

FY1008 Introduksjon til Numerisk Fysikk

Øving 10 Høst 2025

NTNU

Institutt for
fysikk

Semesteret begynner å gå mot slutten, og dere har jobbet hard og godt med prosjektet i emnet. Dette vil være siste øvingen i emnet, og den vurderes til ikke å være alt for arbeidskrevende.

Denne øvingen består av to uavhengige oppgaver. Den siste gjelder klasser, noe vi vil dekke i neste forelesning. Derfor er det nok best å avvente med å gjøre denne til vi har gått gjennom dette materialet.

Uansett så er tanken er at vi vil bruke de neste to øvingsøktene til å jobbe med denne øvingen samt til å jobbe med andre selvvalgte oppgaver fra ulike deler av pensum.

Oppgave 1.

Denne oppgaven omhandler finans, og spesielt, analysen av historiske finansielle data.

Dette problemet er viet til bestemmelsen av halene til en empirisk fordeling. Vi vil se på den store amerikanske aksjeindeksen kjent som Dow Jones Industrial Average (DJIA) [1]. Den består av et lite antall store selskaper (i dag litt mer enn 30) fra ulike sektorer i bransjen, som f.eks. Microsoft og Exxon. Den brukes ofte som et mål på hvor godt den amerikanske industrien presterer.

Last ned datasettet `DJIA-closing-1896-2025.dat.gz` [2]. Det inneholder de historiske daglige slutt-verdien for DJIA indeksen over perioden fra 1896 til 2025. Det er dette datasettet vi skal analysere i denne oppgaven. Merk deg at datasettet er komprimert med GNU zip (extension `gz`).

Hvis verdien av indeksen betegnes som $D(t)$, defineres den såkalte *logaritmiske avkastningen*, eller hva som på engelsk kalt for *daily returns*, som:

$$r_{\Delta t}(t) = \ln \left(\frac{D(t + \Delta t)}{D(t)} \right), \quad (1)$$

hvor Δt er en tidsperiode som vi her vil anta er én dag (*dvs.* vi betrakter den daglige avkastningen).

- a) Les inn dataene i python og lag en variabel som kan brukes til å representere tiden t . Datafilen inneholder datoer i første kolonne i formatet `2025-01-02` som indikerer 2. januar 2025. Lag en flyttalls variabel som representerer året tilnærminingsvis. Hvor mange dager har et år i snitt når du tar med skuddår? Når man har datoer, kan man selvsagt regne dette ut mer nøyaktig, men du er ikke bedt om å gjøre det. Her er et tilnærmet tidsestimat tilstrekkelig.
- b) Plott DJIA-indeksen, og legg spesielt merke til de berømte indeks krasjene i 1929 og 1987 osv. samt iløpet av den mer nylige COVID epidemien i 2020. På grunn av økningen i verdien til indeksen over tid, kan det være nyttig å bruke en logaritmisk skala på den andreaksen.

- c) Beregn og plott den daglige (logaritmiske) avkastningen (return) som er definert av ligning (1). Observerer du noen periodisitet i denne tidsserien? I så fall, hvordan forklarer du denne oppførselen.
- d) Beregn standardavviket, $\sigma_{\Delta t}$, til den stokastiske (les tilfeldige) prosessen $r_{\Delta t}(t)$ for $\Delta t = 1$ dag. I finans er denne størrelsen kjent som *volatiliteten* til indeksen. Du har muligens hørt dette begrepet nevnt i media. Det brukes ofte som et (enkelt) mål på risiko. En indeks med høy volatilitet svinger mer, og er derfor mer usikker, enn en indeks med liten volatilitet.
- e) Forsøk empirisk å bestemme fordelingen (pdfen eller histogrammet) til avkastningen, $p(r_{\Delta t})$ (for $\Delta t = 1$). Husk at integralet av pdfen skal være én! Sammenlign funnene dine med den tilsvarende normal-fordelingen (Gauss-fordelingen) for samme standardavvik, ved å plote begge i samme graf¹. Hva er hovedforskjellen mellom de to, og hvordan tolker du denne forskjellen?
- f) Valgfritt: Sammenlikn sannsynligheten for fallet den 19. oktober 1987 [3] — the black Monday — fra de reelle dataene med hva den er i den normal-fordelte verden gitt at volatiliteten for denne fordelingen er den samme som for de virkelige dataene. Gjør tilsvarende beregning for det kraftige aksje fallet i 1929 som var begynnelsen på depresjonen som ridde verden i 1930-årene. Vil bruken av en normal-fordelt model for aksje prisene over eller underestimere sannsynligheten for slike ekstreme hendelser?
- g) Prøv nå å bestemme de såkalte kumulative fordelingsfunksjonene $P(r_{\Delta t})$ og $1 - P(r_{\Delta t})$. Sammenlign halene til de to. En kumulativ fordelingsfunksjon $P(x)$ er definert fra den tilhørende pdfen $p(x)$ via

$$P(x) = \int_{-\infty}^x dy p(y).$$

Derfor uttrykker $P(x)$ samlet sannsynligheten for at veriden til prosessen er mindre eller lik x . Merk deg også at $P(\infty) = 1$.

- h) Valgfritt: Det hevdes ofte at $1 - P(r_{\Delta t}) \sim r_{\Delta t}^{-(1+\alpha)}$ ($\alpha > 0$) over et område av return verdier, *dvs.* det viser potenslov skalering. Prøv å bestemme verdien av potenslovindeksen α .

¹I teoretisk finans så er en vanlig antagelse at den naturlige logaritmen til prisprosessen er en virrevanderer (som vi studerte i en av de første øvingene). Teknisk kalles en slik prisprosessen for en *geometrisk Brownian motion* eller *geometric Wiener process*.

Oppgave 2.

Temperatur er noe vi alle har et forhold til, men det ser ikke ut til at man klarer å enes om hvilken enhet man skal bruke for denne størrelsen. Man bruker som kjent både grader Celsius, Fahrenheit og Kelvin.

I denne oppgaven skal du lage en egendefinert klasse som kan brukes til å regne ut temperaturen i de andre enhetene når den er angitt i en av dem. F.eks. om temperaturen er satt i grader Celsius skal klassen kunne regne ut den tilsvarende temperaturen i Fahrenheit og Kelvin.

Rent konkret vil vi at klassen skal kunne brukes som følger:

```
temperature = Temperature()
temperature.set_celsius(0)           # setter temperaturen i Celsius
print( temperature.get_fahrenheit() ) # Tilsvarende temperature i Fahrenheit
print( temperature.get_kelvin() )     # Tilsvarende temperature i Kelvin

temperature.set_fahrenheit(100)      # Endrer temperaturen
print( temperature.get_kelvin() )     # Tilsvarende temperature i Kelvin
```

- a) Finn ut hvordan du kan gjøre omregningen mellom de ulike temperatur enhetene.
- b) Hvilke attributter (properties) er det hensiktsmessig at klassen har?
- c) Skrive Python koden som implementerer klassen.
- d) Test din kode mot brukereksemplene gitt ovenfor.

Referanser

- [1] Wikipedia side for DJIA https://en.wikipedia.org/wiki/Dow_Jones_Industrial_Average.
- [2] Data filen som inneholder de historiske DJIA closing prisene kan lastes ned fra <http://web.phys.ntnu.no/~ingves/Teaching/FY1008/Downloads/Data/DJIA-closing-1896-2025.dat.gz>. Merk at denne filen er komprimert med gzip.
- [3] Mer informasjon om Black Monday finner du under [https://en.wikipedia.org/wiki/Black_Monday_\(1987\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Black_Monday_(1987)).