FY1006/TFY4215 Innføring i kvantefysikk 26. mai 2016

FLERVALGSOPPGAVER – TRENING TIL EKSAMEN – KORT LF

1) D) $E = \hbar\omega$
En stasjonær tilstand kan skrives på formen $\Psi(x,t) = \psi(x)\,\exp(-iEt/\hbar)$, så her må vi ha $\omega = E/\hbar$, dvs $E = \hbar\omega$.

2) C) $j = 8\hbar k/9m$
Når vi har en stasjonær tilstand i en dimensjon, er sannsynlighetsstrømmen j uavhengig av både posisjon x og tid t. Vi kan derfor velge hvor vi vil regne ut j, her for $x < 0$ eller for $x > 2$. Kanskje enklest for $x > 2$ her, og innsetting av $\psi(x)$ i uttrykket for j gir $j = 8\hbar k/9m$. (Vi ser alternativt at den gitte $\psi(x)$ er en spredningstilstand, med samme k-verdi på begge sider av spredningspotensialet, og dermed samme konstante verdi av potensialet på begge sider av spredningspotensialet. Og da er $j = |t|^2\hbar k/m = |2i\sqrt{2}/3|^2\hbar k/m = 8\hbar k/9m$.)

3) C) $\langle E\rangle = 55h^2/40mL^2$
I endimensjonal boks er $E_n = n^2\pi^2\hbar^2/2mL^2$. For den oppgitte $\Psi(x,t)$ er sannsynligheten for å måle energiverdi E_n gitt ved $|c_n|^2$. Dermed er forventningsverdien av partikkelens energi

$$\langle E\rangle = \sum_{n=1}^{5} |c_n|^2 E_n = \frac{1}{5}(E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5),$$

hvoretter innsetting og bruk av at $h = 2\pi\hbar$ gir svar C).

4) C) $\hbar/i$

$$[\widehat{p}_z, z]f(z) = \left(\frac{\hbar\partial}{i\partial z}z - z\frac{\hbar\partial}{i\partial z}\right)f(z).$$

I første ledd opererer derivasjonen mhp z på produktet $zf(z)$, og bruk av produktregel for derivasjon gir C).

5) D) $i\hbar\widehat{p}_z/m$
Her kommuterer z med de andrederiverte mhp x og y i operatoren for kinetisk energi, men ikke med den andrederiverte mhp z:

$$[z, \widehat{K}]f(z) = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(z\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}z]\right)f(z).$$

Produktregel for derivasjon gir at $2\partial f/\partial z$ overlever, hvoretter bruk av definisjonen av $\widehat{p}_z$ gir D).

6) E) Ingen av disse
Alle nevnte operatorer inneholder deriverte mhp ulike koordinater. Uansett vil ikke derivasjon av $\tan(kz)$ gi tilbake $\tan(kz)$, så $\psi(x,y,z)$ kan ikke være egenfunksjon til noen av disse.

7) C) $E \simeq 0$
Her er $\psi(x)$ praktisk talt en lineær funksjon av x i områdene $0 < x < 2$ nm og $5.5 < x < 7.5$ nm,

dvs her er $\psi'' \simeq 0$, og da er $E \simeq V$, som her er null.

8) C) 5
I figuren til høyre krummer $\psi(x)$ svakt mot x-aksen der $V = 0$, dvs energien E er litt større enn null. (Klassisk tillatt område.) Her har $\psi(x)$ fem nullpunkter, dvs den er 5. eksiterte tilstand, så ting tyder på at det er 5 tilstander med energiegenverdi mindre enn denne, dvs mindre enn null.

9) B) $r \leq \sqrt{15\hbar/m\omega}$
Tilstanden (222) tilsvarer energi $E = (6 + 3/2)\hbar\omega = 15\hbar\omega/2$. Klassisk område der E er minst like stor som $V = m\omega^2 r^2/2$. Dermed B).

10) A) $E_a = 3.3$ eV
Ser av grafen at lokalt minimum har energi ca -3.3 eV mens lokalt maksimum, transisjonstilstanden, har energi ca 0. Dermed er aktiveringsenergien ca 3.3 eV.