten, målt i enheter av lysfarten  $c$  i vakuum, til en atomkjerne med 63 nukleoner og kinetisk energi 10.0 GeV?

Oppgitt:  $E = mc^2 + K = \gamma mc^2$  ,  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

**Velg ett alternativ:**

- 0.13
- 0.34
- 0.74
- 0.41
- 0.52
- 0.21

Maks poeng: 1

- 4** Hva er bølgelengden til xenonatomer (masse 131u) med kinetisk energi 109 meV?

**Velg ett alternativ**

- 7.59 pm
- 49.7 pm
- 166 pm
- 24.8 pm
- 11.8 pm
- 4.48 pm

Maks poeng: 1

- 5 Hva er omtrent energien i 1. eksitere tilstand (både i følge Bohr og Schrödinger) til  $Mg^{11+}$ ?

**Velg ett alternativ**

- 1706 eV
- 1227 eV
- 2926 eV
- 218 eV
- 604 eV
- 490 eV

---

Maks poeng: 1

- 6 Et elektron foretar en overgang fra en 7p-tilstand til grunntilstanden i  $Ra^{87+}$ . Hva er bølgelengden til det utsendte fotonet?

**Velg ett alternativ**

- 29.8 pm
- 7.58 nm
- 12.0 pm
- 243 pm
- 711 pm
- 65.6 pm

---

Maks poeng: 1

- 7 Et elektron befinner seg i en endimensjonal uendelig dyp potensialbrønn med bredde  $L$  og foretar en overgang fra 1. eksiterte tilstand til grunntilstanden under utsendelse av et foton. Hva er bølgelengden til det utsendte fotonet?

**Velg ett alternativ**

- $m_e c L^2 / h$
- $8m_e c L^2 / 5h$
- $8m_e c L^2 / 15h$
- $8m_e c L^2 / 3h$
- $8m_e c L^2 / 7h$
- $2m_e c L^2 / 3h$

---

Maks poeng: 1

- 8 Et elektron befinner seg i en endimensjonal uendelig dyp potensialbrønn som er plassert på intervallet  $|x| < L/2$ . Anta at elektronet befinner seg i 1. eksiterte tilstand

$$\psi_2(x) = \sqrt{2/L} \sin(2\pi x/L).$$

Hva er sannsynligheten for at en måling av elektronets posisjon gir en verdi på intervallet  $|x| < L/9$ ?

Oppgitt:  $\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$

**Velg ett alternativ**

0.475

0.131

0.306

0.609

0.065

0.818

---

Maks poeng: 1

- 9 Et elektron befinner seg i en endimensjonal uendelig dyp potensialbrønn med bredde  $L$ . Anta at elektronet ved tidspunktet  $t = 0$  befinner seg i den normerte tilstanden

$$\Psi(x, 0) = c_1\psi_1(x) + c_3\psi_3(x) + c_5\psi_5(x)$$

(dvs en lineærkombinasjon av grunntilstanden og 2. og 4. eksiterte tilstand) med koeffisienter  $c_1 = 6/9$ ,  $c_3 = 3/9$ ,  $c_5 = 6/9$ .

Hva er forventningsverdien til elektronets kinetiske energi, målt i enheter av grunntilstandsenergien  $E_1 = \pi^2\hbar^2/2m_eL^2$ ?

**Velg ett alternativ**

7.22

12.56

2.88

20.06

5.84

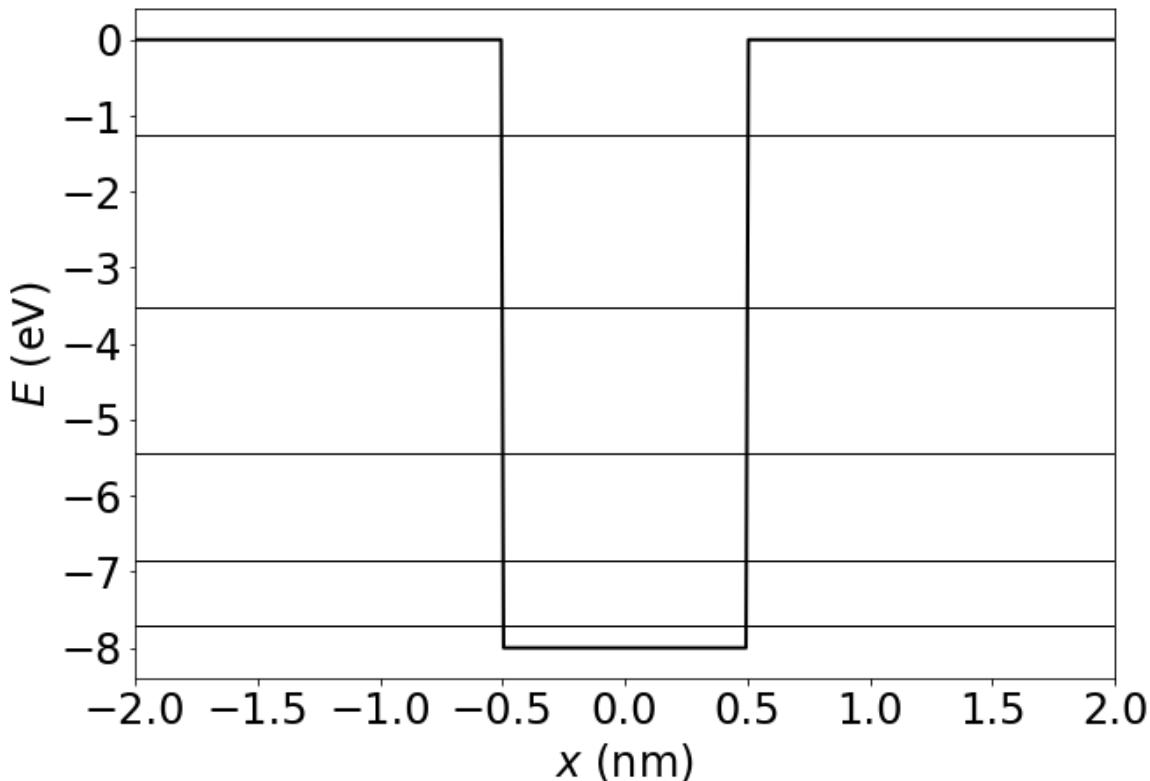
15.22

---

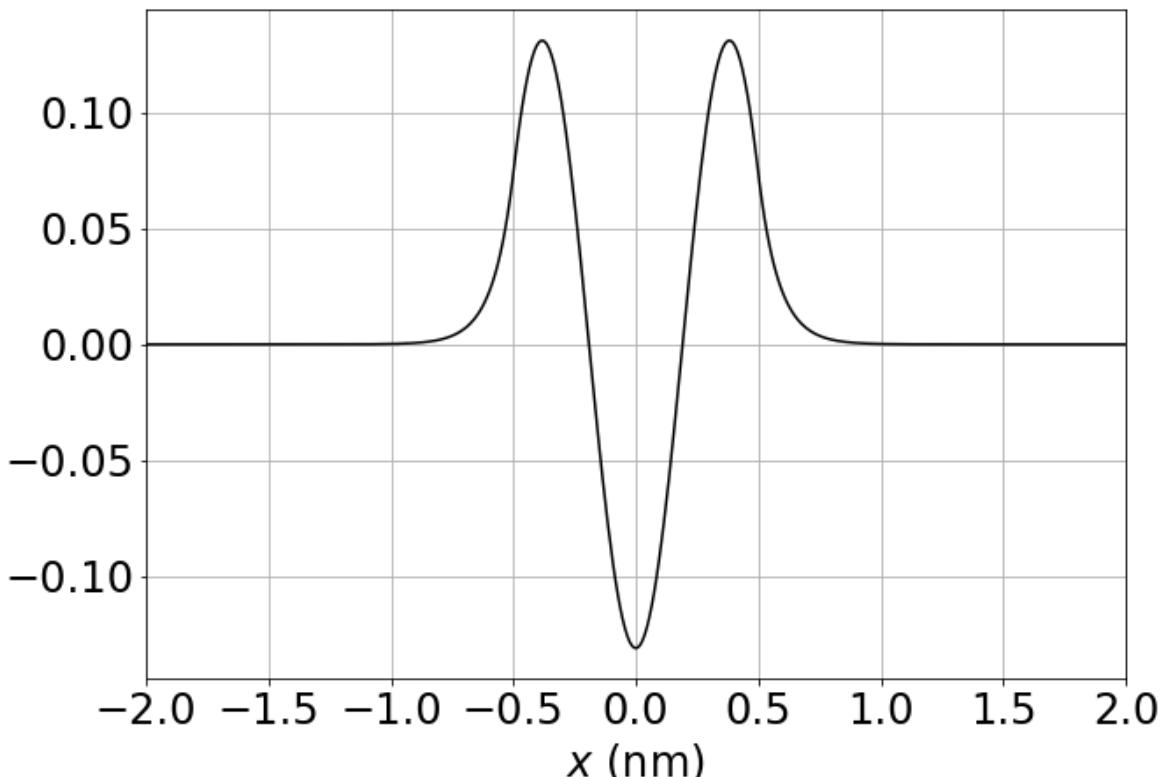
Maks poeng: 1

**10** Opgavene 10-12:

En potensialbrønn med dybde 8.00 eV og bredde 1.00 nm benyttes i denne og de to neste oppgavene som en (meget forenklet) endimensjonal modell for et atom. Figuren illustrerer potensialet  $V(x)$  og energinivåene for de fem (romlige) bundne energiegentilstandene  $\psi_1(x), \dots, \psi_5(x)$ :



Hva er energienverdien som tilhører bølgefunktjonen vist nedenfor?

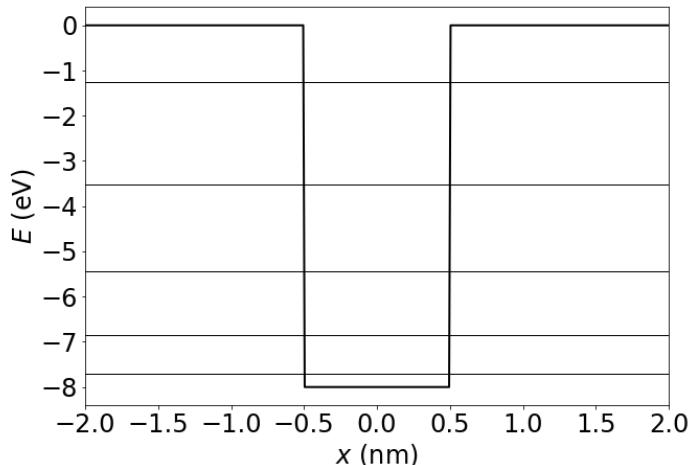


**Velg ett alternativ** -1.24 eV -5.45 eV -6.85 eV -2.31 eV -3.53 eV -7.71 eV

---

Maks poeng: 1

- 11 Potensialbrønnen i forrige oppgave benyttes som modell for et atom med 6 elektroner.



Et innkommende foton kan absorberes og rive et elektron løs fra atomet. Hva er minste fotonenergi som skal til for å løsrive et av atomets elektroner?

Vi minner om at elektroner er fermioner som adlyder Pauliprinsippet.

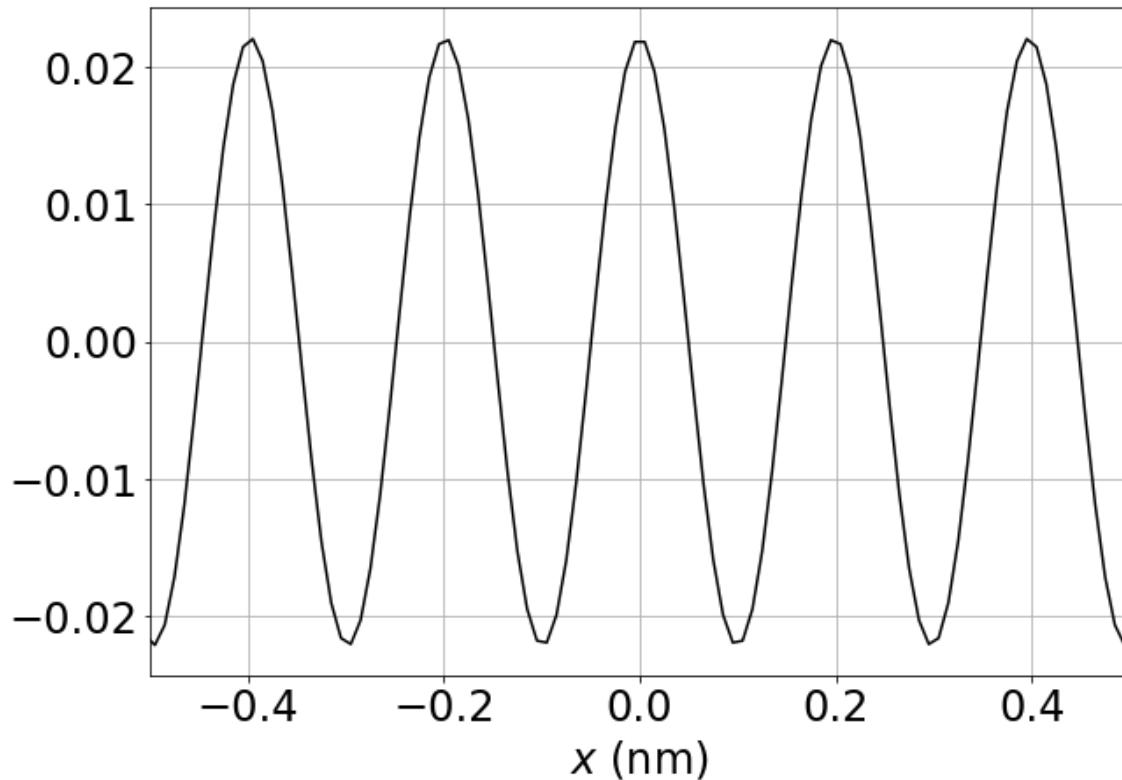
**Velg ett alternativ**

- 7.71 eV
- 5.45 eV
- 3.53 eV
- 1.24 eV
- 6.85 eV
- 2.31 eV

---

Maks poeng: 1

- 12 Figuren viser en ubundet tilstand i brønnområdet  $-0.5 \text{ nm} < x < 0.5 \text{ nm}$ , dvs der potensialet er  $-8.00 \text{ eV}$ . Hva er omtrentlig tilhørende energienverdi  $E$ ?



**Velg ett alternativ**

87.6 eV

29.3 eV

5.4 eV

65.2 eV

15.9 eV

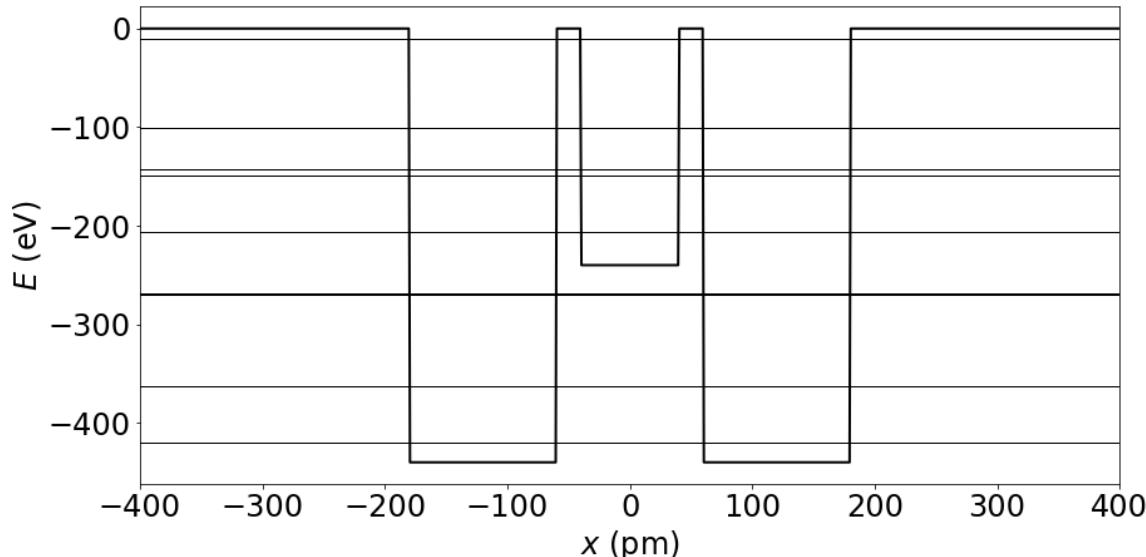
45.7 eV

---

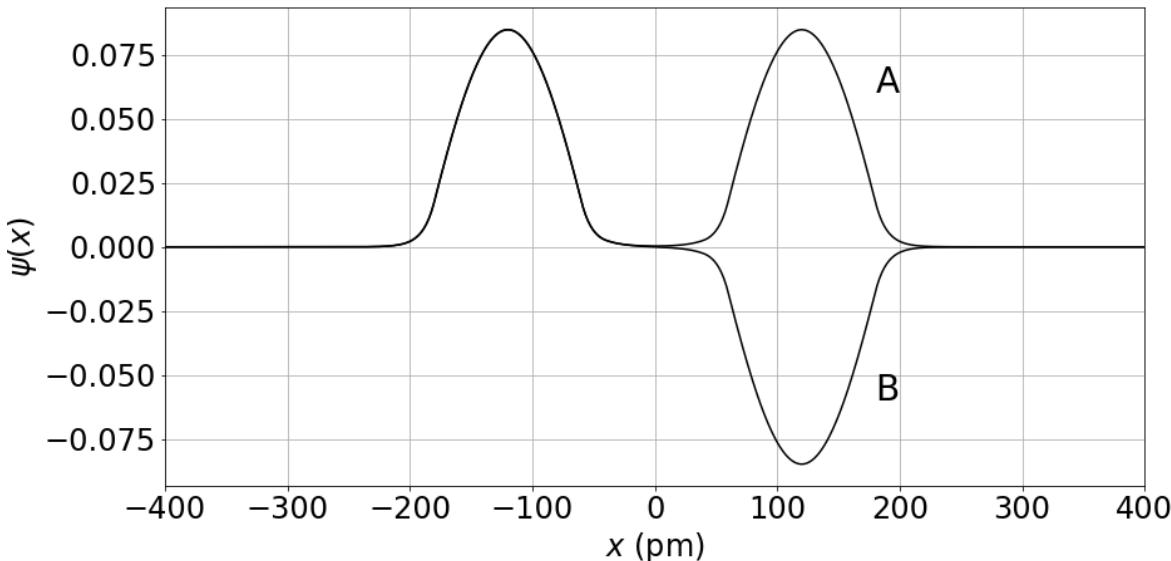
Maks poeng: 1

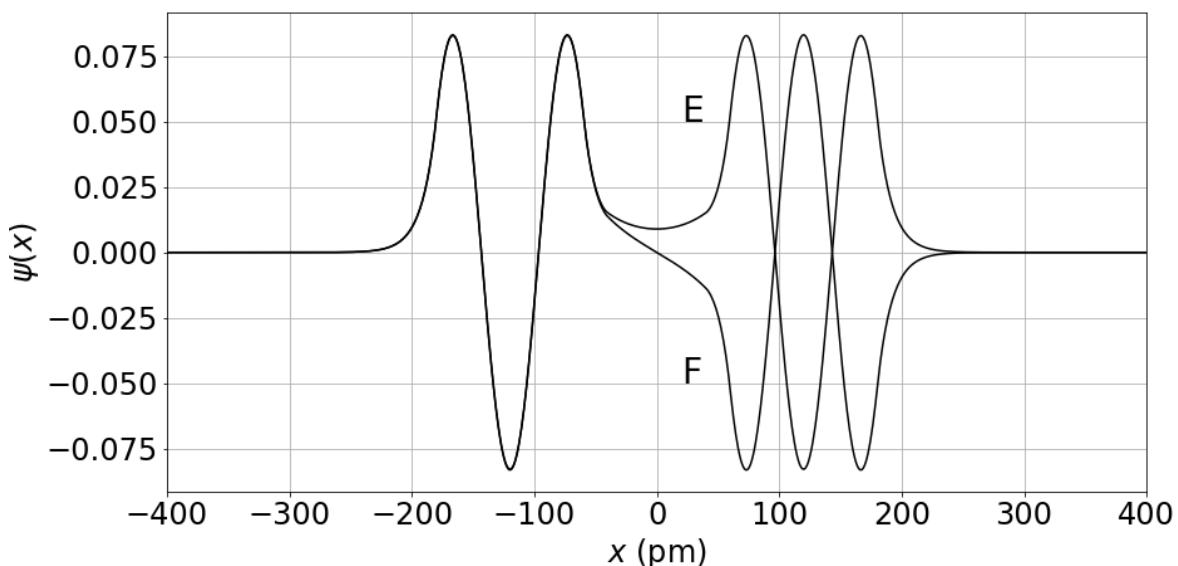
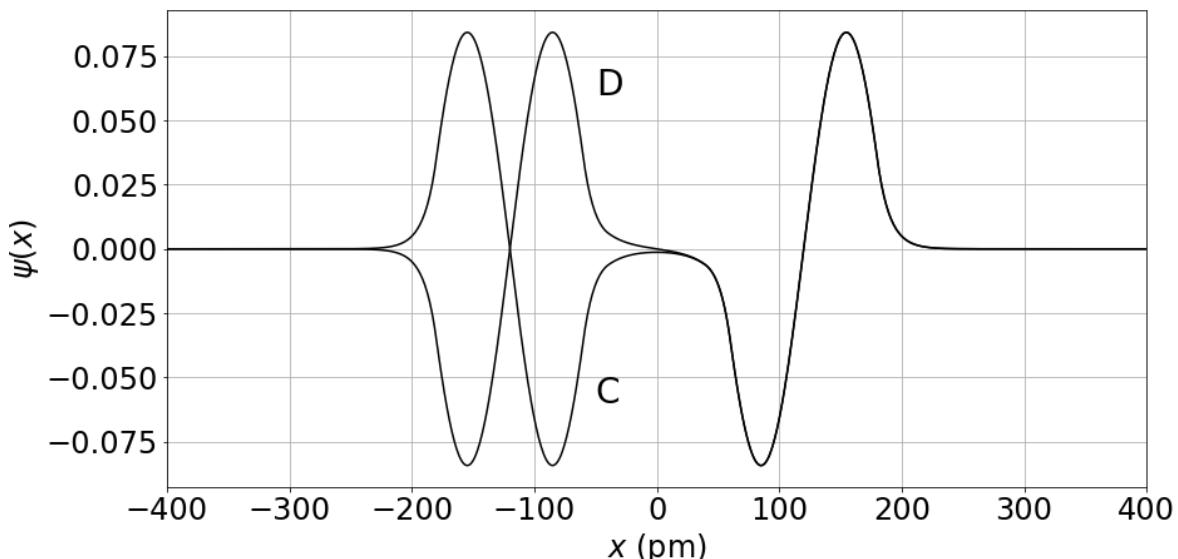
**13** Opgavene 13-15 dreier seg om små lineære molekyler.

I denne oppgaven bruker vi et symmetrisk endimensjonalt potensial bestående av tre potensialbrønner som modell for lineære molekyler  $\text{AB}_2$ , med A i midten og et B-atom på hver side (for eksempel  $\text{CO}_2$ ). Figuren illustrerer potensialet  $V(x)$  og de elleve energinivåene (horisontale linjer) som tilsvarer de (romlige) bundne energienivåene  $\psi_1(x), \dots, \psi_{11}(x)$ . Potensialbrønnene er adskilt med tynne barrierer der  $V = 0$ , dvs samme verdi som på høyre og venstre side av "trippelbrønnen".



Nedenfor vises 6 av de 11 bundne tilstandene, merket med A, B, C, D, E og F:





Hva er energienverdiene som tilhører de to bølgefunksjonene merket med A og B?

**Velg ett alternativ**

- $E_A \simeq -363$  eV ,  $E_B \simeq -363$  eV
- $E_A \simeq -149$  eV ,  $E_B \simeq -269$  eV
- $E_A \simeq -269$  eV ,  $E_B \simeq -421$  eV
- $E_A \simeq -269$  eV ,  $E_B \simeq -269$  eV
- $E_A \simeq -207$  eV ,  $E_B \simeq -363$  eV
- $E_A \simeq -421$  eV ,  $E_B \simeq -421$  eV

---

Maks poeng: 1

- 14 Karbondioksyd ( $\text{CO}_2$ ) er et lineært molekyl, med C-atomet i molekylets tyngdepunkt og med et O-atom på hver side. Bindingslengden mellom C og O er 116.3 pm. Massen til et O-atom er 16u. Vi betrakter her molekylet som et stift legerme. Et  $\text{CO}_2$ -molekyl gjennomgår en strålingsovergang fra 7. laveste til 6. laveste rotasjonsnivå, dvs fra en rotasjonstilstand med dreieimpulskvantetall  $l = 6$  til en rotasjonstilstand med  $l = 5$ . Hva er energien til det utsendte fotonet?

**Velg ett alternativ**

288  $\mu\text{eV}$

192  $\mu\text{eV}$

96  $\mu\text{eV}$

575  $\mu\text{eV}$

384  $\mu\text{eV}$

480  $\mu\text{eV}$

---

Maks poeng: 1

### 15 Morse-potensialet

$$V_M(q) = V_0(e^{-2\alpha(q-q_0)} - 2e^{-\alpha(q-q_0)})$$

tilsvarer en frastøtende kraft for  $q < q_0$  og en tiltrekkende kraft for  $q > q_0$  og gir en god beskrivelse av toatomige molekyler med bindingslengde  $q_0$  i likevekt. For avstander  $q$  (mellom de to atomene) i nærheten av  $q_0$  er potensialet tilnærmet harmonisk, dvs på formen

$$V_M(q) \simeq \frac{1}{2}m\omega^2(q - q_0)^2 - V_0$$

med redusert masse  $m$  og vinkelfrekvens  $\omega$ .

Anta at de to atomene har masse hhv 12u og 16u og at de to parametrene  $V_0$  og  $\alpha$  har verdiene hhv 3.90 eV og  $39.1 \text{ nm}^{-1}$ . Hva blir da molekylets "nullpunktsenergi"  $\hbar\omega/2$ , dvs hva blir molekylets minste mulige vibrasjonsenergi?

Oppgitt:  $e^{-x} \simeq 1 - x + x^2/2$  når  $|x| \ll 1$

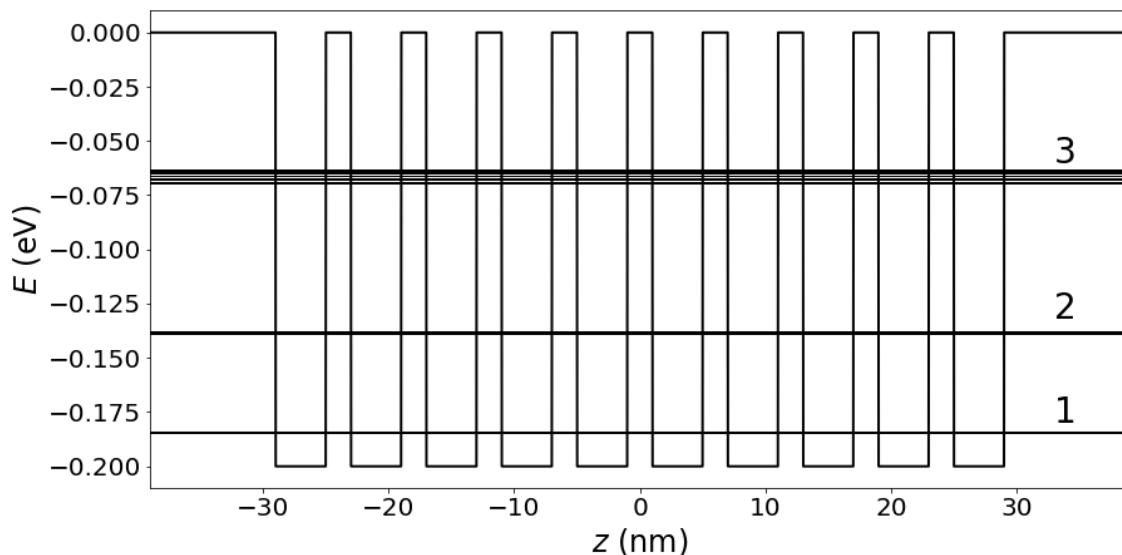
**Velg ett alternativ**

- 185 meV
- 57 meV
- 256 meV
- 134 meV
- 272 meV
- 20 meV

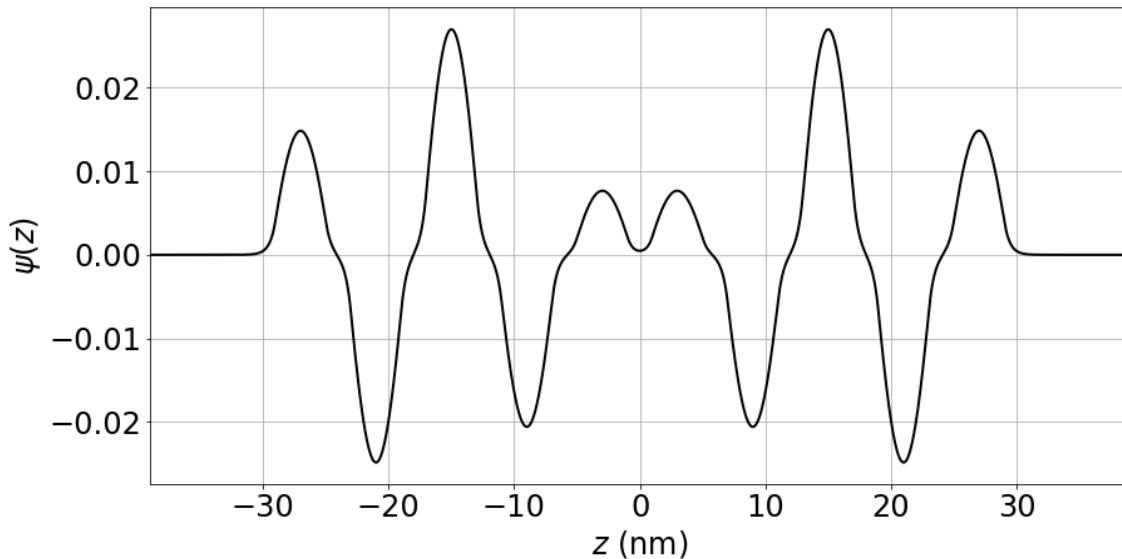
Maks poeng: 1

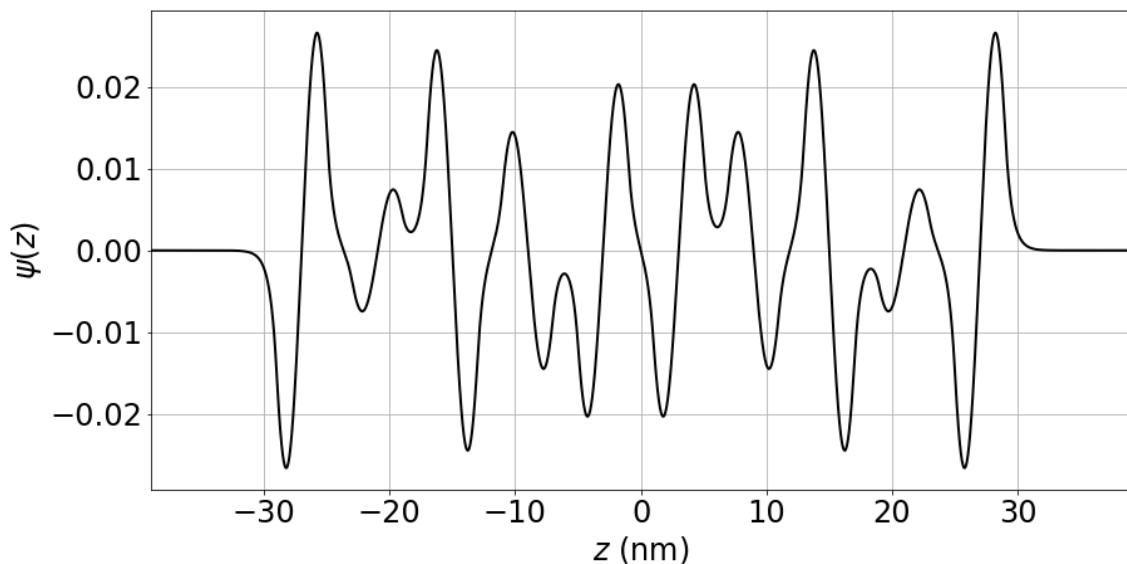
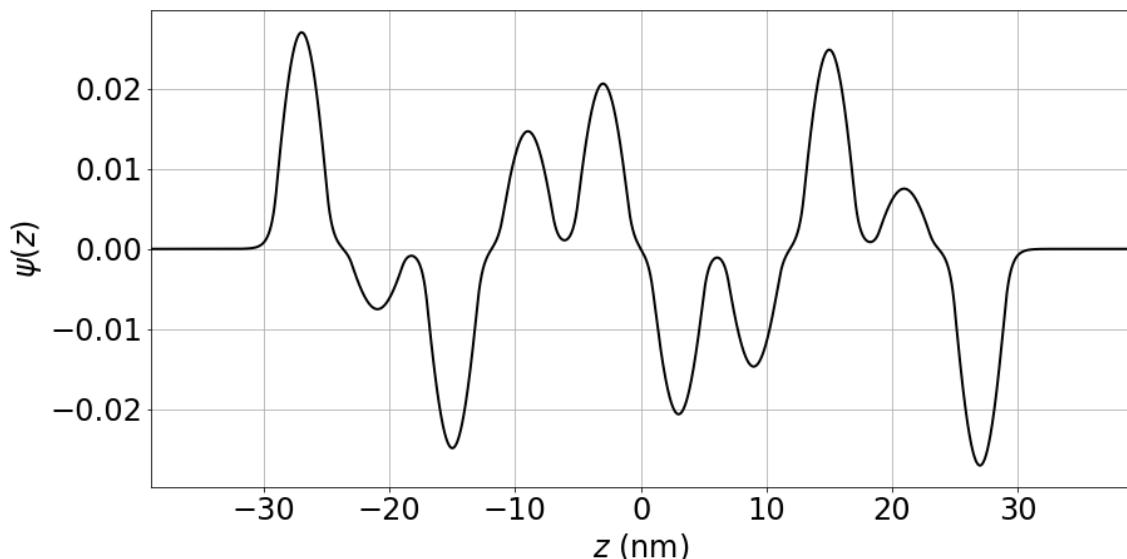
### 16 Opgavene 16-18:

En lagdelt struktur med vekselvis GaAs og AlGaAs gir opphav til et "supergitter" bestående av 10 potensialbrønner (GaAs; bredde 4 nm;  $V = -0.20$  eV) adskilt med tynne barrierer (AlGaAs; bredde 2 nm;  $V = 0$ ):



Potensialet gir opphav til 30 bundne tilstander med tilhørende energier fordelt på tre "bånd" (merket 1, 2 og 3) med 10 tettliggende energiverdier i hvert bånd (horisontale linjer i figuren over). Figurene nedenfor viser tre av disse bundne tilstandene. Hvilke energibånd tilhører disse tilstandene, regnet fra øverste til nederste figur?



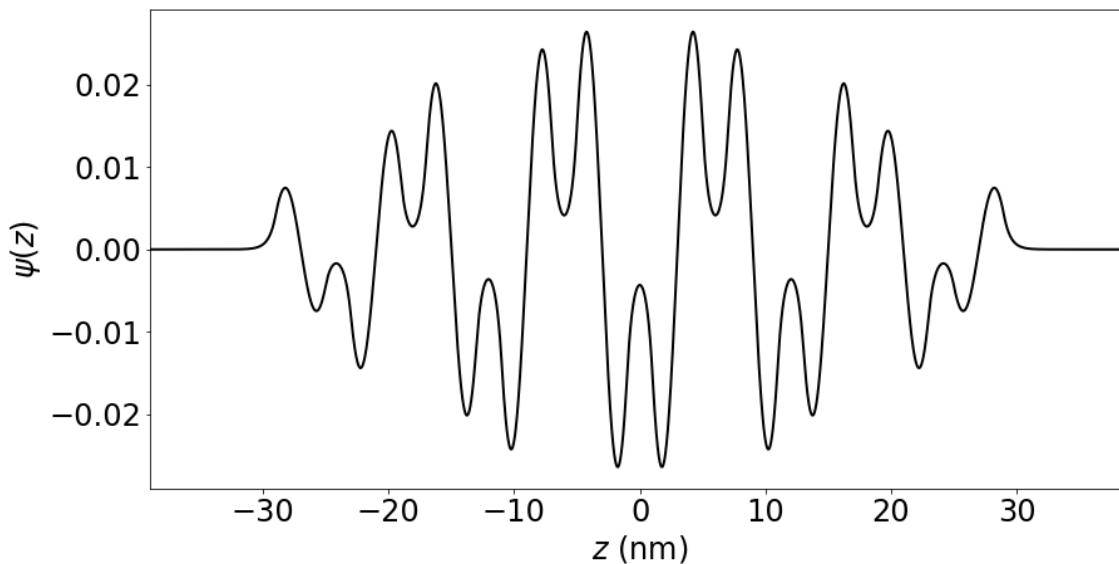


### Velg ett alternativ

- Øverst: 1, Midten:2 , Nederst: 3
- Øverst: 2, Midten:3 , Nederst: 3
- Øverst: 3, Midten:1 , Nederst: 2
- Øverst: 2, Midten:2 , Nederst: 1
- Øverst: 3, Midten:1 , Nederst: 1
- Øverst: 1, Midten:1 , Nederst: 2

Maks poeng: 1

17



Bølgefunksjonene i det "kvasiperiodiske" potensialet i forrige oppgave kan over supergitterets totale utstrekning (dvs på intervallet  $-29 \text{ nm} < z < 29 \text{ nm}$ ) med god tilnærrelse skrives på formen

$$\psi(z) = u(z) \sin kz \quad \text{eller} \quad \psi(z) = u(z) \cos kz$$

der funksjonen  $u(z)$  gjentar seg fra brønn til brønn. (Dette er essensielt Blochs teorem.) Hva er, i enheten nm, omtrent verdien av størrelsen  $2\pi/k$  for bølgefunksjonen i figuren ovenfor?

#### Velg ett alternativ

- 58 nm
- 39 nm
- 6 nm
- 29 nm
- 23 nm
- 116 nm

Maks poeng: 1

- 18 Halvlederstrukturen i oppgave 16 kan brukes til å lage en laser basert på strålingsoverganger fra tilstander i energibånd nr 2 til tilstander i energibånd nr 1 (se nummerering i figur i oppgave 16). Hva blir denne laserens bølgelengde? (Dvs, hva er bølgelengden til de emitterte fotonene?)

**Velg ett alternativ**

**57  $\mu\text{m}$**

**27  $\mu\text{m}$**

**37  $\mu\text{m}$**

**67  $\mu\text{m}$**

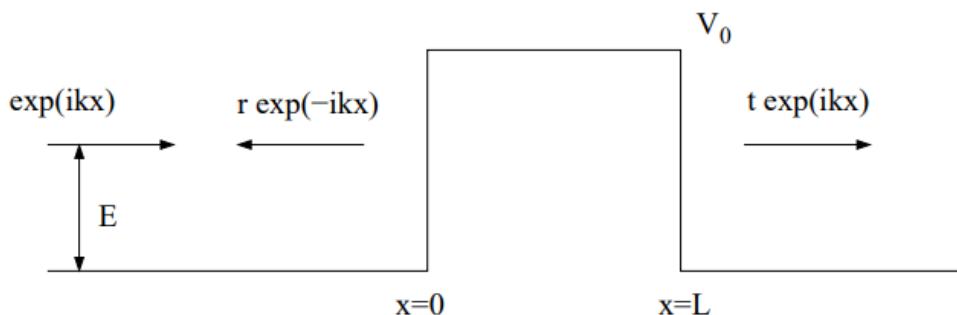
**47  $\mu\text{m}$**

**77  $\mu\text{m}$**

---

Maks poeng: 1

19



Et elektron som kommer inn fra venstre, med veldefinert impuls  $p_i = \hbar k$ , kinetisk energi  $E(k) = \hbar^2 k^2 / 2m^*$  og effektiv masse  $m^*$ , beskrives med den plane bølgen  $\psi_i(x) = \exp(i k x)$

. Elektronet har en viss sannsynlighet for å bli reflektert og en (resterende) sannsynlighet for å bli transmittert. Et reflektert elektron kan beskrives med  $\psi_r(x) = r \exp(-i k x)$  mens et transmittert elektron kan beskrives med  $\psi_t(x) = t \exp(i k x)$  . Dette systemet kan realiseres med lagdelte halvledermaterialer, med f eks AlGaAs som barriere ( $0 < x < L$ ) mellom GaAs "kontakter" ( $x < 0$  og  $x > L$ ). Den angitte potensialprofilen ( $V(x) = 0$  i kontaktene og  $V(x) = V_0$  i barrieren) representerer da laveste tillatte energi for elektroner i ledningsbåndet i det aktuelle materialet. Det oppgis at transmisjonssannsynligheten for  $E \geq V_0$  er

$$T = \left[ 1 + \frac{\sin^2(k_0 L \sqrt{E/V_0 - 1})}{4(E/V_0 - 1)E/V_0} \right]^{-1}$$

Her er  $k_0 = \sqrt{2m^*V_0}/\hbar$ . Anta at  $V_0 = 230$  meV,  $L = 15.0$  nm,  $m^* = 0.067 m_e$  .

Hva er transmisjonssannsynligheten dersom  $E = 1.01 V_0$  ?

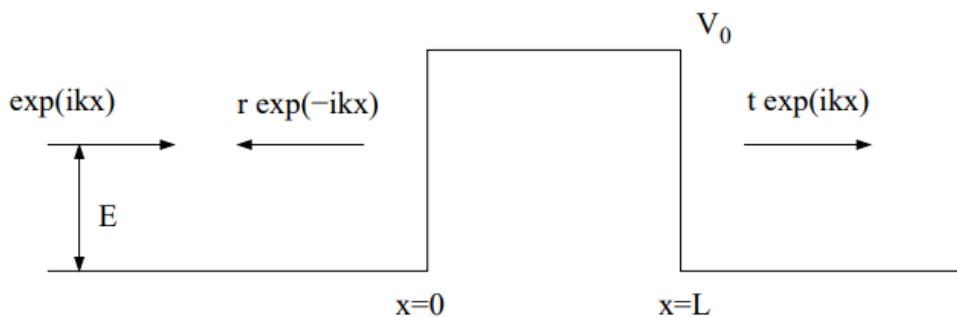
**Velg ett alternativ:**

- 0.728
- 0.329
- 0.837
- 0.057
- 0.530
- 0.998

---

Maks poeng: 1

20



Et elektron som kommer inn fra venstre, med veldefinert impuls  $p_i = \hbar k$ , kinetisk energi  $E(k) = \hbar^2 k^2 / 2m^*$  og effektiv masse  $m^*$ , beskrives med den plane bølgen  $\psi_i(x) = \exp(i k x)$

. Elektronet har en viss sannsynlighet for å bli reflektert og en (resterende) sannsynlighet for å bli transmittert. Et reflektert elektron kan beskrives med  $\psi_r(x) = r \exp(-i k x)$  mens et transmittert elektron kan beskrives med  $\psi_t(x) = t \exp(i k x)$  . Dette systemet kan realiseres med lagdelte halvledermaterialer, med f eks AlGaAs som barriere ( $0 < x < L$ ) mellom GaAs "kontakter" ( $x < 0$  og  $x > L$ ). Den angitte potensialprofilen ( $V(x) = 0$  i kontaktene og  $V(x) = V_0$  i barrieren) representerer da laveste tillatte energi for elektroner i ledningsbåndet i det aktuelle materialet. Anta (som i forrige oppgave)  $V_0 = 230 \text{ meV}$ ,  $m^* = 0.067 m_e$  .

Men her lar vi  $L \rightarrow \infty$  slik at det innkommende elektronet møter på et potensialtrinn med høyde  $V_0$  i posisjon  $x = 0$  . Hva er transmisjonssannsynligheten dersom  $E = 1.11 V_0$  ?

**Velg ett alternativ:**

- 0.837
- 0.728
- 0.530
- 0.998
- 0.329
- 0.057

---

Maks poeng: 1

- 21** I oppgavene 21 - 23 betrakter vi en todimensjonal isotrop harmonisk oscillator,

$$V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 \quad (r^2 = x^2 + y^2)$$

med energiegenfunksjoner

$$(n_x n_y) \equiv \psi_{n_x}(x) \psi_{n_y}(y) \quad (n_x, n_y = 0, 1, 2, \dots)$$

på produktform, med envariabelfunksjoner som i formelvedlegget.

Hva er  $\hat{L}_z$  for tilstanden  $(0 1)$ ?

Oppgitt:  $\hat{L}_z = \frac{\hbar}{i} \left( x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right)$

**Velg ett alternativ:**

**$-\hbar$**

**$-2\hbar$**

**$2\hbar$**

**$\hbar$**

Null

Uskarp

Maks poeng: 1

**22** Hva er  $\langle L_z \rangle$  for tilstanden (1 1) ?

**Velg ett alternativ:**

- $2\hbar$
- $-2\hbar$
- $\hbar$
- $-\hbar$
- Null
- Uskarp

Maks poeng: 1

**23** Hva er  $L^2$  for tilstanden (1 0) ?

Oppgitt:

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

**Velg ett alternativ:**

- $4\hbar^2$
- Uskarp
- $3\hbar^2$
- $2\hbar^2$
- Null
- $\hbar^2$

Maks poeng: 1

- 24 I oppgavene 24 - 25 betrakter vi en todimensjonal anisotrop harmonisk oscillator,

$$V(r) = \frac{1}{2}m(\omega_x^2x^2 + \omega_y^2y^2)$$

med  $\omega_x = \omega$  og  $\omega_y = 3\omega$ , og med energiegenfunksjoner

$$(n_x n_y) \equiv \psi_{n_x}(x) \psi_{n_y}(y) \quad (n_x, n_y = 0, 1, 2, \dots)$$

på produktform, med envariabelfunksjoner som i formelvedlegget.

Hva er (den romlige) degenerasjonsgraden for energinivået  $9\hbar\omega$ ?

**Velg ett alternativ:**

2

4

5

6

1

3

---

Maks poeng: 1

- 25 For denne todimensjonale anisotrope harmoniske oscillatoren,

$$V(r) = \frac{1}{2}m(\omega_x^2x^2 + \omega_y^2y^2)$$

med  $\omega_x = \omega$  og  $\omega_y = 3\omega$ , hva er energien i tilstanden  $(n_x n_y) = (2 3)$ ?

**Velg ett alternativ:**

$11\hbar\omega$

$15\hbar\omega$

$13\hbar\omega$

$9\hbar\omega$

$17\hbar\omega$

$7\hbar\omega$

---

Maks poeng: 1

- 26** I oppgavene 26 - 27 betrakter vi en kubisk potensialboks med sidekanter  $L$ , og med koordinatsystem slik at potensialet er  $V = 0$  for  $0 < x < L$  ,  $0 < y < L$  ,  $0 < z < L$  og  $V = \infty$  ellers. Energiegenfunksjonene er da

$$(n_x n_y n_z) \equiv \psi_{n_x}(x) \psi_{n_y}(y) \psi_{n_z}(z) \quad (n_x, n_y, n_z = 1, 2, 3, \dots)$$

dvs på produktform, med envariabelfunksjoner som i formelvedlegget. Dersom "terningen" er tilstrekkelig liten, kan vi ikke helt se bort fra at elektronenes kinetiske energi er kvantisert, i hvert fall ikke ved tilstrekkelig lave temperaturer. Dersom  $L = 2.0 \text{ nm}$ , hva er kinetisk energi for et elektron (masse  $m_e$ ) som befinner seg i tilstanden (1 2 3)?

**Velg ett alternativ:**

- 2.52 eV
- 9.42 eV
- 1.31 eV
- 3.36 eV
- 6.44 eV
- 4.67 eV

Maks poeng: 1

- 27** I denne oppgaven bruker vi potensialboksen som modell for valenselektronene i et metall. Anta en kubisk metallbit med  $n = N/V = 8.5 \cdot 10^{28}$  frie elektroner pr kubikkmeter. Hva er energien til de mest energirike elektronene, den såkalte Fermienergien  $E_F$ ?  
Du kan anta lav temperatur, og vi minner om Pauliprinsippet.

Oppgitt: I tre dimensjoner er tilstandstettheten for frie elektroner (dvs antall enpartikkeltilstander pr energienhet, inklusive spinndegenerasjonen  $g_s = 2$ ) gitt ved uttrykket

$$\frac{\pi}{2} \left( \frac{2m_e}{\pi^2 \hbar^2} \right)^{3/2} V \sqrt{E}. \text{ Her er systemets volum } V = L^3 \text{ tilstrekkelig stort til at energispekteret kan betraktes som kontinuerlig.}$$

**Velg ett alternativ:**

- 4.58 eV
- 7.00 eV
- 5.23 eV
- 5.85 eV
- 6.44 eV
- 3.87 eV

Maks poeng: 1

- 28** I oppgavene 28 - 29 betrakter vi en tredimensjonal isotrop harmonisk oscillator,

$$V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 \quad (r^2 = x^2 + y^2 + z^2)$$

med energiegenfunksjoner

$$(n_x n_y n_z) \equiv \psi_{n_x}(x) \psi_{n_y}(y) \psi_{n_z}(z) \quad (n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2, \dots)$$

på produktform, med envariabelfunksjoner som i formelvedlegget, og med energiegenverdier

$$E_{n_x n_y n_z} = (n_x + n_y + n_z + 3/2)\hbar\omega$$

Det **effektive** potensialet er da

$$V_{\text{eff}}^{(l)}(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}$$

Dersom partikkelen har skarp dreieimpuls (kvadrert) lik  $L^2 = 2\hbar^2$ , hva er minimumsverdien til det effektive potensialet?

**Velg ett alternativ:**

**2.45  $\hbar\omega$**

**1.41  $\hbar\omega$**

**3.46  $\hbar\omega$**

**4.47  $\hbar\omega$**

**5.48  $\hbar\omega$**

**6.48  $\hbar\omega$**

Maks poeng: 1

- 29 Anta at partikkelen befinner seg i en stasjonær tilstand med energi  $E = 21\hbar\omega/2$  og dreieimpuls (kvadrert) lik  $L^2 = 20\hbar^2$ . Hvor nært origo kan partikkelen komme, sett fra et klassisk synspunkt, og uttrykt i enheter av størrelsen  $\sqrt{\hbar/m\omega}$ ? (Med andre ord: Hva er den indre klassiske venderadien?)

**Velg ett alternativ:**

1.216

1.000

1.128

1.516

1.058

1.335

---

Maks poeng: 1

**30** Opgavene 30 - 34 dreier seg om tilstander i hydrogenatomet,

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \phi)$$

For et elektron i tilstanden med  $n = 10$ ,  $l = 8$ ,  $m = 1$ , hva er vinkelen mellom  $xy$ -planet og dreieimpulsvektoren  $\mathbf{L}$ ?

**Velg ett alternativ:**

16°

45°

50°

7°

42°

11°

---

Maks poeng: 1

**31** Hvor mange nullpunkter har radialfunksjonen  $R_{nl}(r)$  dersom  $n = 6$  og  $l = 3$ ?  
(Her teller vi ikke med "nullpunktet" i  $r \rightarrow \infty$  eller et eventuelt nullpunkt i  $r = 0$ .)

**Velg ett alternativ:**

4

2

5

1

0

3

---

Maks poeng: 1

**32** Hvor er nullpunktene til radialfunksjonen  $R_{nl}(r)$  dersom  $n = 5$  og  $l = 2$ ?

Oppgitt:

$$R_{52} = \frac{84}{1875\sqrt{70}a_0^{3/2}} \left(1 - \frac{2r}{15a_0} + \frac{2r^2}{525a_0^2}\right) \left(\frac{r}{a_0}\right)^2 \exp(-r/5a_0)$$

**Velg ett alternativ:**

- $r \simeq 5.53a_0$  og  $r \simeq 14.47a_0$
- $r \simeq 3.01a_0$  og  $r \simeq 9.42a_0$
- $r \simeq 2.83a_0$  og  $r \simeq 4.15a_0$
- $r \simeq 0.66a_0$  og  $r \simeq 1.11a_0$
- $r \simeq 1.90a_0$  og  $r \simeq 7.10a_0$
- $r \simeq 10.89a_0$  og  $r \simeq 24.11a_0$

Maks poeng: 1

**33** Hva er  $L_x$  i tilstanden  $\frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{21-1} - \psi_{211})$ ?

**Velg ett alternativ:**

- $-2\hbar$
- 0
- $\hbar$
- Uskarp
- $2\hbar$
- $-\hbar$

Maks poeng: 1

34 Hva er  $L_x$  i tilstanden  $\psi_{65-2}$ ?

**Velg ett alternativ:**

**-3 $\hbar$**

0

**3 $\hbar$**

**-2 $\hbar$**

Uskarp

**2 $\hbar$**

---

Maks poeng: 1

**35 Opgave 35 - 38: Spinn-1/2-partikkelen.**

En partikkelen med spinn 1/2 befinner seg i spinntilstanden

$$\chi = A \begin{pmatrix} 2 - 3i \\ 4 + 5i \end{pmatrix}$$

Dersom normaliseringskonstanten  $A$  velges som et positivt reelt tall, hva er dens verdi?

**Velg ett alternativ**

$1/\sqrt{45}$

$1/\sqrt{63}$

$1/\sqrt{39}$

$1/\sqrt{54}$

$1/\sqrt{31}$

$1/\sqrt{70}$

---

Maks poeng: 1

**36** En partikkel med spinn 1/2 befinner seg i den normerte spinntilstanden

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix}$$

Hva er  $S_y$  for denne partikkelen?

**Velg ett alternativ**

- $\hbar$
- Null
- $\hbar/2$
- $-\hbar/2$
- $-\hbar$
- Uskarp

---

Maks poeng: 1

37 En partikkel med spinn 1/2 befinner seg i den normerte spinntilstanden

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{30}} \begin{pmatrix} 3i + 1 \\ 4i - 2 \end{pmatrix}$$

Hva er  $\langle S_x \rangle$  for denne partikkelen?

**Velg ett alternativ**

- $\hbar$
- $-\hbar/3$
- $\hbar/3$
- $\hbar/6$
- $-\hbar/6$
- $-\hbar$

---

Maks poeng: 1

**38** En partikkel med spinn 1/2 befinner seg i den (unormerte) spinntilstanden

$$\chi = \binom{4 - 2i}{i + 7}$$

Hva er sannsynligheten for å måle  $S_z = +\hbar/2$  for denne partikkelen?

**Velg ett alternativ:**

- 0.333
- 0.540
- 0.241
- 0.286
- 0.161
- 0.111

Maks poeng: 1

**39** Hva er kommutatoren  $[\hat{p}_x^3, \hat{p}_y]$  ?

**Velg ett alternativ:**

- Null
- $\hat{p}_z^3$
- $\hat{p}_z^2$
- $\hbar^4$
- $-\hat{p}_z^4$
- $-\hat{p}_z$

Maks poeng: 1

40 Hva er kommutatoren  $[\hat{L}_y, z^2]$  ?

Velg ett alternativ:

$2i\hbar xz$

$i\hbar x$

$i\hbar y$

$i\hbar z$

$2i\hbar xy$

$2i\hbar yz$

---

Maks poeng: 1