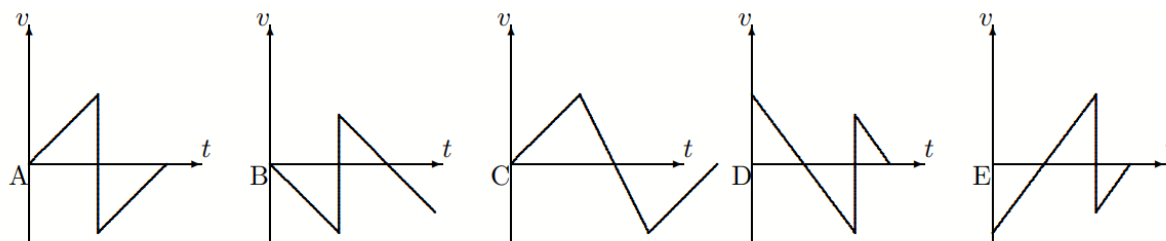


Løsningsforslag eksamen TFY4104 Fysikk, desember 202

Oppgave 1

En handball slippes og faller mot golvet. Vi ser bort fra luftmotstanden. Hvilken av grafene beskriver best ballens fart fra den slippes til den treffer golvet for andre gang? Retning for positiv v avgjør du selv.



Løsning:

Ballen starter med null startfart, da er D og E ikke mulig. Farten øker fra $t=0$ enten positiv eller negativ retning. Farten endrer brått retning ved golvet det utelukker alternativ C. Etter ballen har truffet golvet første gangen, når den et toppunkt i banen der $v = 0$, for så å få fart nedover. Slik er det kun i B, med positiv fartsretning oppover. Litt kinetisk energi (og fart) mistes under kollisjonen.

Riktig alternativ B.

Oppgave 2

Oppgave 2 3 4 og 5 henger sammen.

En syklist sykler i et kupert terreng og dermed en variabel fart beskrevet av funksjonen

$$v(t) = v_0 \left(1 - \frac{1}{3} \sin(\omega t) \right)$$

Her er $v_0 = 6 \text{ m/s}$ og $\omega = 0,2 \text{ s}^{-1}$. Hva er syklistens maksimale hastighet?

- A. 1,33 m/s
- B. 0,33 m/s
- C. 4,0 m/s
- D. 0,4 m/s
- E. 8,0 m/s

Løsning:

$$v_{\max} = v_0 \left(1 - \frac{1}{3} \overbrace{\sin(\omega t)}^{-1} \right) = 6 \text{ m/s} \left(1 + \frac{1}{3} \right) = 6 \text{ m/s} \cdot \frac{4}{3} = \underline{\underline{8 \text{ m/s}}}$$

Riktig svar alternativ E.

Oppgave 3

Hva er den maksimale akselerasjon til syklisten?

- A. $1,33 \text{ m/s}^2$
- B. $0,33 \text{ m/s}^2$
- C. $4,0 \text{ m/s}^2$
- D. $0,4 \text{ m/s}^2$
- E. $2,0 \text{ m/s}^2$

Løsning

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} v_0 \left(1 - \frac{1}{3} \sin(\omega t) \right) = -\frac{1}{3} v_0 \omega (\cos(\omega t))$$

$$a_{\max} = -\frac{1}{3} v_0 \omega (-1) = \frac{1}{3} \cdot 6 \text{ m/s} \cdot 0,2 \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{0,4 \text{ m/s}^2}}$$

Riktig svar alternativ D.

Oppgave 4

I det vi antar at hastigheten varierer i takt med terrenget, hvor langt er det fra en bakketopp til den neste?

- A. 25,3 m
- B. 31.4 m
- C. 52.0 m
- D. 125 m
- E. 189 m

Løsning:

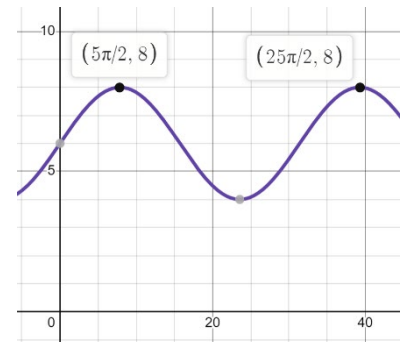
En sinusfunksjon $\sin(x)$ har en avstand på 2π mellom toppene. Første topp ligger i $x = \frac{\pi}{2}$ og den andre ved $x = \frac{5\pi}{2}$. Her har vi $\sin\left(\frac{1}{5}x\right)$ og avstanden i tid mellom toppene blir

$$\omega t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{5}{1} = \frac{5\pi}{2}$$

$$\omega t = \frac{5\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{5\pi}{2} \cdot \frac{5}{1} = \frac{25\pi}{2}$$

Snittfart $6,0 \text{ m/s}$ Perioden $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{5 \cdot 2\pi}{1} = 10\pi$

$$s = v \cdot T = 6,0 \text{ m/s} \cdot 10\pi = 60\pi \approx 189 \text{ m}$$



En overdrevent komplisert løsning:

Posisjonen

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

$$v(t)dt = dx$$

$$x(t) = \int v(t)dt = v_0 \int \left(1 - \frac{1}{3} \sin(\omega t) \right) dt = v_0 \left(t + \frac{\cos(\omega t)}{3\omega} \right)$$

Strekningen mellom toppene er da?

$$\begin{aligned}\Delta x &= 6 \text{ m/s} \left[x\left(\frac{25\pi}{2}\right) - x\left(\frac{5\pi}{2}\right) \right] = 6 \text{ m/s} \left[\left(\frac{25\pi}{2} + \frac{5 \cos\left(\frac{1}{5} \frac{25\pi}{2}\right)}{3} \right) - \left(\frac{5\pi}{2} + \frac{5 \cos\left(\frac{1}{5} \frac{5\pi}{2}\right)}{3} \right) \right] \\ &= 6 \text{ m/s} \left[\left(\frac{25\pi}{2} + \frac{5 \cos\left(\frac{5\pi}{2}\right)}{3} \right) - \left(\frac{5\pi}{2} + \frac{5 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}{3} \right) \right] = 6 \text{ m/s} \left[\frac{25\pi}{2} - \frac{5\pi}{2} \right] = 6 \text{ m/s} \frac{20\pi}{2} = 60\pi \\ &\approx 189 \text{ m}\end{aligned}$$

Riktig svar alternativ E.

Oppgave 5

Sykkelturen starter kl. 10 og er 30 km lang. Omtrent når er skiløperen i mål?

- A. 11:03
- B. 11:13
- C. 11:23
- D. 11:33
- E. 11:53

Løsning:

Snittfart 6 m/s i 30 km

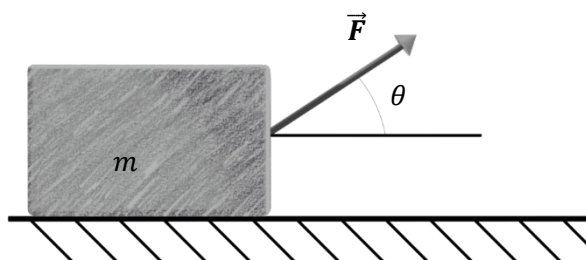
$$\begin{aligned}s &= vt \\ t &= \frac{s}{v} = \frac{30000 \text{ m}}{6 \text{ m/s}} = 5000 \text{ s}\end{aligned}$$

5000 s = 1,3888 timer = 1 time + 23 minutter og 20 sekunder.

Riktig svar alternativ C.

Oppgave 6

En kloss med masse m blir trukket med konstant hastighet av ei kraft i retning θ med horisontalen, som vist på figuren. Den kinetiske friksjonskoeffisienten mellom den ru overflata og klossen er μ_k . Størrelsen til friksjonskrafta kan uttrykkes ved hvilket uttrykk?



- A) $F \sin \theta$
- B) $\mu_k F \cos \theta$
- C) $\mu_k F \sin \theta$
- D) $\mu_k (mg - F \sin \theta)$
- E) $\mu_k F (\cos \theta - 1)$

Ved gliding er $F_{\text{friksjon}} = \mu_k F_N = \mu_k (mg - F \sin \theta)$. (Normalkrafta blir altså mindre som følge av at F har komponent oppover.)

Riktig svar alternativ D.

Oppgave 7

En kanon skyter ut ei metallkule fra bakkenivå ($y_0 = 0$) med utgangsretning 30° over horisontalretningen. Kula lander 30 m unna. Hvor lenge var kula i lufta? Se bort fra luftmotstand.

- A) 1.6 s
- B) 1.9 s
- C) 2.2 s
- D) 2.5 s
- E) 2.8 s

Løsning:

Kula er har konstant fart ix-retning under hele svevet.

$$x = x_0 + v_0 t = 30 \text{ m}$$

$$t = \frac{30 \text{ m}}{v_0 \cos(30^\circ)}$$

$$v_0 \cos(30^\circ) = \frac{30 \text{ m}}{t} \quad (i)$$

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 0$$

$$v_0 \sin(30^\circ) t - \frac{1}{2} g t^2 = 0$$

$$v_0 \sin(30^\circ) = \frac{1}{2} g t \quad (ii)$$

Setter sammen (i) og (ii) ved å ta (ii) og dele på (i)

$$\frac{v_0 \sin(30^\circ)}{v_0 \cos(30^\circ)} = \frac{\frac{1}{2} g t}{\frac{30 \text{ m}}{t}}$$

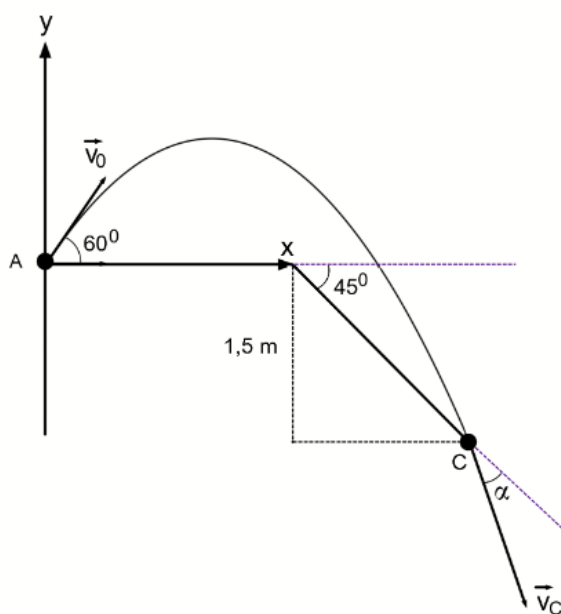
$$\tan(30^\circ) = \frac{g t^2}{2 \cdot 30 \text{ m}}$$

$$t = \sqrt{\frac{60 \text{ m} \cdot \tan 30^\circ}{g}} = \sqrt{\frac{60 \text{ m} \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}} = 1,879 \text{ s} \approx \underline{\underline{1,9 \text{ s}}}$$

Riktig svar alternativ B.

Oppgave 8

Fra posisjon A skytes et prosjektil på skrå oppover med startfart $v_0 = 5,0 \text{ m/s}$ og utgangsvinkel på 60° . Prosjektilet beveger seg uten luftmotstand og lander i posisjon C som befinner seg 1,5 m nedenfor utgangshøyden i posisjon A (se figuren under). Der prosjektilet lander skrå bakken nedover med en helningsvinkel på 45° i forhold til horisontalplanet. Prosjektilets hastighetsvektor $\vec{v}_C$ i samme posisjon danner vinkelen α med dette skrå bakkeplanet. Hvilken verdi har α ?



- A. 12°
- B. 15°
- C. 17°
- D. 22°
- E. 25°

Løsning:

Horisontalkomponent av farten i punktet C

$$v_x^C = v_x^A = v_0 \cos 60^\circ = 2,5 \text{ m/s}$$

For å finne den vertikale farten benytter vi energibevaring

$$mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$gh_A + \frac{1}{2}v_A^2 = gh_C + \frac{1}{2}v_C^2$$

$$g(h_A - h_C) + \frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_C^2$$

$$gh + \frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_C^2$$

$$2gh + v_A^2 = v_C^2$$

$$v_C = \sqrt{2gh + v_A^2} = 7.3776 \text{ m/s}$$

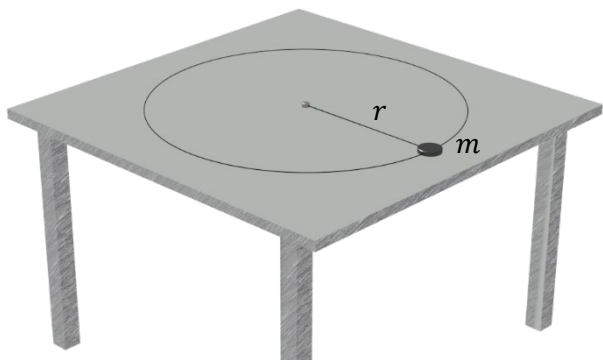
Nå har vi farten i retningen den treffer og komponenten av farten langs x-aksen.

$$\cos(\beta) = \frac{2,5 \text{ m/s}}{7,3776 \text{ m/s}} \text{ som gir en } \beta = 70,2^\circ = 45^\circ + \alpha \text{ som gir } \alpha = 70,2^\circ - 25^\circ = 25,2^\circ$$

Riktig svar alternativ E.

Oppgave 9

Gitt at vi har en snor som kan bære en stasjonær hengende last på 50,0 kg før den ryker. Et objekt med masse $m = 2,00$ kg, festet til snoren, roterer på et friksjonsfritt, horisontalt bord i en sirkel med radius $r = 0,750$ m, og den andre enden av snoren er holdt fast som vist i figur. Hvilket hastighetsområde kan objektet ha før snoren bryter?



- A. $0 < v < 9,00$ m/s
- B. $0 < v < 12,1$ m/s
- C. $0 < v < 13,6$ m/s
- D. $0 < v < 14,2$ m/s
- E. $0 < v < 15,8$ m/s

Løsning:

Maksimal belastning for snora er $S_{max} = Mg = (50,0 \text{ kg})(9,81 \text{ m/s}^2) = 490,5 \text{ N}$

I en horisontal bevegelse vil maksimal kraft

$$\frac{mv^2}{r} = 490,5 \text{ N}$$

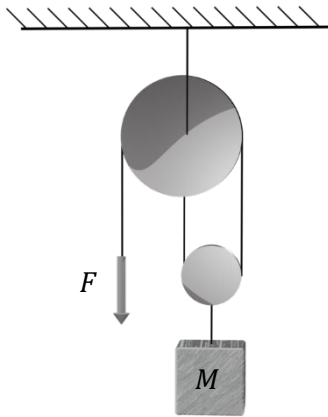
$$v = \sqrt{\frac{r}{m} S_{max}} = \sqrt{\frac{0,800 \text{ m}}{3,00 \text{ kg}} 490,5 \text{ N}} = 13.562/\text{s} = \underline{\underline{13,6 \text{ m/s}}}$$

Snora tåler en fart mellom $0 < v < 13,6 \text{ m/s}$

Riktig svar alternativ C.

Oppgave 10

Et legeme med masse M er hengt opp i et system av masseløse snorer og to trinser som vist i figuren. Trinsene er også masseløse, og de kan rotere friksjonsfritt om sine respektive akslinger. Det er heller ingen friksjon mellom snorer og trinser. Den øverste trinsa henger fast i taket med en snor. Den lille trinsa er festet til den store trinsa og holdes dermed fast. For å holde systemet i ro, er en ytre kraft F nødvendig på enden av snora på venstre side. Hvor stor er krafta F for å holde systemet i ro?



- A. Mg
- B. $\frac{1}{4} Mg$
- C. $\frac{1}{2} Mg$
- D. $\frac{1}{3} Mg$
- E. 0

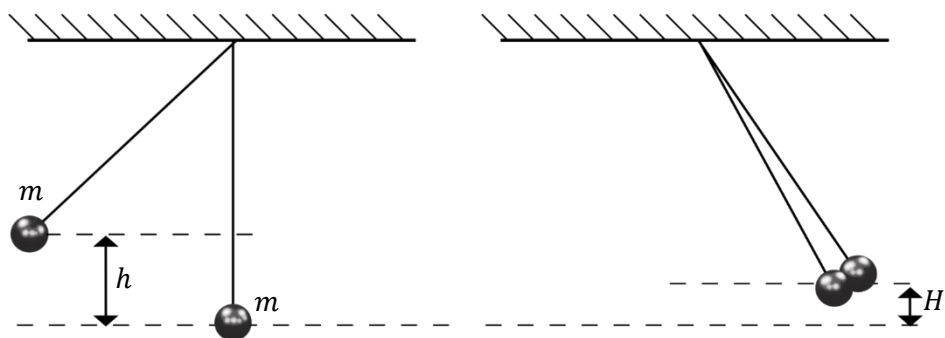
Løsning:

Riktig svar er alternativ C. Tyngden Mg av legemet fordeles med halvparten på hver av de to snorene i overkant av nedre trinse, dvs $\frac{1}{2}Mg$. Snorkraften i denne høyre snora må være lik over øvre trinse og over til venstre snor der F virker. Ved likevekt er derfor $F = \frac{1}{2}Mg$

Riktig svar alternativ C.

Oppgave 11

To like masser henger i hver sin snor med lik lengde. En av massene blir sluppet fra en høyde h over bunnpunktet og treffer den andre massen. De to festes til hverandre og beveger seg videre og kommer da opp til en felles høyde H som er gitt.



Hvor stor er H i uttrykket ved h ?

- A) $3h/4$
- B) $h/4$
- C) $h/2$

- D) h
E) h/8

Løsning:

Fart til venstre kule før støt fra energibevarelse $mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh}$. I støtet vil bevegelsesmengden være bevart.

$$mv_0 = 2mv_1$$

$$v_1 = \frac{1}{2}v_0$$

Fra nå har vi bevaring av energi.

$$\frac{1}{2}(2m)v_1 = 2mgH$$

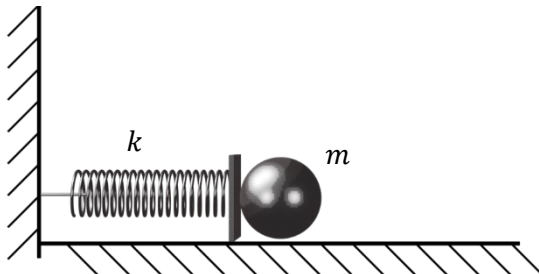
$$\frac{1}{2}(2m)\left(\frac{1}{2}v_0\right)^2 = \frac{1}{2}(2m)\frac{1}{4}2gh = 2mgH$$

$$\underline{\underline{H = \frac{1}{4}h}}$$

Riktig svar alternativ B.

Oppgave 12

Ei kule med masse 455 g ligger på et horisontalt friksjonsfritt bord inntil ei ideell masseløs fjær med fjærkonstant 245 N/m. Fjæra er i utgangspunktet presset sammen 1,15 cm fra sin likevektslengde. Fjæra løses ut slik at kula akselererer mot høyre. Hva er kulas hastighet i det fjæra når sin likevektslengde?



- A. 26,7 cm/s
B. 31,6 cm/s
C. 36,5 cm/s
D. 41,4 cm/s
E. 46,3 cm/s

Løsning:

Bevaring av energi gir $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$ som gir $v = \sqrt{kx^2/m} = 0.267 \text{ m/s}$

Riktig svar alternativ A.

Oppgave 13

Ei vogn med masse m beveger seg friksjonsfritt inne i en vertikal loop med radius R . Vogna er ikke festet til underlaget. På toppen av loopen har den akkurat høy nok fart slik at den ikke faller ut av sirkelbevegelsen.

Ta utgangspunkt i at vogna har farten v_1 i bunnen av loopen og farten v_2 på toppen av loopen. Hvor stor er normalkrafta på vogna i bunnen av loopen uttrykt ved antall $G = mg$?

- A. $N = 2G$
- B. $N = 3G$
- C. $N = 4G$
- D. $N = 5G$
- E. $N = 6G$

Løsning:

På toppen av loopen er normalkrafta lik null.

$$\Sigma F_y = G = mg = \frac{mv_2^2}{R} \Rightarrow \frac{v_2^2}{R} = g \Rightarrow v_2^2 = gR$$

I bunnen av loopen

$$\Sigma F_y = N - mg = \frac{mv_1^2}{R} \quad (i)$$

Problemet er at vi nå står igjen med for mange ukjente. Men fra bunn til topp er også energi bevart.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_1^2 &= \frac{1}{2}mv_2^2 + mg2R \\ v_1^2 &= v_2^2 + g4R \\ v_1^2 &= v_2^2 + g4R \end{aligned}$$

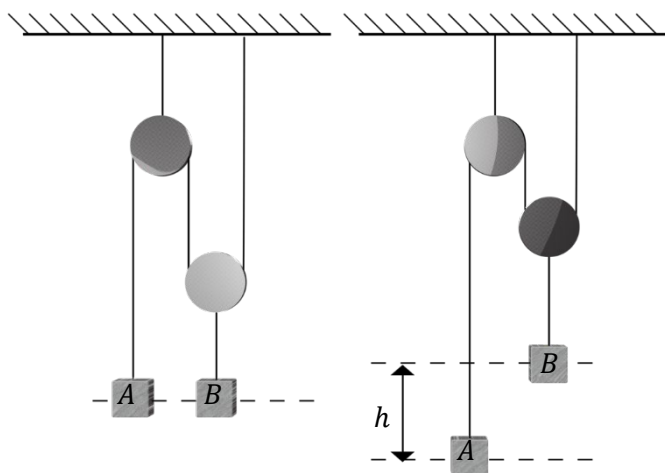
Setter dette nå inn i (i)

$$\begin{aligned} N &= m \left(g + \frac{v_1^2}{R} \right) = m \left(g + \frac{v_2^2 + g4R}{R} \right) \\ &= \frac{m}{R} (gR + v_2^2 + g4R) \\ &= \frac{m}{R} (gR + gR + g4R) = \underline{\underline{6mg}} = 6G \end{aligned}$$

Riktig svar alternativ E.

Oppgave 14

Gitt et system som vist i figuren som består av en masseløs snor, lette, friksjonsfrie taljer og to blokker med lik masse. Legg merke til at blokk B er festet til en av taljene. Systemet holdes i utgangspunktet i ro slik at blokkene er på samme høyde over bakken. Blokkene slippes deretter. Finn hastigheten til blokk A i det øyeblikket den vertikale avstanden mellom blokkene er h . (Hint: Observer når avstanden mellom klossene er h , har den ene klossen gått dobbelt så langt ned som den andre har hevet seg).



A. $v_A = \sqrt{\frac{1}{3}gh}$

B. $v_A = \sqrt{\frac{2}{3}gh}$

C. $v_A = \sqrt{\frac{4}{15}gh}$

D. $v_A = \sqrt{\frac{8}{15}gh}$

E. $v_A = \sqrt{\frac{8}{9}gh}$

Løsning:

Når avstanden er h har lodd A falt $\frac{2}{3}$ av høyden og B har hevet seg $\frac{1}{3}h$ opp. Begge har fått en fart men A har gitt fra seg potensiell energi, B har tatt ut. Det betyr at farten til lodd A er 2 ganger farten til lodd B. Hvis vi ser på energien

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2 = mg\frac{2}{3}h - mg\frac{h}{3} = mg\frac{1}{3}h$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}m\frac{1}{4}v_A^2 = mg\frac{1}{3}h$$

$$v_A^2 + \frac{1}{4}v_A^2 = g\frac{2}{3}h$$

$$v_A^2 = g\frac{8}{15}h$$

$$v_A = \sqrt{\frac{8}{15}gh}$$

Riktig svar alternativ D.

Oppgave 15

En hul sylinder ruller uten å gli nedover et skråplan med helningsvinkel 15 grader. Starthastigheten er null. Hva er sylinderens hastighet når den har rullet 60 cm langs skråplanet?

- A) 0.7 m/s
- B) 1.2 m/s
- C) 1.7 m/s
- D) 2.2 m/s
- E) 2.7 m/s

Løsning

Når sylindren har rullet ned 60 cm har den hatt en bevegelse i vertikal retning som er

$$h = l \sin(15^\circ)$$

Den potensielle energien har da blitt konvertert til bevegelse og rotasjon

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mR^2\left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

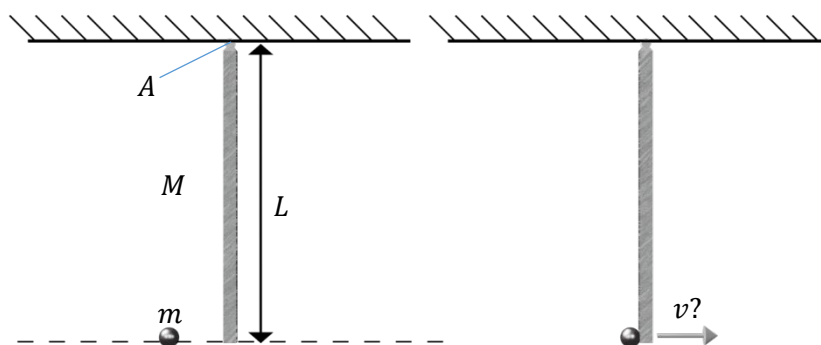
$$gh = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}v^2 = v^2$$

$$v = \sqrt{gh} = \sqrt{gl \cdot \sin 15^\circ} = 1,234 \text{ m/s} \approx \underline{\underline{1,2 \text{ m/s}}}$$

Rett svar er alternativ B

Oppgave 16

Ei tynn, jevntykk stang har lengde $L = 1.0 \text{ m}$ og masse $M = 150 \text{ g}$, og henger vertikalt i tyngdefeltet. Stanga kan svinge friksjonsfritt om en aksling i enden (A). Et lite prosjektil med masse $m = 10 \text{ g}$ skytes horisontalt med hastighet $v = 180 \text{ m/s}$ og treffer stanga helt nederst i en fullstendig uelastisk kollisjon. (Dvs prosjektilet sitter fast i stanga.) Hva blir hastigheten til det lille prosjektilet (og enden av stanga) umiddelbart etter kollisjonen? (Tips: Dreieimpulsbevarelse.)



- A) 10 m/s
- B) 15 m/s
- C) 20 m/s
- D) 25 m/s
- E) 30 m/s

Løsning

Dreieimpulsen til den lille massen blir til dreieimpulsen til stanga med kula i enden.

$$\begin{aligned}
 mv_0 L &= I_T \omega \\
 &= \left(\frac{ML^2}{3} + mL^2 \right) \omega \\
 &= \left(\frac{ML^2}{3} + mL^2 \right) \frac{v_e}{L} \\
 v_e &= \frac{mv_0}{\frac{M}{3} + m} = \frac{3mv_0}{M + 3m} \\
 v_0 &= \frac{3 \cdot 0.010 \text{ kg } 180 \text{ m/s}}{0.150 \text{ kg} + 3 \cdot 0.010 \text{ kg}} = \frac{0.030 \text{ kg } 180 \text{ m/s}}{0.180 \text{ kg}} = \underline{\underline{30 \text{ m/s}}}
 \end{aligned}$$

Rett svar er alternativ E

Oppgave 17

En kloss med masse M er festet til en horisontal fjær med kraftkonstanten k , beveger seg i enkel harmonisk bevegelse med amplitude A_1 . Når blokken passerer gjennom sin likevektsposisjon, blir en klump med leire som har masse m sluppet fra en liten høyde og som så fester seg til klossen.

Hva blir den nye amplituden og perioden til svingebevegelsen?

A. $A_2 = A_1 \sqrt{\frac{M}{M+m}}$

B. $A_2 = A_1 \sqrt{\frac{M+m}{M}}$

C. $A_2 = mA_1 \sqrt{\frac{M+m}{M}}$

D. $A_2 = MA_1 \sqrt{\frac{M+m}{M}}$

E. $A_2 = A_1 \frac{mM}{M+m}$

Løsning:

Før sammenstøtet har systemet total energi $\frac{1}{2}kA_1^2$. Når pendelen så kommer til likevektspunktet har pendelen farten v_1

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2}Mv_1^2 &= \frac{1}{2}kA_1^2 \\
 v_1 &= A_1 \sqrt{\frac{k}{M}}
 \end{aligned}$$

Nå klasker vi på leireklumpen og her vil bevaring av bevegelsesmengde gjelde

$$Mv_1 = (m + M)v_2$$

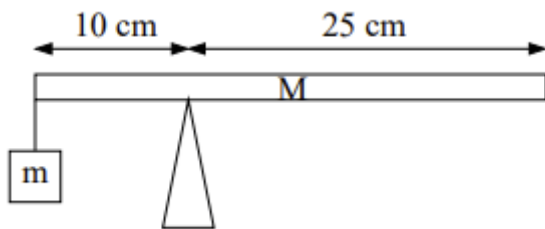
$$v_2 = \frac{M}{(m + M)} v_1$$

Hvis vi antar at kollisjonen skjer ekstremt raskt og vi fortsatt er i likevektspunktet er energien nå

$$\begin{aligned}
E_2 &= \frac{1}{2}(M+m)v_2^2 \\
&= \frac{1}{2}(M+m)\left(\frac{M}{(m+M)}v_1\right)^2 \\
&= \frac{1}{2}(M+m)\frac{M^2}{(m+M)^2}v_1^2 \\
&= \frac{1}{2}\frac{M^2}{(M+m)}v_1^2 \\
&= \frac{M}{(M+m)}\frac{1}{2}Mv_1^2 \\
E_2 &= \frac{M}{M+m}E_1 \\
\frac{1}{2}kA_2^2 &= \frac{M}{M+m}\frac{1}{2}kA_1^2 \\
A_2 &= A_1\sqrt{\frac{M}{M+m}}
\end{aligned}$$

Rett svar er alternativ A.

Oppgave 18



Ei jevntykk stang med et lodd hengt på i enden balanserer, som vist i figuren. Stangas masse er $M = 6.0 \text{ kg}$. Hva er loddets masse m ?

- A. 1.5 kg
- B. 2.5 kg
- C. 3.5 kg
- D. 4.5 kg
- E. 5.5 kg

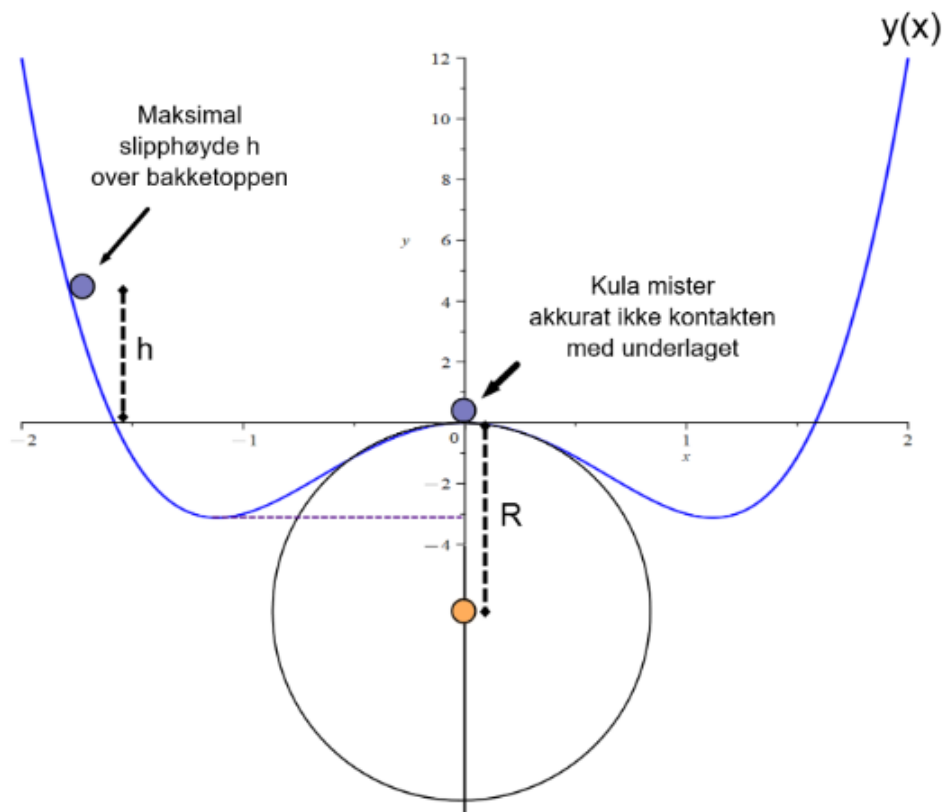
Løsning

For at systemet skal være i ro må summen av kraftmoment være like. Stanga har masse $M=6.0\text{kg}$ og et massesenter som ligger $35/2 \text{ cm}$ unna kanten, dvs 7.5 cm til høyre for balansepunktet.

$$\begin{aligned}
mg \cdot 0,1\text{m} - Mg \cdot 0,075 &= 0 \\
m &= 6,0\text{kg} \cdot \frac{0,075}{0,10} = 4,5 \text{ kg}
\end{aligned}$$

Rett svar er alternativ D.

Oppgave 19



Ei massiv kule ruller uten å gli nedover en berg -og dalbane beskrevet av funksjonen $y(x)$. Banen er formet på en slik måte at den har en bakketopp i origo slik figuren over viser. Hvor skarp denne bakketoppen er beskrives ved hjelp av en inntegnet sirkel med radius R der den øvre delen av sirkelbuen overlapper baneprofilen før og etter bakketoppen (det vil si: Jo mindre radiusen R er jo skarpere er bakketoppen, og motsatt).

Du plasserer nå kulekula i en høyde h over denne bakketoppen og slipper den. Bestem den maksimale høyden h du kan anvende uttrykt ved sirkelradien R der kula akkurat mister kontakten med banen på bakketoppen, men uten å hoppe opp fra banen.

- A. $h = \frac{3}{10} R$
- B. $h = \frac{1}{2} R$
- C. $h = \frac{7}{10} R$
- D. $h = \frac{9}{10} R$
- E. $h = \frac{11}{10} R$

Løsning:

Her kan vi bruke energibevaring

$$\begin{aligned}
 mgh &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \\
 mgh &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\left(\frac{v}{r}\right)^2 \\
 gh &= \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{5}v^2 = \frac{7}{10}v^2
 \end{aligned}$$

$$\frac{7}{10}v^2 = gh$$

Dersom vi ser på kreftene over toppen,

$$\Sigma F_y = N - G = \frac{mv^2}{R}$$

Siden vi befinner oss i en sirkelbevegelse og vi akkurat rekker over uten å lette kan vi sette $N = 0$.
Dersom vi tar positiv retning nedover inn mot senteret,

$$G = mg = \frac{mv^2}{R}$$

$$g = \frac{v^2}{R}$$

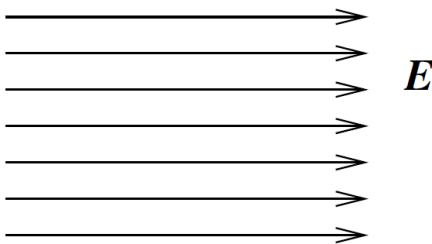
Så kan vi sette sammen betingelsene

$$h = \frac{7}{10} \frac{v^2}{g} = \frac{7}{10} \frac{v^2}{v^2/R} = \frac{7}{10} R$$

Rett svar er alternativ C

Oppgave 20

Figuren viser feltlinjer for et uniformt elektrisk felt. Et elektron som plasseres i dette feltet vil



- A. ligge i ro
- B. akselerer inn i en sirkelbane mot klokka
- C. akselerer inn i en sirkelbane med klokka
- D. akselerere mot venstre.
- E. akselerere mot høyre.

Løsning:

Et elektron vil påvirkes av en konstant kraft

$$\vec{F} = q\vec{E} = -e\vec{E} = m\vec{a}$$

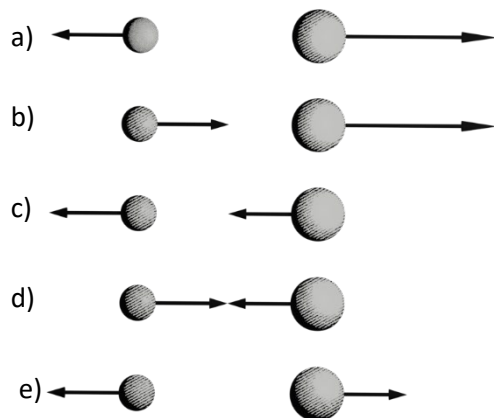
Som er akselerasjon motsatt rettet av feltet

$$\vec{a} = -\frac{e\vec{E}}{m}$$

Riktig svar er alternativ D.

Oppgave 21

To kuler har ladning henholdsvis $-Q$ og $-2Q$. Hvilken figur beskriver best de elektrostatiske kreftene som virker mellom de to kulene?



Løsning:

Newtons 3. lov sier at en kraft alltid er en vekselvirkning. Begge blir påvirket av en kraft som er like stor men motsatt rettet. Dermed er alternativ e) riktig.

Riktig svar er alternativ E.

Oppgave 22

Et metallstykke er tilført en viss mengde negativ ladning. Hvilken av påstandene nedenfor er korrekt?

- A. Den elektriske feltstyrken øker gradvis fra overflaten og inn mot metallens indre.
- B. På overflaten av metallstykket er den elektriske feltstyrken forskjellig fra null.
- C. Potensialet er større på overflaten enn i metallstykkets indre.
- D. Nettoladningen fordeler seg jevnt over metallstykkets volum.
- E. I stor avstand fra metallstykket avtar feltstyrken med avstanden opphøyd i 1. potens.

Løsning:

Metallstykket er et ekvipotensial, da $E = 0$ inni metallet og E står normalt på metallens overflate i overalt på overflata. Dvs, feltstyrken er forskjellig fra null på overflaten av metallstykket.

Riktig alternativ er B.

Oppgave 23

Hvis elektrisk feltstyrke er 300 V/m i avstand 300 mm fra en punktladning Q , hva er da elektrisk feltstyrke i avstand 200 mm fra en punktladning $2Q$?

- A. 200 V/m
- B. 400 V/m
- C. 750 V/m
- D. 1000 V/m
- E. 1350 V/m

Løsning:

$$\text{Her er } \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (3r)^2} = 300 \text{ V/m} \cdot \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 (2r)^2} = x$$

$$\frac{\frac{2Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{4r^2}}{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{9r^2}} = \frac{x}{300}$$

$$\frac{9}{2} = \frac{x}{300}$$

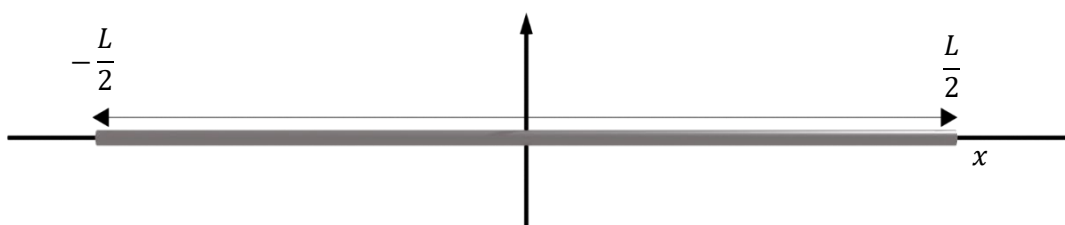
$$x = \frac{9}{2} 300 \text{ V/m} = \underline{\underline{1350 \text{ V/m}}}$$

Riktig alternativ er E.

Oppgave 24

En stang med lengde L , som går fra $x = -L/2$ til $x = L/2$ der ladningen per lengdeenhet er gitt ved

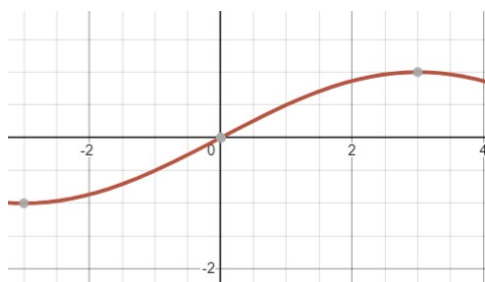
$$\lambda(x) = \lambda_0 \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)$$



Hva er det totale dipolmomentet til stanga?

- A. $\frac{2\lambda_0 L}{\pi}$
- B. $\frac{\lambda_0 L^2}{\pi^2}$
- C. $\frac{4\lambda_0 L}{\pi}$
- D. $\frac{2\lambda_0 L^2}{\pi^2}$
- E. $\frac{4\lambda_0 L^2}{\pi^2}$

Løsning:



Deler opp staven i mange små, men like store elementer. Med nullpunkt midt på staven vil avstanden mellom $-dq$ og $+dq$ være $2x$.

$$d = 2x$$

Dipolelementet fra de små bidragene er da

$$dp = dq d = dq 2x$$

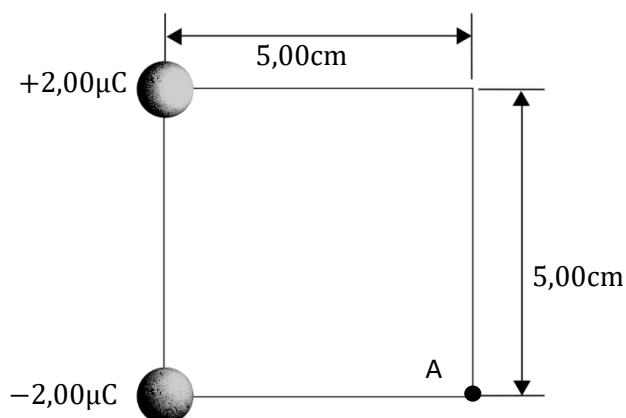
For å få det totale dipolmomentet må vi summere opp alle elementene. Bredden av hvert element er dx og har ladning $dq = \lambda_0 \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) dx$ der x er gitt i mm.

$$\begin{aligned}
 p &= \int_0^{\frac{L}{2}} 2x \overbrace{\lambda_0 \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)}^{dq} dx = 2\lambda_0 \int_0^{\frac{L}{2}} x \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) dx = \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) - x \cdot \frac{\pi}{L} \cos\left(\frac{\pi}{L}x\right)}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2} \right]_0^{\frac{L}{2}} \\
 &= 2\lambda_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{L} \frac{L}{2}\right) - \frac{L}{2} \cdot \frac{\pi}{L} \cos\left(\frac{\pi}{L} \frac{L}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2} - \frac{\sin\left(\frac{\pi}{L} 0\right) - 0 \cdot \frac{\pi}{L} \cos\left(\frac{\pi}{L} 0\right)}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2} \right] \\
 &= 2\lambda_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2} - \frac{\sin(0) - 0}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2} \right] \\
 &= \frac{2\lambda_0 1}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2} = \frac{2\lambda_0 L^2}{\pi^2}
 \end{aligned}$$

Rett svar er alternativ D

Oppgave 25

To punktladninger $q_1 = +2,00\mu C$ og $q_2 = -2,00\mu C$ er plassert i hvert sitt hjørne på den ene siden av et kvadrat som er sider med lengde 5,00cm. Punktet A ligger i den ene hjørnet av kvadratet. Se figur under. Hva er størrelsen på elektriske feltet i punkt A



- A. 0,00 V/m
- B. $3,31 \cdot 10^2$ V/m
- C. $2,50 \cdot 10^3$ V/m
- D. $9,52 \cdot 10^5$ V/m
- E. $5,30 \cdot 10^6$ V/m

Løsning:

Avstand fra positiv ladning til A er $d = \sqrt{(5,0\text{cm})^2 + (5,0\text{cm})^2} = 5\sqrt{2}$ Vi kan nå finne en enhetsvektor fra $r = 0,05m \hat{i} - 0,05m \hat{j}$ der $|r| = \sqrt{0,05^2 + 0,05^2} = 0,05\sqrt{2}$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|r|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{i} - \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{j}$$

Feltet fra den positive ladningen

$$\vec{E}_1 = 8,99 \cdot \frac{10^9 Nm^2}{C^2} \cdot \frac{2,00 \cdot 10^{-6} C}{(0,05\sqrt{2} m)^2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{i} - \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{j} \right\} = 3596000 \text{ V/m} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{i} - \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{j} \right\} =$$

$$\vec{E}_2 = 8,99 \cdot \frac{10^9 Nm^2}{C^2} \cdot \frac{-2,00 \cdot 10^{-6} C}{(0,05 m)^2} \hat{i} = -7192000 \text{ V/m} \hat{i} = 7,19 \cdot 10^6 \text{ V/m} \hat{i}$$

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (2,54 \cdot 10^6 - 7,19 \cdot 10^6) \hat{i} - 2,54 \cdot 10^6 \hat{j} \text{ V/m} \\ &= -4,65 \cdot 10^6 \text{ V/m} \hat{i} - 2,54 \cdot 10^6 \text{ V/m} \hat{j} \end{aligned}$$

Størrelse blir da

$$E = \sqrt{(-4,65 \cdot 10^6)^2 + (2,54 \cdot 10^6)^2} = 5,30 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

Rett svar er alternativ E.

Oppgave 26

To punktladninger $q_1 = +2,00 \mu C$ og $q_2 = +2,00 \mu C$ er plassert i kvar sit hjørne på den eine sida av eit kvadrat med sidelengd 5,00 cm. Punktet A ligg i eit av hjørna til kvadratet. Sjå figuren under. Kva er det elektriske potensialet i punkt A?

- A. $-8,92 \cdot 10^4 V$
- B. $-1,01 \cdot 10^5 V$
- C. $-1,05 \cdot 10^5 V$
- D. $-2,32 \cdot 10^5 V$
- A. $-3,82 \cdot 10^5 V$

Løsning

Potensialet er gitt ved den skalare størrelsen

$$V = k \frac{q}{r}$$

Totalt potensial i punkt A er da

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2,5 \cdot 10^5}{0,05\sqrt{2} m} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-3,60 \cdot 10^5}{0,05 m} = -105324,4 V = \underline{\underline{-1,05 \cdot 10^5 V}}$$

Rett svar er alternativ C

Oppgave 27

En ideell likespenningskilde V_0 er koblet til en parallelplatekondensator med plateavstand d . Hva skjer med potensialforskjellen mellom kondensatorplatene dersom plateavstanden økes til $3d/2$?

- A Den reduseres med 50%
- B Den reduseres med 33%
- C Den endres ikke
- D Den økes med 33%
- E Den økes med 50%

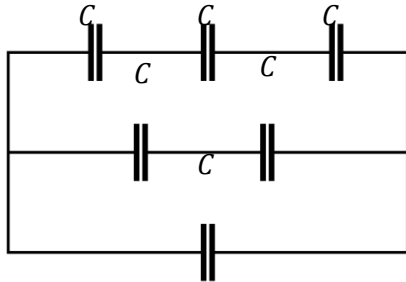
Løsning:

Med påtrykt spenning V_0 blir potensialforskjellen mellom kondensatorplatene lik V_0 selv om plateavstanden varierer. Spenningen over kondensatoren vil ikke endres.

Rett svar er alternativ C

Oppgave 28

Bestem den ekvivalente kapasitansen for oppkoblingen på figuren?



- A. $C_{eq} = \frac{11}{6}C$
- B. $C_{eq} = \frac{11}{2}C$
- C. $C_{eq} = \frac{11}{12}C$
- D. $C_{eq} = \frac{11}{9}C$
- E. $C_{eq} = \frac{11}{8}C$

Løsning:

3 kondensatorer i serie: $\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{3}{C} \Rightarrow C_1 = \frac{C}{3}$

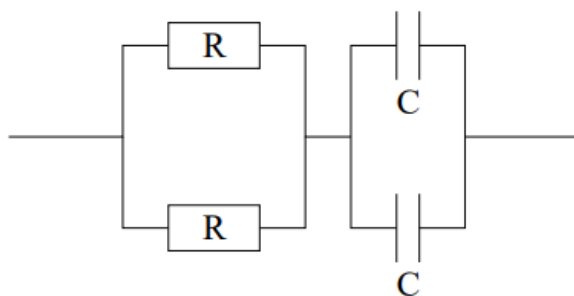
2 kondensatorer i serie: $\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C} \Rightarrow C_2 = \frac{C}{2}$

Nå står vi igjen med parallellkoblingen av C_1 , C_2 og C

$$C_{total} = C_1 + C_2 + C = \frac{C}{3} + \frac{C}{2} + C = \underline{\underline{\frac{11}{6}C}}$$

Rett svar er alternativ A

Oppgave 29



Hva er tidskonstanten τ til kretsen i figuren?

- A. $RC/4$
- B. $RC/2$
- C. RC
- D. $2RC$
- E. $4RC$

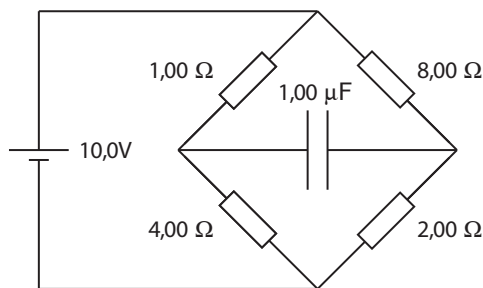
Løsning:

Kretsen har motstand $(1/R + 1/R) \cdot R = R/2$ (parallellkobling) og kapasitans $C + C = 2C$ (parallellkobling), og dermed tidskonstant RC .

Rett svar er alternativ C

Oppgave 30

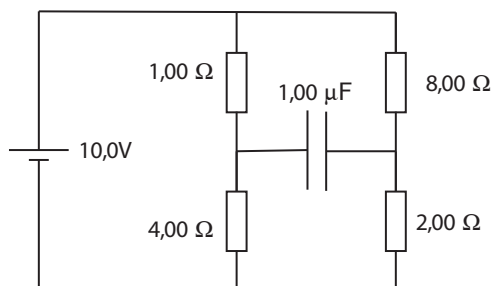
Kretsen som er vist i figuren har vært tilkoblet sammen i lang tid. Hva er spenningsforskjellen over kondensatoren?



- A. 2V
- B. 4V
- C. 5V
- D. 6V
- E. 8V

Løsning:

Når det har gått lang tid, er kondensatoren ladet opp og vi har ingen strøm som går inn i kondensatoren. Da har vi to parallellkoblede seriekoblinger



Venstre side $I_V = \frac{10V}{1\Omega + 4\Omega} = 2A$

Høyre side av kretsen

$$I_H = \frac{10V}{8\Omega + 2\Omega} = 1A$$

Spenningen på venstre side av kondensatoren er da

$$V_{Kond\ V} = 10V - 1\Omega 2A = 8V$$

$$V_{Kond\ H} = 10V - 8\Omega 1A = 2V$$

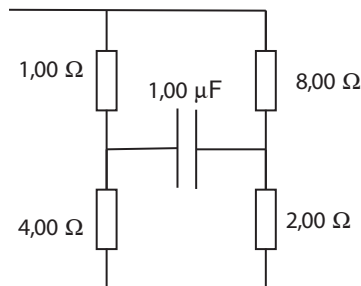
Spenningsforskjellen over kondensatoren er da

$$V_{Kond} = V_{Kond\ V} - V_{Kond\ H} = 8V - 2V = 6V$$

Rett svar er alternativ D

Oppgave 31

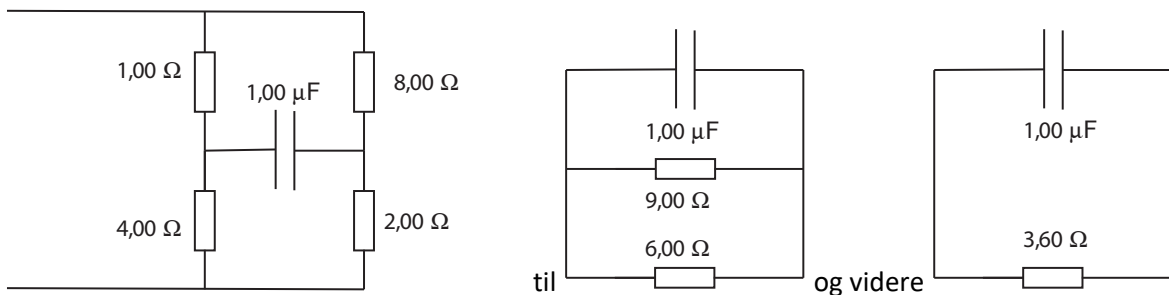
Hvis batteriet kobles fra kretsen som vi hadde i forrige oppgave, over hvilken tidsperiode utlades kondensatoren til en tidel av sin opprinnelige spenning?



- A. $34,5\ \mu s$
- B. $6\ \mu s$
- C. $0,3\ \mu s$
- D. $12,3\ \mu s$
- E. $8,3\ \mu s$

Løsning:

Når vi tar ut batteriet kan vi restrukturere kretsen fra



Som gir oss en utladning over en ekvivalent motstand

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{54\Omega^2}{15\ \Omega} = 3,6\Omega$$

Spenningen over kondensatoren er

$$V(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{1}{10} V_0$$

$$-\frac{t}{RC} = \ln\left(\frac{1}{10}\right) = \ln(1) - \ln(10)$$

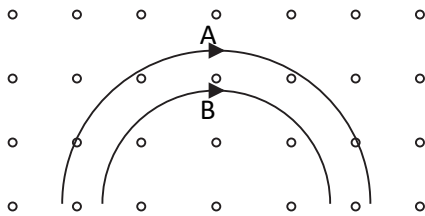
$$t = RC \ln 10$$

$$= 3,6\Omega \cdot 1,0 \times 10^{-6} F \cdot \ln 10 = 8,2893 \cdot 10^{-6} s = \underline{\underline{8,3\mu s}}$$

Rett svar er alternativ E

Oppgave 32

Gitt to partikler A og B med masse m_A og m_B . Partiklene har samme ladning og beveger seg i samme plan. Ladningene beveger seg inn i et område med et magnetfelt som er vinkelrett på planet. Partiklene har hastigheter v_A og v_B og banene er vist i figuren under.



Hvilken påstand er riktig?

- a) $m_A v_A < m_B v_B$
- b) $m_A < m_B$ og $v_A < v_B$
- c) $m_A v_A > m_B v_B$
- d) $m_A = m_B$ og $v_A = v_B$
- e) Ingen av alternativene er riktig.

Løsning

Fra figuren ser vi at

$$r_A > r_B$$

$$\text{Siden } r = \frac{mv}{qB}$$

$$\frac{m_A v_A}{qB} > \frac{m_B v_B}{qB}$$

$$m_A v_A > m_B v_B$$

Rett svar er Alternativ C

Oppgave 33

Vi har en spole med $N = 100$ vindinger som har radius $r = 0,60\text{m}$. Vi kan anta at spolen er så tett pakket at alle vindingene ikke gir en vesentlig utstrekning av spolen. Det går en strøm på $5,0\text{A}$ i spolen. Hvor langt unna senteret av spolen langs unna senteret av spolen er feltet $1/8$ av feltet i senteret av spolen?

- A. $0,72\text{ m}$
- B. $0,94\text{ m}$
- C. $0,98\text{ m}$
- D. $1,04\text{ m}$
- E. $1,18\text{ m}$

Løsning

Vi vet at feltet i senteret av spolen er

$$B_x^{senter} = \frac{N\mu_0 I a^2}{2(0^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{N\mu_0 I a^2}{2(a^2)^{3/2}} = \frac{N\mu_0 I a^2}{2a^3} = \frac{N\mu_0 I}{2a}$$

mens at feltet i en avstand x fra spolen er

$$B_x = \frac{N\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

For å finne avstanden der $B_x = \frac{1}{8} B_x^{senter}$ må vi løse ligningen

$$\begin{aligned} \frac{N\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}} &= \frac{1}{8} \frac{N\mu_0 I a^2}{2(0^2 + a^2)^{3/2}} \\ \frac{1}{(x^2 + a^2)^{3/2}} &= \frac{1}{8} \frac{1}{a^3} \\ 8a^3 &= (x^2 + a^2)^{3/2} \\ ((2a)^3)^{\frac{2}{3}} &= x^2 + a^2 \\ 4a^2 - a^2 &= x^2 \\ x &= \pm\sqrt{3} a = \pm\sqrt{3} 0,6m = \pm 1,04 m \end{aligned}$$

Vi får et felt som er 1/8 av feltet i senteret av spolen i en avstand 1,04m unna senteret på begge sider.

Rett svar er alternativ D.

Oppgave 34

En lang, tettviklet spole med 200 viklinger på spolens lengde 20 cm er fylt med et ferromagnetisk materiale med relativ permeabilitet 2000. Det går en strøm 1.0 A i spoletråden. Hva er feltstyrken til det resulterende uniforme magnetfeltet inne i spolen?

- A 2.5 T
- B 3.5 T
- C 4.5 T
- D 5.5 T
- E 6.5 T

Løsning:

$$B = \mu n I = \mu_r \mu_0 \left(\frac{N}{L} \right) I = 2000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \left(\frac{200}{0.20} \right) \cdot 10 = 2,5 T$$

Rett svar er alternativ A.

Oppgave 35

Hva er den relative permeabiliteten μ_r til en typisk ferromagnet?

- A Null
- B Litt større enn 1.0
- C Litt mindre enn 1.0
- D Mye større enn 1.0
- E Negativ

Løsning:

Den relative permeabiliteten til et ferromagnetisk materiale er typisk 1000-2000

Rett svar er alternativ D