
Oppgave 1–3: Stråling.

1) Sammenhengen mellom et legemes temperatur T og frekvensen ν der $dj/d\nu$ (dvs utsendt effekt pr flateenhet og pr frekvensenhet) har sin maksimale verdi er $\nu/T = 58.76$ GHz/K. Dette resultatet utledes ved å sette $d(dj/d\nu)/d\nu = 0$ og løse den transcendente ligningen $x = 3 - 3e^{-x}$ for den dimensjonsløse størrelsen $x = h\nu/k_B T$.

Hvilken verdi av x gir best samsvar med at $\nu/T = 58.76$ GHz/K?

A) 2.8 B) 2.5 C) 2.2 D) 1.9 E) 1.6 F) 1.3

2) Ligningen $x = 3 - 3e^{-x}$ kan løses iterativt, dvs $x_{i+1} = 3 - 3e^{-x_i}$, for eksempel med startverdi $x_0 = 1$ på høyre side.

Hvor mange ganger må høyre side beregnes for å få verdien av x med 2 gjeldende sifre?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9 F) 11

3) Overflaten til ei kule med diameter 10 cm stråler som et svart legeme med temperatur 100°C . Hva er total emittert effekt?

A) 15 W B) 19 W C) 23 W D) 27 W E) 31 W F) 35 W

4) En partikkel med masse m beveger seg med hastighet $v = c/2$.

Hva blir feilen i partikkelens kinetiske energi (i absoluttverdi) dersom du regner ikke-relativistisk?

A) $0.070mc^2$ B) $0.060mc^2$ C) $0.050mc^2$ D) $0.040mc^2$ E) $0.030mc^2$ F) $0.020mc^2$

Oppgave 5–9: Partikkel i boks.

Et elektron er begrenset til å bevege seg i en dimensjon, mellom $x = 0$ og $x = L = 24 \text{ Å}$. Potensialet er $V = 0$ for $0 < x < L$ og $V = \infty$ ellers.

5) Hva er elektronets bølgelengde i grunntilstanden?

- A) 32 Å B) 64 Å C) 48 Å D) 24 Å E) 8 Å F) 16 Å

6) Hva er bølgelengden til et foton som emitteres når elektronet gjennomgår en strålingsovergang fra 1. eksiterte tilstand til grunntilstanden?

- A) $3.7 \mu\text{m}$ B) $4.6 \mu\text{m}$ C) $5.5 \mu\text{m}$ D) $6.4 \mu\text{m}$ E) $7.3 \mu\text{m}$ F) $8.2 \mu\text{m}$

7) Med normert starttilstand $\Psi(x, 0) = 1/\sqrt{L}$, hva er sannsynligheten for at en måling av elektronets energi gir verdien E_1 ?

- A) 0.63 B) 0.69 C) 0.75 D) 0.81 E) 0.87 F) 0.93

8) Anta at elektronet ved tidspunktet $t = 0$ er preparert i en starttilstand beskrevet ved den normerte bølgefunksjonen

$$\Psi(x, 0) = \sqrt{\frac{1}{L}} \exp(i\pi x/L).$$

Hva er sannsynligheten for at en måling av elektronets energi gir verdien E_1 ?

Oppgitt: $\int \cos z \sin 2z \, dz = -\frac{2}{3} \cos^3 z$

- A) 0.20 B) 0.35 C) 0.50 D) 0.65 E) 0.80 F) 0.95

9) Anta nå at elektronet beskrives av den ikke-stasjonære (men normerte) bølgefunksjonen

$$\Psi(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \psi_n(x) e^{-iE_n t/\hbar} \quad \text{med} \quad c_n = \frac{3\sqrt{10}}{n^2 \pi^2}.$$

Hva er sannsynligheten for at en måling av partikkelens energi gir en verdi som er større enn 0.3 eV ?

- A) 1.8% B) 3.1% C) 4.4% D) 5.7% E) 7.0% F) 8.3%

Oppgave 10–14: Molekylet CO.

Vibrasjonsfrihetsgraden til CO (karbonmonoksid) kan ved lave og moderate temperaturer beskrives ganske godt med potensialet $V(x) = m\omega^2 x^2/2$, der x representerer utsvinget fra likevekt, dvs forlengelsen ($x > 0$) eller forkortelsen ($x < 0$) av bindingslengden mellom C og O. Bindingslengden i CO i likevekt er 143 pm. Molekylets reduserte masse er $m = 6.86u$. Fjærkonstanten er $k = m\omega^2 = 1860$ N/m.

10) Hva er maksimalt klassisk utsving fra likevekt når molekylet vibrerer i første eksiterte tilstand $\psi_1(x)$ med vibrasjonsenergi $3\hbar\omega/2$?

- A) 3.5 pm B) 4.7 pm C) 5.9 pm D) 7.1 pm E) 8.3 pm F) 9.5 pm

11) Anta at strålingsoverganger bare kan skje mellom vibrasjonsnivåer med energi E_n og $E_{n\pm 1}$. Hva er frekvensen til et emittert eller absorbert foton i en slik prosess?

- A) 46.5 THz B) 55.4 THz C) 64.3 THz D) 73.2 THz E) 82.1 THz F) 91.0 THz

12) Faktoren $\exp(\hbar\omega/k_B T)$ gir forholdet mellom sannsynligheten for å finne oscillatoren henholdsvis i grunntilstanden og i 1. eksiterte tilstand.

Hvor stort er dette forholdet for CO-molekylet ved temperatur 77 K?

- A) $2.2 \cdot 10^{14}$ B) $2.2 \cdot 10^{17}$ C) $2.2 \cdot 10^{20}$ D) $2.2 \cdot 10^{23}$ E) $2.2 \cdot 10^{26}$ F) $2.2 \cdot 10^{29}$

13) Et mer realistisk potensial for å beskrive vibrasjonsbevegelsen i CO-molekylet er

$$V_M(x) = V_0 (1 - e^{-x/\xi})^2,$$

det såkalte Morse-potensialet. For små utsving fra likevekt, $|x| \ll \xi$, sammenfaller $V_M(x)$ med det harmoniske potensialet $V(x)$. Med $V_0 = 11.1$ eV,

hvilken verdi av ξ gir samsvar mellom $V_M(x)$ og $V(x)$ i grensen $|x| \ll \xi$?

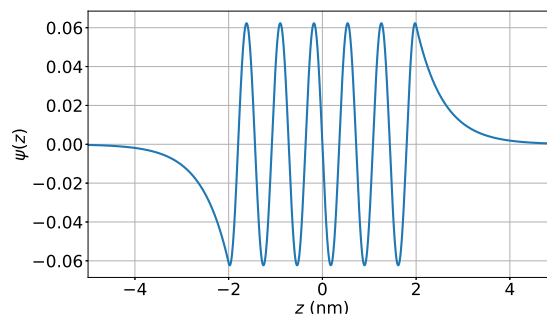
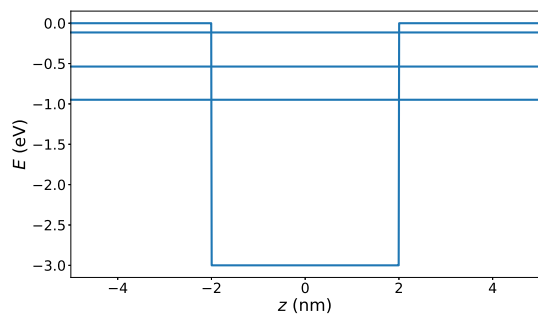
- A) 34.6 pm B) 43.7 pm C) 52.8 pm D) 61.9 pm E) 70.0 pm F) 79.1 pm

14) Som sagt er bindingslengden i likevekt i CO 143 pm. Dersom vi betrakter molekylet som en stiv rotator, hva er energiforskjellen mellom nest laveste og tredje laveste rotasjonstilstand? Oppgitt: C og O har masse hhv ca 12u og 16u.

- A) 0.59 eV B) 0.59 meV C) 0.59 μ eV D) 0.59 neV E) 0.59 peV F) 0.59 feV

Oppgave 15–17: Elektron i endelig potensialbrønn.

En potensialbrønn har dybde 3.00 eV og bredde 4.00 nm. Potensialet er illustrert i figuren til venstre, sammen med energien til de 3 øverste bundne tilstandene (horisontale linjer).



15) Tilstanden som vises i figuren til høyre er den bundne tilstanden med høyest energi, $E = -115$ meV. **Hvor mange bundne tilstander er det i denne potensialbrønnen?**

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12 F) 14

16) Hva er kinetisk energi for et elektron i potensialbrønnens grunntilstand?

- A) 21 meV B) 32 meV C) 43 meV D) 54 meV E) 65 meV F) 76 meV

17) Bølgefunksjonen i figuren til høyre avtar eksponentielt i det klassisk forbudte området, på formen $\exp(-\kappa z)$.

Hva er verdien av κ , i enheten nm^{-1} ?

- A) 0.54 B) 0.94 C) 1.34 D) 1.74 E) 2.14 F) 2.54

Oppgave 18–23: Isotrop todimensjonal harmonisk oscillator.

En isotrop todimensjonal harmonisk oscillator, $V(x, y) = m\omega^2(x^2 + y^2)/2$, har tillatte energier $E_N = (N + 1)\hbar\omega$, med $N = n_x + n_y$, der $n_x, n_y = 0, 1, \dots$. Energiegenfunksjonene er

$$\psi_{n_x n_y}(x, y) = \psi_{n_x}(x)\psi_{n_y}(y),$$

dvs på produktform, med funksjoner av x og y som i formelvedlegget.

18) Hva er (den ”orbitale”) degenerasjonsgraden til energinivået E_{10} ?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13 F) 15

19) Hva er L^2 for en partikkel i tilstanden ψ_{11} ? (Dvs $n_x = 1$ og $n_y = 1$.)

- A) Null B) $\hbar^2/2$ C) Uskarp D) $\hbar^2$ E) $2\hbar^2$ F) $4\hbar^2$

20) Hva er L_z for en partikkel i tilstanden ψ_{11} ?

- A) Null B) $\hbar/2$ C) Uskarp D) $\hbar$ E) $2\hbar$ F) $4\hbar$

21) Hva er $\langle L_z \rangle$ for en partikkel i tilstanden ψ_{11} ?

- A) Null B) $\hbar/2$ C) Uskarp D) $\hbar$ E) $2\hbar$ F) $4\hbar$

22) Hvilken av disse tilstandene (ikke normerte) har $L_z = 0$?

- A) ψ_{11} B) ψ_{00} C) $\psi_{10} - \psi_{01}$
D) $\psi_{10} + i\psi_{01}$ E) $\psi_{20} - \psi_{02}$ F) $\psi_{20} + i\psi_{02}$

23) Sju identiske fermioner, uten innbyrdes vekselvirkning, med spinn $S = \sqrt{s(s+1)}\hbar$ og $s = 1/2$ befinner seg i dette todimensjonale oscillatorpotensialet. Hva er systemets totale energi i grunntilstanden?

- A) $11\hbar\omega$ B) $13\hbar\omega$ C) $15\hbar\omega$ D) $17\hbar\omega$ E) $19\hbar\omega$ F) $21\hbar\omega$

Oppgave 24–26: Elektron(er) i todimensjonal boks.

Energiniivåene for elektroner (fermioner; to spinntilstander for hver romlige orbital) i en todimensjonal kvadratisk boks med sidekanter L er

$$E = E_0 (n_x^2 + n_y^2).$$

Her er $E_0 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_e L^2}$, og kvantetallene n_x, n_y er positive heltall.

24) Hva er total degenerasjonsgrad (inklusive spinndegenerasjon) til energinivået $18E_0$?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10 F) 12

25) Hvilken av disse energiene *kan* et elektron ha i dette systemet?

- A) $11E_0$ B) $12E_0$ C) $13E_0$ D) $14E_0$ E) $15E_0$ F) $16E_0$

26) Anta at boksen har sidekanter $L = 50 \text{ Å}$ og inneholder 7 ikkevekselvirkende elektroner. Hva er disse elektronenes totale energi når systemet er i sin grunntilstand?

- A) 148 meV B) 258 meV C) 368 meV D) 478 meV E) 588 meV F) 698 meV

Oppgave 27–29: Hydrogenatomet.

Et elektron befinner seg i en av energiegentilstandene i hydrogenatomet,

$$\psi_{200}(\mathbf{r}) = R_{20}(r)Y_{00}(\theta, \phi)$$

med radialfunksjon R_{20} og vinkelfunksjon Y_{00} som i formelvedlegget.

27) For hvilken verdi av r er $|\psi_{200}|^2$ maksimal?

- A) $r = 0$ B) $r = a_0$ C) $r = 2a_0$ D) $r = 3a_0$ E) $r = 4a_0$ F) $r = 6a_0$

28) Hva er z -komponenten av elektronets dreieimpuls, L_z ?

- A) $-2\hbar$ B) $-\hbar$ C) 0 D) $\hbar/2$ E) $\hbar$ F) $2\hbar$

29) Elektronet gjennomgår en strålingsovergang fra ψ_{200} til ψ_{411} . Hva er bølgelengden til det absorberte fotonet?

- A) 285 nm B) 335 nm C) 385 nm D) 435 nm E) 485 nm F) 535 nm

Oppgave 30–31: Kollisjon med potensialtrinn.

Et elektron kommer inn fra venstre og møter i posisjon $x = 0$ et potensialtrinn med høyde $V_0 > 0$. Mer presist er potensialet $V(x) = 0$ for $x < 0$ og $V(x) = V_0$ for $x > 0$. Det innkommende elektronet har veldefinert impuls $p_i = \hbar k$ og (kinetisk) energi $E(k) = \hbar^2 k^2 / 2m_e$. Innkommende bølge er $\psi_i(x) = \exp(ikx)$, mens reflektert bølge er $\psi_r(x) = r \exp(-ikx)$. I området $x > 0$ er bølgefunksjonen $\psi_t(x) = t_1 \exp(ikx)$ hvis $E > V_0$ og $\psi_t(x) = t_2 \exp(-\kappa x)$ hvis $E < V_0$. Her er $q^2 = 2m_e(E - V_0)/\hbar^2$ og $\kappa^2 = 2m_e(V_0 - E)/\hbar^2$.

30) Hva er transmisjonssannsynligheten når $E = 3V_0/4$?

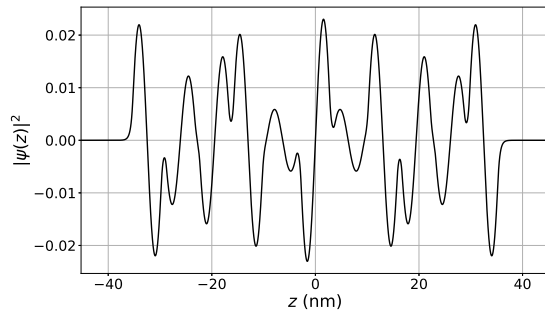
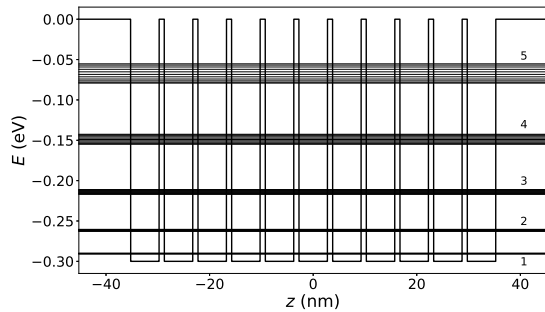
A) 0.0 B) 0.2 C) 0.4 D) 0.6 E) 0.8 F) 1.0

**31) Dersom $E > V_0$, er refleksjonssannsynligheten $R = (k - q)^2 / (k + q)^2$.
Hvor stor er transmisjonssannsynligheten når $E = 3V_0/2$?**

A) 0.43 B) 0.53 C) 0.63 D) 0.73 E) 0.83 F) 0.93

Oppgave 32–33: Supergitter.

En lagdelt halvlederstruktur er opphav til 11 potensialbrønner adskilt av 10 barrierer. Potensialet i brønnene er -300 meV. Potensialet i barrierene er null, det samme som til venstre og til høyre for de 11 brønnene. Hver brønn har bredde 5.50 nm, hver barriere har bredde 1.00 nm. Systemet har 55 bundne (romlige) tilstander $\psi_0(z), \psi_1(z), \dots, \psi_{54}(z)$ fordelt med like mange på 5 energibånd, nummerert og vist med horisontale linjer i figuren til venstre.



32) Figuren til høyre viser en av systemets bundne tilstander.

Hva er tilhørende energieigenverdi?

- A) -56 meV B) -79 meV C) -151 meV
D) -216 meV E) -262 meV F) -290 meV

33) Et elektron i bånd nr 3 emitterer et foton og havner i en av tilstandene i bånd nr 1.

Hva er omtrent fotonets bølgelengde?

- A) $6 \mu\text{m}$ B) $16 \mu\text{m}$ C) $26 \mu\text{m}$ D) $36 \mu\text{m}$ E) $46 \mu\text{m}$ F) $56 \mu\text{m}$

Oppgave 34–35: Kommutatorer.

34) Hva er kommutatoren $[y, \hat{p}_z]$?

- A) Null B) ix C) $1/\hbar$ D) $-\hbar$ E) $i\hbar$ F) i/y

35) Hva er kommutatoren $[\hat{L}_x, \hat{p}_x]$?

- A) Null B) ix C) $1/\hbar$ D) $-\hbar$ E) $i\hbar$ F) i/y
-

Oppgave 36–39: Spinn-1/2-tilstander.

36) Hvilken verdi av A normerer spinntilstanden

$$A \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix} ?$$

- A) $1/\sqrt{41}$ B) $1/\sqrt{61}$ C) $1/\sqrt{74}$ D) $1/\sqrt{85}$ E) $1/\sqrt{113}$ F) $1/\sqrt{153}$

37) Hva er S_y for spinntilstanden

$$\frac{1}{\sqrt{13}} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} ?$$

- A) $\hbar$ B) $-\hbar$ C) $\hbar/2$ D) $-\hbar/2$ E) Uskarp F) Null

38) Hva er S_x for spinntilstanden

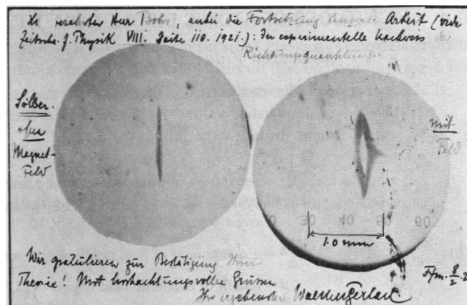
$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} ?$$

- A) $\hbar$ B) $-\hbar$ C) $\hbar/2$ D) $-\hbar/2$ E) Uskarp F) Null

39) Hva er S_z for spinntilstanden

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} ?$$

- A) $\hbar$ B) $-\hbar$ C) $\hbar/2$ D) $-\hbar/2$ E) Uskarp F) Null



40) Hvem sendte dette postkortet til Niels Bohr i 1922?

- A) Tom og Jerry B) Romeo og Julie C) Stern og Gerlach
D) Tidemand og Gude E) Wallace og Gromit F) Fiinbeck og Fia