TFY4215 Innføring i kvantefysikk Eksamen 12. mai 2020

Det var hjemmeeksamen med karakterregel Bestått/Ikke bestått. På de fleste oppgavene var det flere likeverdige varianter, der hver student fikk en tilfeldig valgt variant. Her presenteres samtlige varianter.

---

1. Hva er midlere de Broglie–bølgelengde for en gass med

1. $C_{32}H_{18}N_8$–molekyler
2. Au_{22}–partikler
3. $In_{11}P_{11}$–partikler
4. Cr_{16}–partikler
5. propafenon–partikler ($C_{21}H_{27}NO_3$)
6. pyrolan–partikler ($C_{13}H_{15}N_3O_2$)

ved en absolutt temperatur 750 K? Atomære masser er for C, H, N og O hhv omtrent 12u, 1u, 14u og 16u, for Au omtrent 197u, for In og P hhv omtrent 115u og 31u, for Cr omtrent 52u.

A) 1.5 pm	B) 2.4 pm	C) 3.3 pm
D) 4.1 pm	E) 5.0 pm	F) 5.9 pm

---

2. Frigjøringsarbeidet er

1. 1.95 eV i Cs
2. 4.42 eV i Sn
3. 4.05 eV i Zr
4. 2.29 eV i K
5. 3.66 eV i Mg
6. 5.93 eV i Os

Hva slags bølgelengder har fotoner som kan gi fotoelektrisk effekt i disse metallene?

A) $\lambda < 209$ nm	B) $\lambda < 280$ nm	C) $\lambda < 305$ nm
D) $\lambda < 338$ nm	E) $\lambda < 540$ nm	F) $\lambda < 634$ nm

---

3. Røntgenstråling er fotoner generert ved elektronoverganger i ulike elementer. Anta metaller, fotonenergier og intensiteter som følger:

1. Ir (iridium), 64896 eV (Kα_1-stråling), 2.5 W/m^2
2. Mo (molybden), 19606 eV (Kβ_1-stråling), 3.5 W/m^2
3. Zr (zirkonium), 2044 eV (Lα_1-stråling), 4.5 W/m^2
4. Au (gull), 11443 eV (Lβ_1-stråling), 5.5 W/m^2
5. Ho (holmium), 1348 eV (Mα_1-stråling), 6.5 W/m^2
6. U (uran), 3336 eV (Mβ_1-stråling), 1.1 W/m^2

Hvis slik stråling benyttes, hvor mange fotoner treffer pr sekund en flate på 1.0 cm^2, dersom intensiteten er uniform, og som angitt ovenfor?

A) $2.4 \cdot 10^{10}$ B) $1.1 \cdot 10^{11}$ C) $1.4 \cdot 10^{12}$
D) $3.0 \cdot 10^{11}$ E) $3.0 \cdot 10^{12}$ F) $2.1 \cdot 10^{11}$

---

4. Hva er impulsen (i enheten kg m/s) og hva er energien (i enheten J) til fotoner med bølgelengde hhv 37 mm, 55 μm og 73 nm?

A) $2.7 \cdot 10^{-18}$ B) $3.6 \cdot 10^{-21}$ C) $5.3 \cdot 10^{-24}$
D) $9.0 \cdot 10^{-27}$ E) $1.2 \cdot 10^{-29}$ F) $1.8 \cdot 10^{-32}$

---

5. Vi tar for oss ulike alkoholer med like stor hastighet v i enheten m/s som molekylets masse m i atomære masseenheter u. Hva er da bølgelengden til metanol, etanol, propanol, butanol, pentanol og heksanol, med molekylmasse hhv (ca) $32u$, $46u$, $60u$, $74u$, $88u$ og $102u$?

A) 38 pm B) 51 pm C) 73 pm D) 0.39 nm E) 0.19 nm F) 0.11 nm

---

6. Vi ser på relativistiske partikler med disse verdiene for masse og impuls:

1. 940 MeV/c^2 og 8.46 GeV/c
2. 106 MeV/c^2 og 0.742 GeV/c
3. 938 MeV/c^2 og 23.45 GeV/c
4. 80.4 MeV/c^2 og 0.2412 GeV/c
5. 91.2 MeV/c^2 og 0.456 GeV/c
6. 125 MeV/c^2 og 1.125 GeV/c

Hva er disse partiklenes kinetiske energi, i enheten GeV?

A) 0.174 B) 0.374 C) 0.644 D) 1.01 E) 7.57 F) 22.5

---

7. Hva er baneradien i grunntilstanden og i første eksiterte tilstand i disse hydrogenlignende systemene, i henhold til Bohrs atommodell: Be^{3+}, C^{5+}, O^{7+}?

A) 6.6 pm B) 8.8 pm C) 13.2 pm D) 26.5 pm E) 35.3 pm F) 52.9 pm

---

8. Bohr atommodell gir en banefart på ca $2.19 \cdot 10^6$ m/s for elektronet i hydrogenatomets grunntilstand. Hva gir Bohrmodellen for banefarten til elektronet, målt i enheter av c (lysfarten i vakuum), i disse tilstandene:

1. 6. eksiterte tilstand i He^+
2. 5. eksiterte tilstand i Li^{2+}
3. 4. eksiterte tilstand i B^{4+}
4. 3. eksiterte tilstand i O^{7+}
5. 2. eksiterte tilstand i Mg^{11+}
6. 1. eksiterte tilstand i Cl^{16+}

A) 0.0021 B) 0.0037 C) 0.0073 D) 0.015 E) 0.029 F) 0.062

---

9. Et elektron (masse m_e) befinner seg i en endimensjonal uendelig dyp potensialbrønn som er plassert på intervallet $0 < x < L$. Potensialet er konstant lik null i brønnen og uendelig utenfor brønnen. Hva er omtrent bølgelengden til det utsendte fotonet, i enheten mikrometer, når brønnbredde og type elektronovergang er som følger:

1. $L = 4.0$ nm; overgang fra 1. eksiterte tilstand til grunntilstanden
2. $L = 5.3$ nm; overgang fra 2. eksiterte tilstand til grunntilstanden
3. $L = 6.6$ nm; overgang fra 1. eksiterte tilstand til grunntilstanden
4. $L = 7.9$ nm; overgang fra 2. eksiterte tilstand til grunntilstanden
5. $L = 9.2$ nm; overgang fra 1. eksiterte tilstand til grunntilstanden
6. $L = 12.5$ nm; overgang fra 2. eksiterte tilstand til grunntilstanden

A) 12 B) 18 C) 26 D) 48 E) 65 F) 94

---

10. Et elektron (masse m_e) befinner seg i en endimensjonal uendelig dyp potensialbrønn som er plassert på intervallet $0 < x < L$. Potensialet er konstant lik null i brønnen og uendelig utenfor brønnen. Anta at elektronet beskrives av ikke-stasjonære tilstander

$$\Psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_i(x)e^{-iE_i t/\hbar} + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_j(x)e^{-iE_j t/\hbar},$$

med hhv $(i,j) = (1,2), (2,4), (1,3), (4,5), (3,6), (4,6)$, og med brønnbredde hhv $L = 2.5, 3.5, 4.5, 5.5, 6.5, 7.5$ nm. Med hvilken periode oscillerer nå sannsynlighetstettheten $|\Psi(x,t)|^2$? (1 fs = 1 femtosekund = 10^{-15} s)

A) 11 fs B) 17 fs C) 23 fs D) 28 fs E) 31 fs F) 37 fs

---

11. Et elektron (masse m_e) befinner seg i en endimensjonal uendelig dyp potensialbrønn som er plassert på intervallet $0 < x < L$. Potensialet er konstant lik null i brønnen og uendelig utenfor brønnen. Anta at elektronet befinner seg i grunntilstanden $\psi_1(x) = \sqrt{2/L}\sin(\pi x/L)$. Hva er sannsynligheten for at en måling av elektronets posisjon gir en verdi på intervallet mellom $x = 0$ og hhv $x = L/4$, $L/3$, $2L/5$, $3L/5$, $2L/3$, $3L/4$?

Oppgitt: $\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$

A) 0.091 B) 0.20 C) 0.31 D) 0.69 E) 0.80 F) 0.91

---

12. Et elektron (masse m_e) befinner seg i en endimensjonal uendelig dyp potensialbrønn som er plassert på intervallet $0 < x < L$. Potensialet er konstant lik null i brønnen og uendelig utenfor brønnen. Anta at elektronet ved tidspunktet $t = 0$ befinner seg i den normerte tilstanden

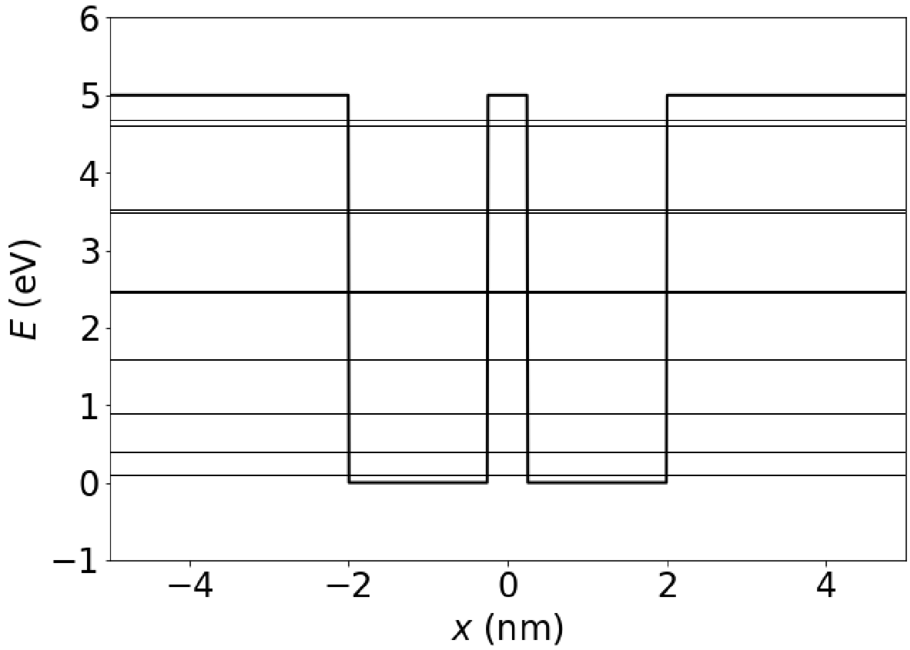
$$\Psi(x, 0) = c_1\psi_1(x) + c_2\psi_2(x) + c_3\psi_3(x).$$

Hva er da sannsynligheten for at en måling av elektronets energi gir verdien E_3, med disse verdiene for koeffisientene c_1 og c_2:

1. $c_1 = 2/3$, $c_2 = 2/3$
2. $c_1 = 2/5$, $c_2 = 4/5$
3. $c_1 = 2/3$, $c_2 = 1/3$
4. $c_1 = 1/2$, $c_2 = 3/7$
5. $c_1 = 2/5$, $c_2 = 2/5$
6. $c_1 = 2/7$, $c_2 = 2/7$

A) 0.11 B) 0.20 C) 0.44 D) 0.57 E) 0.68 F) 0.84

13.

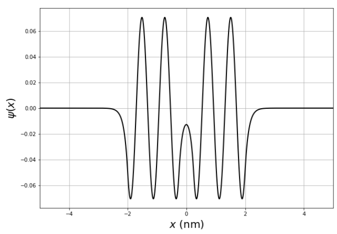


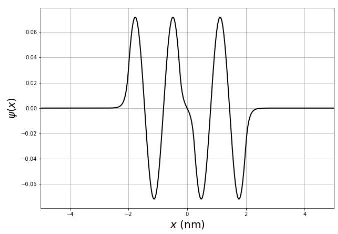
Et elektron befinner seg i det symmetriske dobbelbrønnpotensialet illustrert i figuren over. Brønndybden er 5.00 eV og hver brønn har bredde 1.75 nm. Barrieren mellom de to brønnene har bredde 0.50 nm. Nullpunkt for potensialet er valgt der brønnene er. I figuren er energien til systemets i alt 14 bundne (romlige) tilstander markert med horisontale linjer. Hva er omtrent energiegenverdien til følgende tilstander:

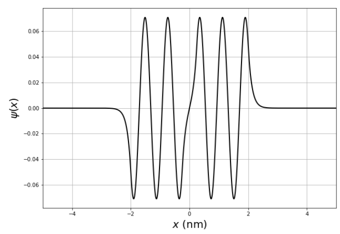
1. 4. eksiterte tilstand
2. 5. eksiterte tilstand
3. 6. eksiterte tilstand
4. 7. eksiterte tilstand
5. 8. eksiterte tilstand
6. 9. eksiterte tilstand

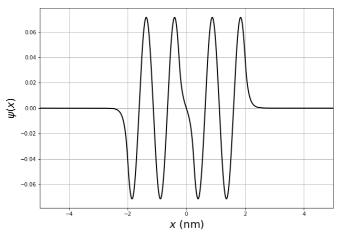
A) 0.4 eV B) 0.9 eV C) 1.6 eV D) 2.5 eV E) 3.5 eV F) 4.6 eV

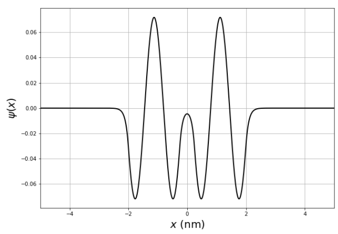
14. Figurene nedenfor viser ulike bundne energiegentilstander for dobbelbrønnen i forrige oppgave. Hvilke?

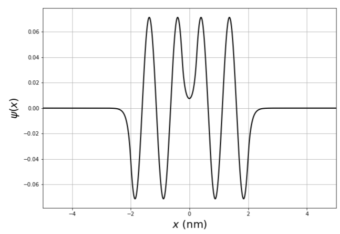

1:


2:


3:


4:

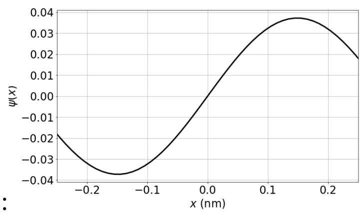

5:

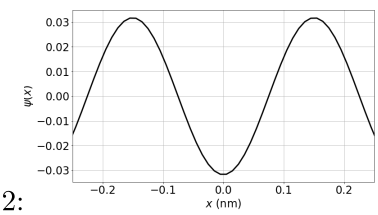

6:

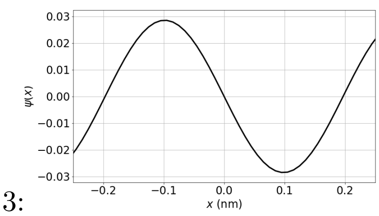
A) 4. eksiterte tilstand B) 5. eksiterte tilstand C) 6. eksiterte tilstand
D) 7. eksiterte tilstand E) 8. eksiterte tilstand F) 9. eksiterte tilstand

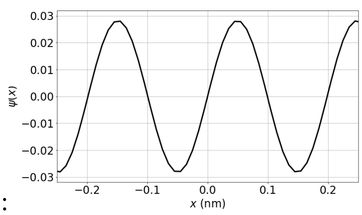
---

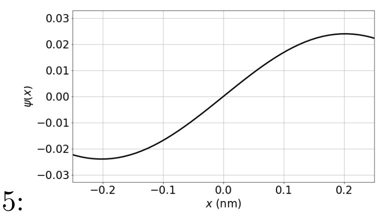
15. Figurene nedenfor viser ubundne energiegentilstander for dobbelbrønnen i oppgave 13, på det 0.5 nm brede intervallet der barrieren mellom brønnene befinner seg:

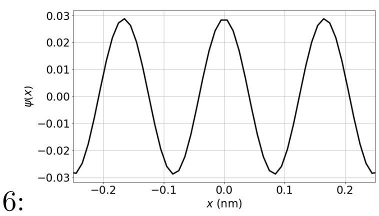

1:


2:


3:


4:


5:


6:

Figurene kan brukes til å estimere tilhørende energiegenverdier. Dine estimater er nærmest verdiene ...

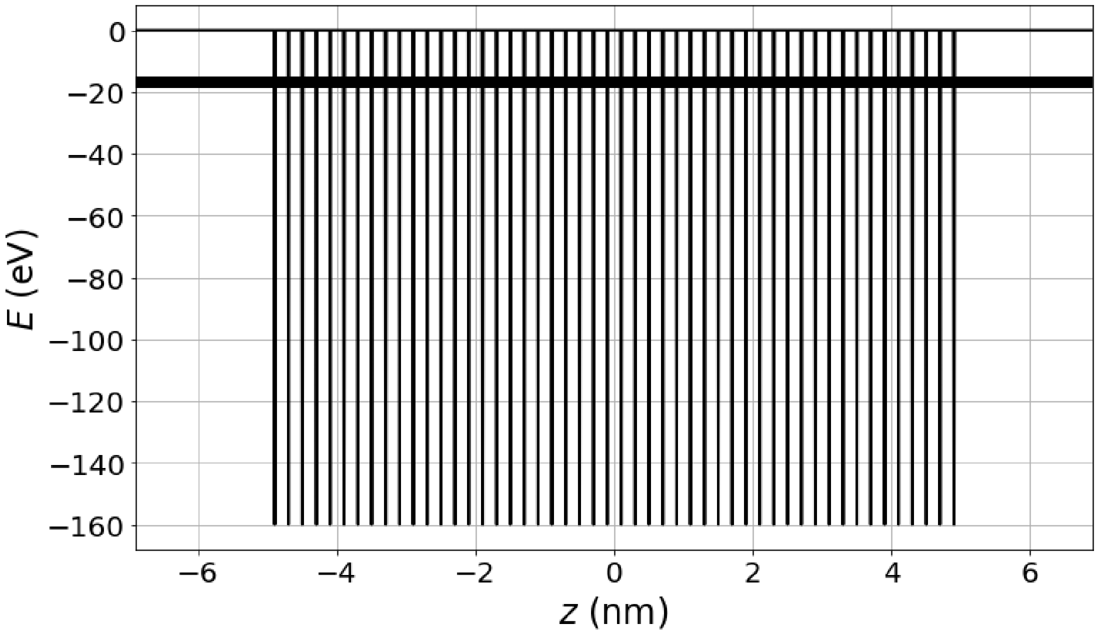
A) 7.3 eV B) 9.2 eV C) 14.6 eV D) 21.4 eV E) 42.5 eV F) 58.5 eV

---

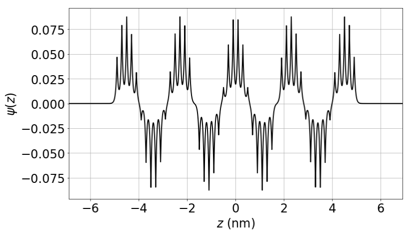
16. Dobbelbrønnen i oppgave 13 benyttes som en forenklet endimensjonal modell for dimerene B_2 (bor; atomnummer 5) og N_2 (nitrogen; atomnummer 7). Anta at elektronene ikke vekselvirker med hverandre, men at de er partikler med spinn 1/2 som adlyder Paulis eksklusjonsprinsipp. Hva er omtrent disse dimerenes totale energi (dvs: summen av alle elektronenes energi) i grunntilstanden?

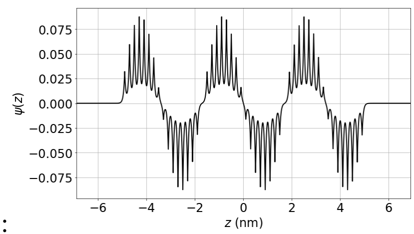
A) 2.0 eV B) 3.8 eV C) 5.6 eV D) 8.8 eV E) 12.0 eV F) 21.9 eV

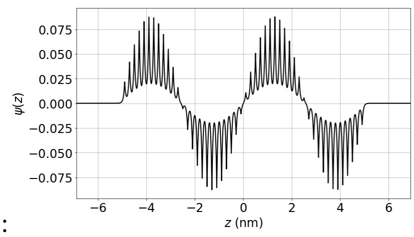
17.

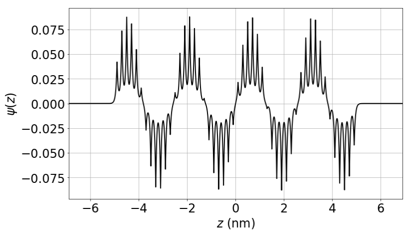


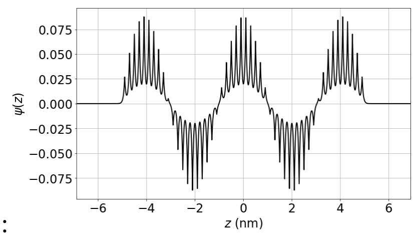
Som modell for en krystall bruker vi potensialet i figuren ovenfor. Det består av 50 potensialbrønner, hver med bredde 0.010 nm og potensial lik -160 eV, adskilt av potensialbarrierer, hver med bredde 0.190 nm og potensial 0 eV. På høyre og venstre side er potensialet konstant med verdi 0 eV. Den tykke horisontale linjen angir energiegenverdiene til de 50 bundne (romlige) tilstandene for elektroner i dette potensialet. Energinivåene ligger så tett at de danner et kvasikontinuerlig energibånd.
Figurene nedenfor viser noen av de bundne tilstandene:

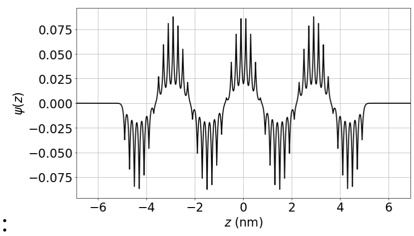
1: 

2: 

3: 

4: 

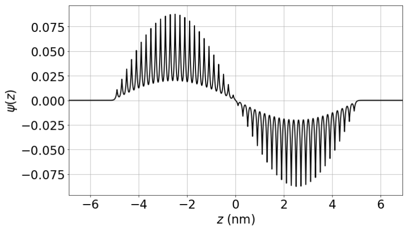
5: 

6: 

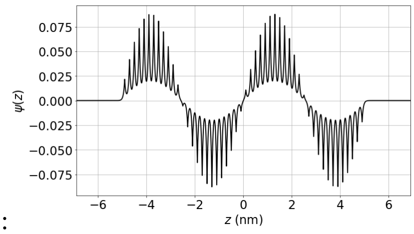
Hvilke tilstander er dette?

A) 3. eksiterte tilstand B) 4. eksiterte tilstand C) 5. eksiterte tilstand
D) 6. eksiterte tilstand E) 7. eksiterte tilstand F) 8. eksiterte tilstand

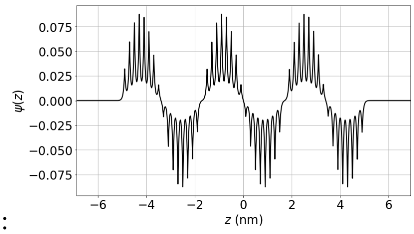
18.



1:



2:



3:

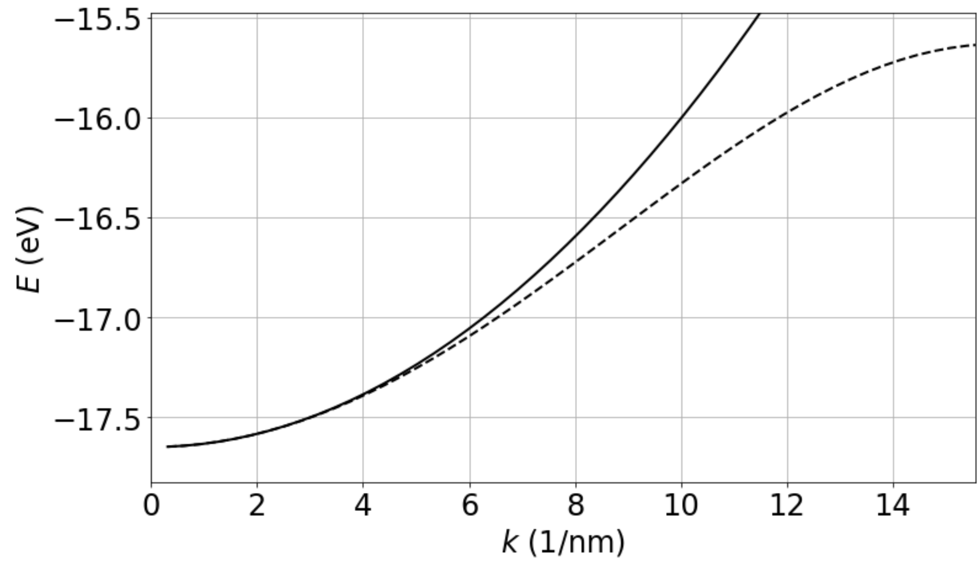
Bølgefunksjonene i det periodiske potensialet i forrige oppgave kan, på intervallet -5 nm $< z <$ 5 nm med god tilnærmelse skrives på formen

$$\psi(z) = u(z)\sin kz \quad \text{eller} \quad \psi(z) = u(z)\cos kz$$

der funksjonen $u(z)$ har samme periodisitet som "krystallen". (Dette er Blochs teorem.) Hva er, i enheten nm^{-1}, omtrent verdien av størrelsen k for bølgefunksjonene i figurene ovenfor?

A) 0.63 B) 1.26 C) 1.88 D) 2.51 E) 3.14 F) 3.77

19.



Størrelsen k i forrige oppgave er bølgetallet til elektronene i det periodiske potensialet. Den stiplede linjen i figuren ovenfor angir sammenhengen mellom energien E og bølgetallet k for de 50 bundne tilstandene. (Dvs: Den stiplede linjen interpolerer mellom de 50 sammenhørende verdiene av E og k.) Den heltrukne linjen er en kvadratisk tilnærming på formen

$$E(k) = E(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

med $E(0) = -17.649$ eV. Vi ser at den kvadratiske tilnærmingen er meget god for små verdier av k. Med andre ord, elektroner med energi like over bunnen av energibåndet oppfører seg som frie elektroner, med en effektiv masse m^* som ikke nødvendigvis er lik elektronets "egentlige" masse m_e. Hva er elektronenes effektive masse her?

A) $1.3\,m_e$ B) $2.3\,m_e$ C) $3.3\,m_e$ D) $4.3\,m_e$ E) $5.3\,m_e$ F) $6.3\,m_e$

---

20. Vibrasjonsfrekvensen og den reduserte massen til seks ulike dimere er som følger:

1. Pd_2: 6.30 THz og 53.21u
2. Pt_2: 7.77 THz og 97.54u
3. Fe_2: 9.00 THz og 27.92u
4. Ti_2: 12.24 THz og 23.93u
5. Cr_2: 14.43 THz og 26.00u
6. V_2: 16.11 THz og 25.47u

Dersom vi beskriver vibrasjonsfrihetsgraden som en enkel harmonisk oscillator, hva er fjærkonstanten i de ulike dimerene, i enheten N/m?

A) 138 B) 148 C) 235
D) 355 E) 386 F) 433

---

21. I gasser med toatomige molekyler som i forrige oppgave er sannsynligheten for at et gitt molekyl har vibrasjonsenergi $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$ proporsjonal med boltzmannfaktoren $\exp(-E_n/k_B T)$. Her er k_B Boltzmanns konstant, og T er gassens (absolutte) temperatur. La N_0 og N_1 angi antall molekyler som befinner seg i henholdsvis grunntilstanden og 1. eksiterte vibrasjonstilstand. Hvor stort er forholdet N_1/N_0 i slike gasser ved romtemperatur (300 K)?

A) 0.077 B) 0.10 C) 0.14
D) 0.24 E) 0.29 F) 0.37

---

22. Anta at dimerene introdusert i oppgave 20 kan betraktes som stive rotatorer, med bindingslengder henholdsvis 248 pm for Pd_2, 233 pm for Pt_2, 199 pm for Fe_2, 194 pm for Ti_2, 168 pm for Cr_2 og 177 pm for V_2. Dimerenes reduserte masser er oppgitt i oppgave 20. I en gass med slike molekyler er sannsynligheten for at et gitt molekyl har rotasjonsenergi $K_l = l(l+1)\hbar^2/2I_0$ proporsjonal med boltzmannfaktoren $\exp(-K_l/k_B T)$. Her er I_0 molekylets treghetsmoment, og $l = 0, 1, 2, \ldots$ er dreieimpulskvantetallet. La N_0 og N_1 angi antall molekyler som befinner seg i henholdsvis grunntilstanden og 1. eksiterte rotasjonstilstand. Ved hvilken temperatur T er forholdet $N_1/N_0 = 1/10$ i en gass med slike molekyler?

A) 39 mK B) 64 mK C) 189 mK
D) 232 mK E) 262 mK F) 285 mK

---

23. I oppgavene 23 - 27 betrakter vi en todimensjonal isotrop harmonisk oscillator,

$$V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 \qquad (r^2 = x^2 + y^2)$$

med energiegenfunksjoner

$$\psi_{n_x\,n_y}(x,y) = \psi_{n_x}(x)\,\psi_{n_y}(y) \qquad (n_x, n_y = 0, 1, 2, \ldots)$$

på produktform, med envariabelfunksjoner som i formelvedlegget. Hva er (den romlige) degenerasjonsgraden til energinivåene henholdsvis $13\hbar\omega$, $15\hbar\omega$, $17\hbar\omega$, $19\hbar\omega$, $21\hbar\omega$ og $23\hbar\omega$?

A) 13 B) 15 C) 17 D) 19 E) 21 F) 23

---

24. Hva er dreieimpulsens aboluttverdi for en partikkel i henholdsvis tilstanden ψ_{00}, ψ_{01} og ψ_{10}?

A) Null B) Uskarp C) $\hbar$ D) $2\hbar$ E) $3\hbar$ F) $4\hbar$

---

25. Hva er L_z for en partikkel i henholdsvis tilstanden ψ_{00}, ψ_{01} og ψ_{10}?

A) Null B) Uskarp C) $\hbar$ D) $-\hbar$ E) $2\hbar$ F) $-2\hbar$

---

26. Hva er $\langle L_z \rangle$ (dvs forventningsverdien av L_z) for en partikkel i henholdsvis tilstanden ψ_{00}, ψ_{01} og ψ_{10}?

A) Null B) Uskarp C) $\hbar$ D) $-\hbar$ E) $2\hbar$ F) $-2\hbar$

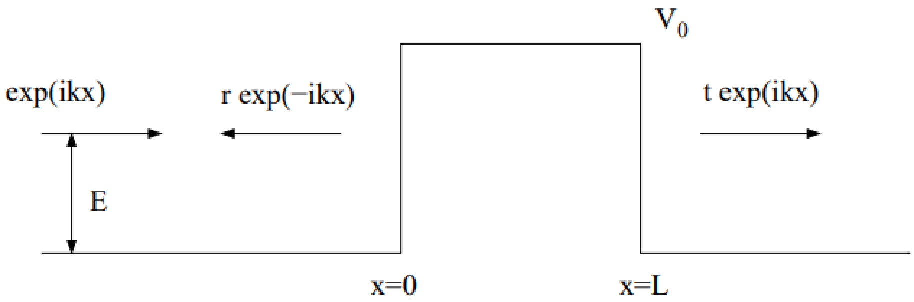
---

27. Hvilken bølgefunksjon er egenfunksjon til $\hat{L}_z$ med tilhørende egenverdi hhv $+\hbar$ og $-\hbar$?

A) ψ_{00} B) $\psi_{10} - i\psi_{01}$ C) $\psi_{10} + i\psi_{01}$ D) ψ_{10} E) $\psi_{10} - \psi_{01}$ F) ψ_{01}

---

28. Oppgavene 28 - 30 dreier seg om endimensjonal elastisk spredning av elektroner mot en potensialbarriere:



Innledning:
Et elektron som kommer inn fra venstre, med veldefinert impuls $p_i = \hbar k$, kinetisk energi $E(k) = \hbar^2 k^2/2m^*$ og effektiv masse m^*, beskrives med den plane bølgen $\psi_i(x) = \exp(ikx)$. Elektronet har en viss sannsynlighet for å bli reflektert og en (resterende) sannsynlighet for å bli transmittert. Et reflektert elektron kan beskrives med $\psi_r(x) = r\,\exp(-ikx)$ mens et transmittert elektron kan beskrives med $\psi_t(x) = t\,\exp(ikx)$. Dette systemet kan realiseres med lagdelte halvledermaterialer, med f eks AlGaAs som barriere ($0 < x < L$) mellom GaAs "kontakter" ($x < 0$ og $x > L$). Den angitte potensialprofilen ($V(x) = 0$ i kontaktene og $V(x) = V_0$ i barrieren) representerer da laveste tillatte energi for elektroner i ledningsbåndet i det aktuelle materialet. Det oppgis at transmisjonssannsynligheten for $E \leq V_0$ er

$$T = \left[1 + \frac{\sinh^2\left(k_0 L\sqrt{1 - E/V_0}\right)}{4\,(1 - E/V_0)\,E/V_0}\right]^{-1}$$

og for $E \geq V_0$

$$T = \left[1 + \frac{\sin^2\left(k_0 L\sqrt{E/V_0 - 1}\right)}{4\,(E/V_0 - 1)\,E/V_0}\right]^{-1}.$$

Her er $k_0 = \sqrt{2m^* V_0}/\hbar$.
Regn ut transmisjonssannsynligheten for et innkommende elektron som har energi $E = V_0$, for følgende kombinasjoner av V_0, L og m^*:

1. 380 meV, 3.25 nm, $0.067 m_e$
2. 350 meV, 3.50 nm, $0.074 m_e$
3. 320 meV, 4.00 nm, $0.079 m_e$
4. 290 meV, 4.50 nm, $0.087 m_e$
5. 260 meV, 5.00 nm, $0.107 m_e$
6. 230 meV, 6.50 nm, $0.117 m_e$

A) 0.12 B) 0.18 C) 0.23 D) 0.27 E) 0.32 F) 0.36

29. For de samme kombinasjonene av V_0, L og m^* som i oppgave 28: Hva er minste energi E som gir transmisjonssannsynlighet $T = 1$?

A) 306 meV	B) 400 meV	C) 502 meV
D) 615 meV	E) 762 meV	F) 907 meV

30. Anta i denne oppgaven en deltafunksjonsbarriere, dvs

$$V_0 \to \infty, \quad L \to 0,$$

men slik at "styrken" $\beta = V_0 L$ har en endelig verdi. Bestem transmisjonssannsynligheten med følgende kombinasjoner av β (i enheten eV·nm), E (i enheten eV) og m^*:

1. 3.0, 8.0, $0.067 m_e$
2. 4.0, 7.5, $0.074 m_e$
3. 5.0, 7.0, $0.079 m_e$
4. 6.0, 6.5, $0.087 m_e$
5. 7.0, 6.0, $0.107 m_e$
6. 8.0, 5.5, $0.117 m_e$

A) 0.10 B) 0.15 C) 0.24 D) 0.35 E) 0.49 F) 0.67

31. Oppgavene 31 - 35 dreier seg om tilstander i hydrogenatomet,

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r)\, Y_{lm}(\theta, \phi).$$

Hva er vinkelen mellom z-aksen og dreieimpulsvektoren $\boldsymbol{L}$ for disse tilstandene:

1. ψ_{433}
2. ψ_{432}
3. ψ_{431}
4. ψ_{322}
5. ψ_{321}
6. ψ_{211}

A) 30° B) 35° C) 45° D) 55° E) 66° F) 73°

32. Radialfunksjoner for $4f$-, $3d$- og $2p$-tilstander er på formen

$$R_{n,n-1}(r) \sim r^{n-1} \exp(-r/na_0),$$

med henholdsvis $n = 4$, $n = 3$ og $n = 2$. I hvilke avstander fra atomkjernen (origo) er radialtettheten $(r\, R_{n,n-1})^2$ størst, og i hvilke avstander er kvadratet $R^2_{n,n-1}$ størst for $n = 4$, $n = 3$ og $n = 2$?

A) $2a_0$ B) $4a_0$ C) $6a_0$ D) $9a_0$ E) $12a_0$ F) $16a_0$

33. Hvor ligger "tyngdepunktet" $\langle \boldsymbol{r} \rangle$ for disse tilstandene:

1. $\psi_{200} + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\psi_{21-1} - \psi_{211} \right)$
2. $\psi_{200} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left(\psi_{21-1} + \psi_{211} \right)$
3. $\psi_{200} + \psi_{210}$
4. $\psi_{200} + \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(i+1)\psi_{21-1} + (i-1)\psi_{211} \right]$
5. $\psi_{200} + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\psi_{21-1} - \psi_{211} \right) + \psi_{210}$
6. $\psi_{200} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left(\psi_{21-1} + \psi_{211} \right) + \psi_{210}$

A) På x-aksen B) På y-aksen C) På z-aksen
D) På linjen $x = y$ i xy-planet E) På linjen $x = z$ i xz-planet F) På linjen $y = z$ i yz-planet

---

34. De sfæriske harmoniske $Y_{lm}(\theta, \phi)$ kan alternativt uttrykkes ved hjelp av kartesiske koordinater. Bortsett fra en normeringskonstant, hvordan uttrykkes henholdsvis Y_{20}, Y_{21} og Y_{22} i kartesiske koordinater?

A) $\frac{2z^2 - x^2 - y^2}{r^2}$ B) $\frac{(x+iy)z}{r^2}$ C) $\frac{(x+iy)^2}{r^2}$ D) $\frac{x^2+y^2+z^2}{r^2}$ E) $\frac{xy+yz+xz}{r^2}$ F) $\frac{(x+y+z)^2}{r^2}$

---

35. Hva er bølgelengden til det emitterte fotonet når et elektron gjennomgår en overgang mellom disse kombinasjonene av tilstander:

1. $\psi_{420} \to \psi_{210}$
2. $\psi_{711} \to \psi_{321}$
3. $\psi_{530} \to \psi_{321}$
4. $\psi_{433} \to \psi_{322}$
5. $\psi_{710} \to \psi_{420}$
6. $\psi_{543} \to \psi_{432}$

A) 486 nm B) 1005 nm C) 1282 nm D) 1875 nm E) 2166 nm F) 4051 nm

---

36. Oppgave 36 - 38: Spinn-1/2-partikkel.
Dersom normeringskonstanten A velges som et positivt reelt tall, hva er dens verdi for disse spinntilstandene:

$$1:\quad A\begin{pmatrix} 3 \\ 5i-2 \end{pmatrix} \qquad 2:\quad A\begin{pmatrix} 3i+2 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad 3:\quad A\begin{pmatrix} 5-2i \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$4:\quad A\begin{pmatrix} 2i \\ 3+5i \end{pmatrix} \qquad 5:\quad A\begin{pmatrix} 5-3i \\ 2 \end{pmatrix} \qquad 6:\quad A\begin{pmatrix} 5i \\ 2i-3 \end{pmatrix}$$

A) $1/\sqrt{28}$ B) $1/\sqrt{30}$ C) $1/\sqrt{32}$ D) $1/\sqrt{34}$ E) $1/\sqrt{36}$ F) $1/\sqrt{38}$

---

37. Hva er $\langle S_x \rangle$, $\langle S_y \rangle$ og $\langle S_z \rangle$ for de to spinntilstandene

$$\frac{1}{\sqrt{30}}\begin{pmatrix} 1+2i \\ 3+4i \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \frac{1}{\sqrt{30}}\begin{pmatrix} 3i-2 \\ 1-4i \end{pmatrix}$$

A) $-\hbar/3$ B) $-\hbar/15$ C) $11\hbar/30$ D) $\hbar/6$ E) $-7\hbar/15$ F) $\hbar/10$

---

38. Hva er ΔS_x, ΔS_y og ΔS_z for de to spinntilstandene

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} i \\ 1-i \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} i+1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

A) $\sqrt{2}\hbar/3$ B) $\sqrt{5}\hbar/6$ C) $\sqrt{5}\hbar/3$ D) $\sqrt{2}\hbar/6$ E) $\sqrt{2}\hbar/9$ F) $\sqrt{5}\hbar/9$

---

39. Hva er kommutatoren $\left[\hat{L}_x, z\right]$?

A) $-i\hbar y$ B) $i\hbar\hat{p}_z$ C) $i\hbar x$ D) $-i\hbar\hat{p}_y$ E) $i\hbar$ F) Null

---

40. Hva er kommutatoren $\left[\hat{p}_x, \hat{L}_y\right]$?

A) $-i\hbar y$ B) $i\hbar\hat{p}_z$ C) $i\hbar x$ D) $-i\hbar\hat{p}_y$ E) $i\hbar$ F) Null

---