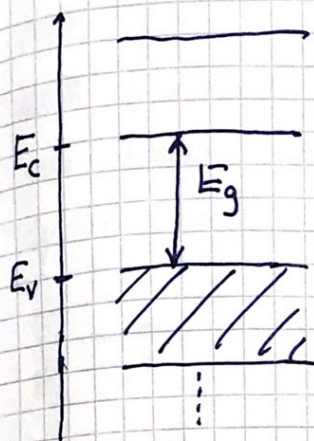


Hvis Z er partall: $Z/2$ fulle energibånd, resten tomme. (67)

Valensbåndet = øverste bånd med elektroner

Ledningsbåndet = nederste bånd uden elektroner



Conduction band

Båndgapet: $E_g = E_c - E_v$

Valence band

Isolator hvis $E_g \gtrsim 4 \text{ eV}$

Halvleder hvis $E_g \lesssim 4 \text{ eV}$.

Ved $T = 0 \text{ K}$ er en halvleder en isolator.

Økende temp. $T \Rightarrow$ elektroner eksiteres termisk, fra okkuperede tilstande med $E \approx E_v$, til ledige tilstande med $E \approx E_c$.

Si: $E_g \approx 1.1 \text{ eV}$

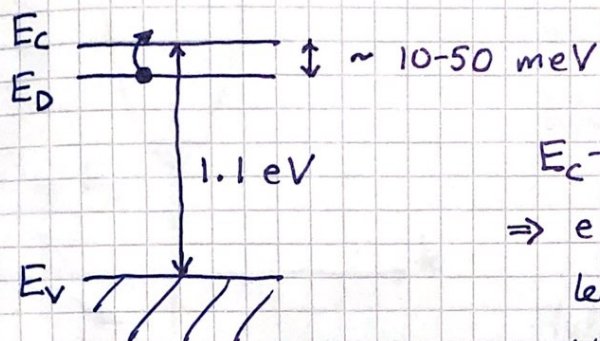
$\Rightarrow$ Ved 300 K ($k_B T = 25 \text{ meV}$) er svært få elektroner eksiteret til ledningsbåndet i rent Si.

(68)

Doping av halvledere :

En liten andel av Si-atomene erstattes av atomer med 5 (N, P, As, Sb, Bi) eller 3 (B, Al, Ga, In, Tl) valenselektroner.

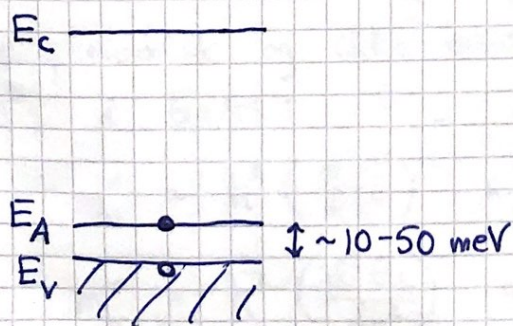
Med N, P, ... : 4 valenselektroner inngår i elektronpar og danner bindinger med 4 Si-naboer. Nr 5 har høyere energi (dvs: er løst bundet til dopeatomet), typisk bare noen titalls meV under E_c :



$$E_c - E_D \sim k_B T$$

$\Rightarrow$ elektronet eksiteres lett til ledig tilstand i valensbåndet; blir essensielt et fritt elektron

Med B, Al, ... : De 3 valenselektronene danner bindinger med 3 av 4 Si-naboer. Binding nr 4 dannes ved å ta et elektron fra valensbåndet :



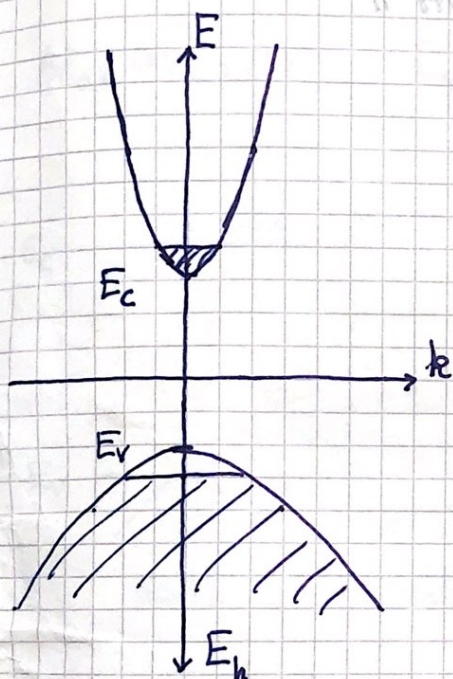
Dopeatomet har en ledig tilstand med energi E_A , like over E_v

$\Rightarrow$ et elektron eksiteres lett til denne ledige tilstanden, og blir bundet til dopeatomet; etterlater seg et fritt hull i valensbåndet

E_D : Donornivå. Et elektron doneres til ledningsbåndet. (69)

E_A : Akseptornivå. Et elektron aksepteres fra valensbåndet.

Dispersjonsrelasjonen $E(k)$ er typisk kvadratisk nær $k=0$ i halvledere, både ved bunnen av ledningsbåndet og ved toppen av valensbåndet; f.eks i GaAs:



Elektroner i tilstander nær bunnen av ledningsbåndet:

$$E(k) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*}$$

Hull, dvs ledige tilstander, nær toppen av valensbåndet:

$$E_h(k) = E_v + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*}$$

(økende nedover)

Partiklene er "som frie partikler", men siden potensialet er periodisk og ikke konstant, har de effektive masser m^* , i GaAs:

$$m_e^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1} \approx 0.067 m_e$$

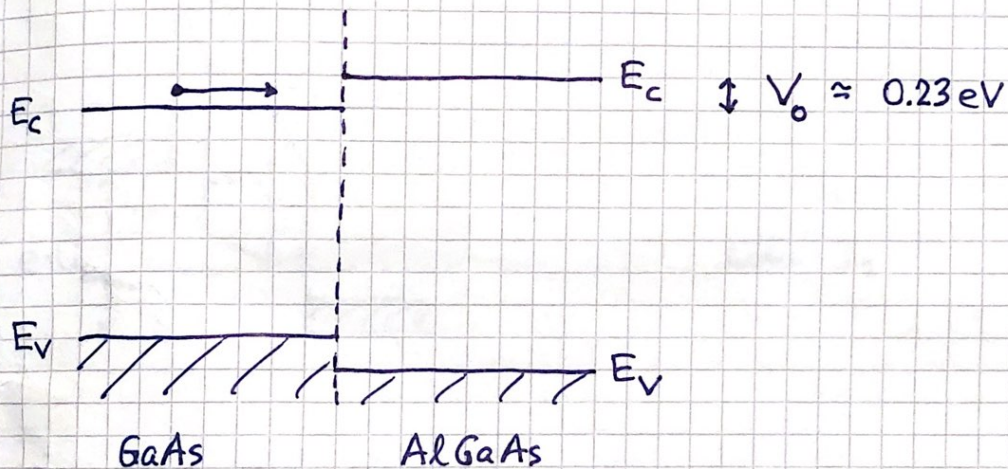
$$m_h^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E_h}{dk^2} \right)^{-1} \approx 0.45 m_e$$

Ulike halvledere har ulike båndgap. Dermed kan tynne ⁽⁷⁰⁾ potensialbarrierer og -brønner (stykkeris konstante potensialer) lages med tynne lag av ulike halvledere som skjøtes sammen.

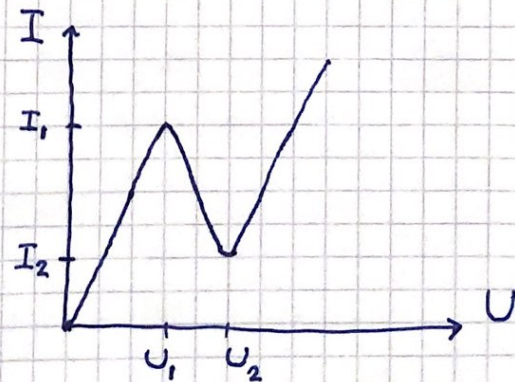
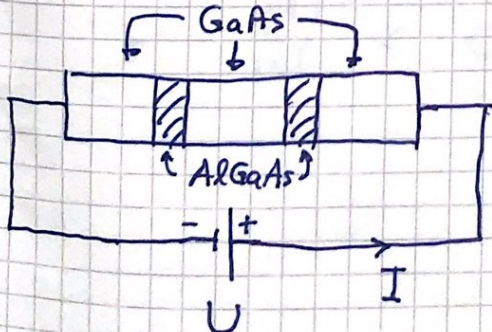
Konkret eksempel:

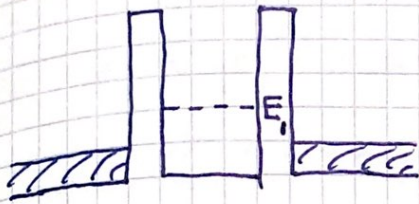
$$\text{GaAs} : E_g = 1.43 \text{ eV} \quad (\text{ved } 300 \text{ K})$$

$$\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As} : E_g = 1.84 \text{ eV}$$



Resonant tunnelling eksperimentelt:



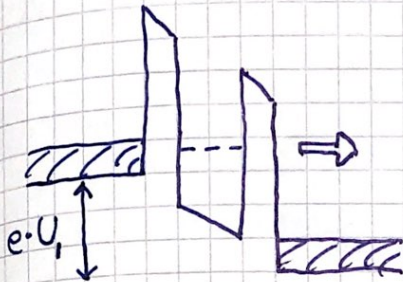


$$T(E_F) \approx 1$$

(71)

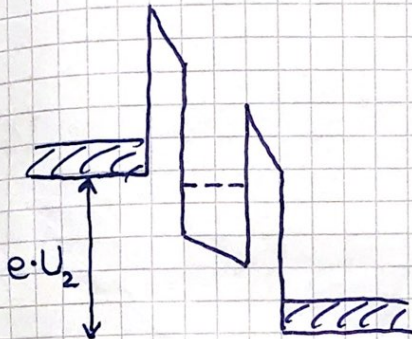
$$U = 0$$

$$I = 0$$



$$U = U_1$$

Stor I_1 pga resonant
tunnelering



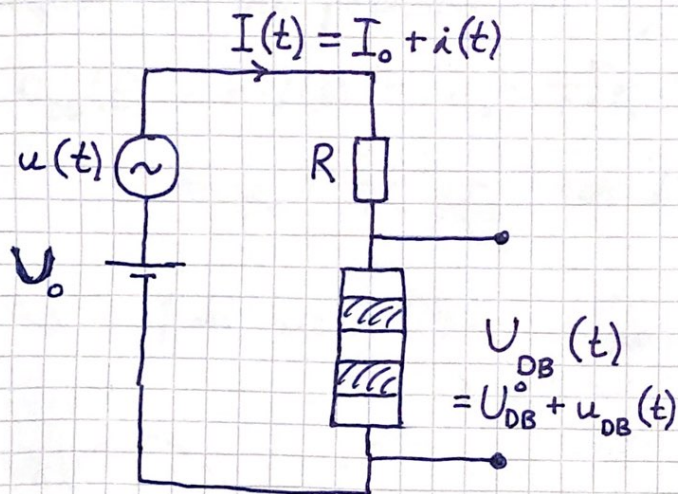
$$U = U_2$$

Liten I_2

⇒ Område med negativ differensiell resistans
mellom U_1 og U_2 :

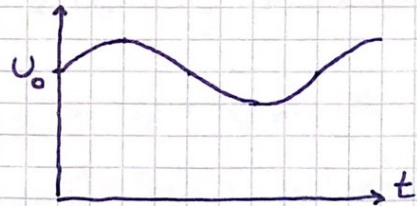
$$r = \frac{\partial U}{\partial I} < 0$$

Eks : Spenningsforsterker

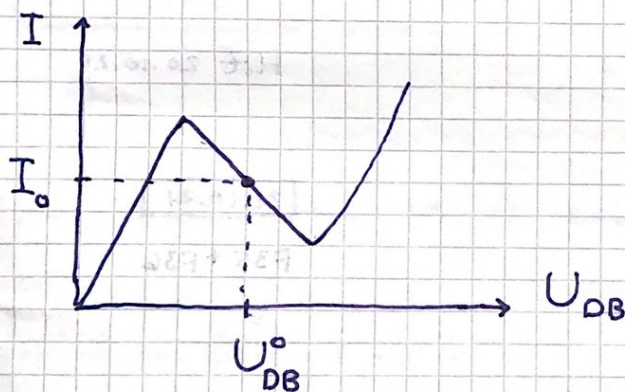


Påtrykt spenning:

$$U(t) = U_0 + u(t) \\ = U_0 + u_0 \sin \omega t$$



Hvis/Når $u(t) = 0$: $U_0 = RI_0 + U_0^{DB}$



Omkring U_{DB}^0 :

$$\frac{\partial I}{\partial U_{DB}} = \frac{1}{r} < 0$$

Kirchhoffs regler gir nå

$$\begin{aligned} U_0 + u_0 \sin \omega t &= R(I_0 + i(t)) + U_{DB}^0 + u_{DB}(t) \\ &= RI_0 + Ri(t) + U_{DB}^0 + r i(t) \\ &= U_0 + (R+r)i(t) \end{aligned}$$

Vå velger $R < |r|$, slik at $u(t) > 0$ gir $i(t) < 0$:

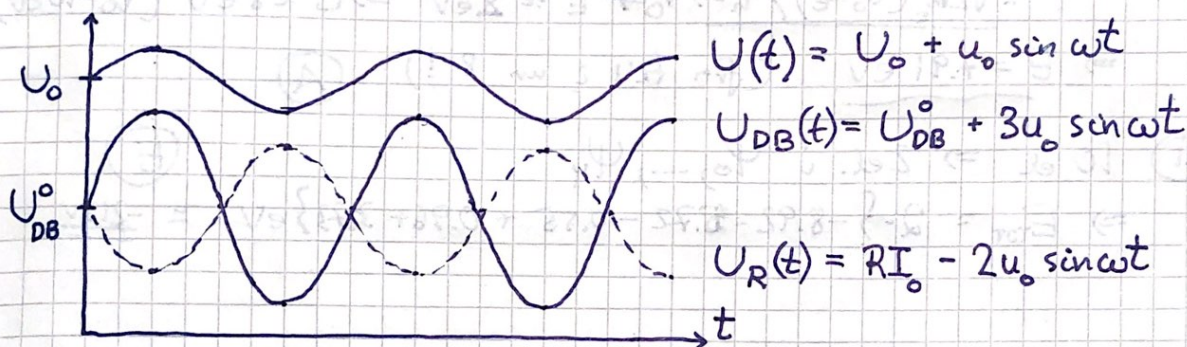
$$i(t) = \frac{u_0}{R+r} \sin \omega t = -\frac{u_0}{|r|-R} \sin \omega t$$

AC-signalet over dobbeltbarrieren blir en forsterket utgave av det påtrykte AC-signalet:

$$U_{DB}(t) = r \cdot i(t) = u_0 \cdot \frac{r}{r+R} \sin \omega t$$

$$= u_0 \cdot \frac{1}{1 - R/|r|} \cdot \sin \omega t$$

Hvis vi f.eks. antar $RI_0 = U_{DB}^0 = \frac{1}{2} U_0$ og $R = \frac{2}{3}|r|$:

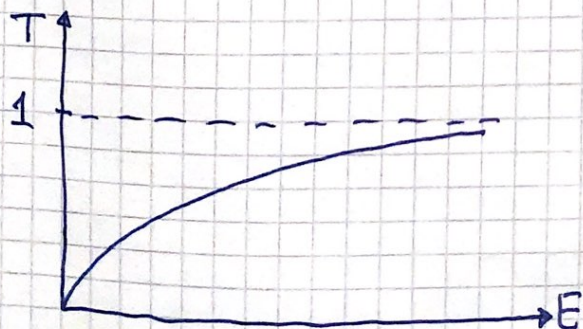


Et par andre eksakt løsbare eksempler:

δ -barriere, evt. δ -brønn

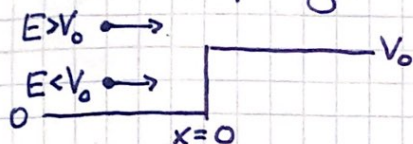
$V(x) = -\beta \delta(x)$; brønn når $\beta > 0$, barriere når $\beta < 0$

"Matching" av ψ i $x=0$, samt sprang i $\frac{d\psi}{dx}$ i $x=0$ (s. 46)
 gir $t = (1 + m\beta/ik\hbar^2)^{-1}$ og $T(E) = (1 + m\beta^2/2E\hbar^2)^{-1}$

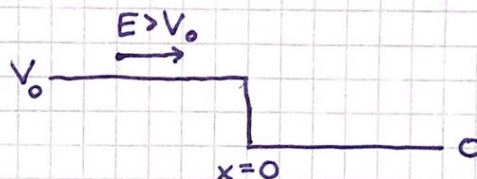


Merk at $T(E)$ er den samme for brønn og barriere!

(74)

Potentialsprang

eller



Matching av Ψ og $d\Psi/dx$ i $x=0$ gir:

For $E > V_0$: $r = \frac{k-q}{k+q}$, $t = \frac{2k}{k+q}$;

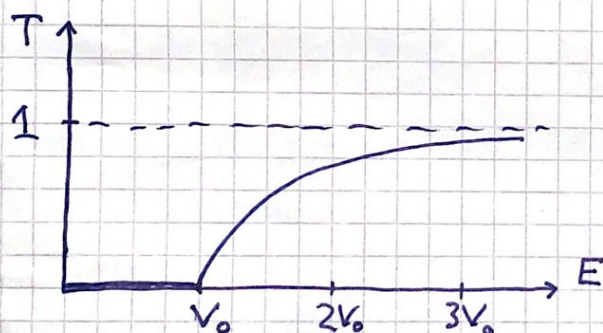
$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$q^2 = \frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}$$

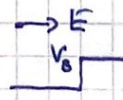
$$R = |j_r|/j_i = |r|^2 = \left(\frac{k-q}{k+q}\right)^2$$

$$T = j_t/j_i = |t|^2 \cdot q/k = \frac{4kq}{(k+q)^2} \quad (\text{fordi } j_t = |t|^2 \cdot \frac{\hbar q}{m})$$

For $E < V_0$: $T=0$ og $R=1$ (selvfølgelig)



For $E > V_0$ er $T(E)$ den samme for



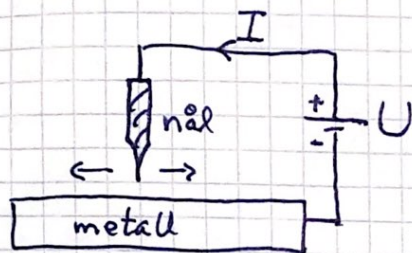
og



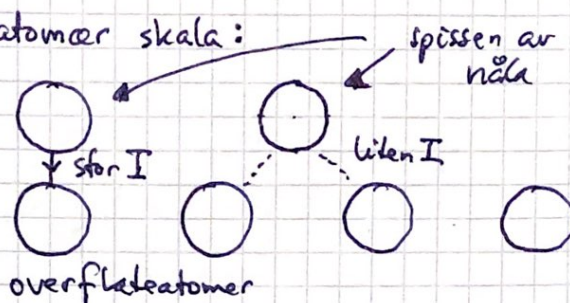
som med δ -potensialet.

Noen flere anvendelser:

- STM: Scanning Tunneling Microscope



På atomær skala:



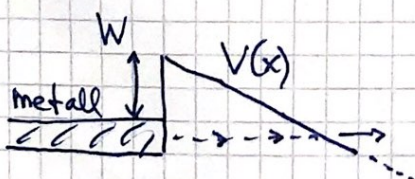
$I \sim T$, og transm. sanns. avtar eksponentielt med avstanden L mellom nål og nærmeste overflateatom; $T \sim \exp(-2\pi e L)$
Kjører nål horisontelt, måler $I(x, y)$ og avbilder overflaten med atomær oppløsning!

Nobelprisen i fysikk 1986, Binnig og Rohrer

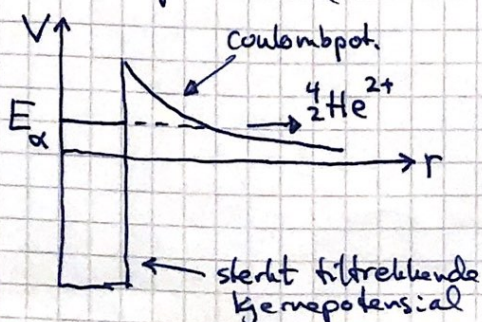
youtube: A boy and his atom

- Feltemisjon: Alternativ til fotel. effekt for å rive elektroner ut av metalloverflate.

$$\vec{E} = -dU/dx = \frac{1}{e} dV/dx$$



- α -stråling: Ustabil atomkjerne sender spontant ut α -partikkel
Modellpotensial (Gamow 1928):



Forklæres som tunnelering ut av kjernen, fra metastabil tilstand med energi E_α