



Løsningsforslag Lastebil

Oppgave 1

- a) Den største friksjonskraften vi kan ha før kassen begynner å skli er $F_R = \mu mg$. Når vi bremser er det kun friksjonskraften som virker på kassen i x -retning. Den største mulige friksjonskraften gir derfor størst akselerasjon, altså hurtigst nedbremsing. Denne akselerasjonen blir

$$a_{max} = \frac{F_S}{m} = \mu g$$

Hvis vi setter inn $\mu = 0,3$ finner vi at $a_{max} = 2,94 \text{ m/s}^2$. Vi har videre at $50 \text{ km/t} = 13,9 \text{ m/s}$. Tiden det tar å stoppe finner vi da som

$$t = \frac{v}{a} = \frac{13,9 \text{ m/s}}{2,94 \text{ m/s}^2} = 4,7 \text{ s}.$$

- b) I denne oppgaven er det mest hensiktsmessig å legge koordinatsystemet slik at x -aksen peker oppover langs bakken. Hverken bilen eller kassen er akselerert i y -retning, og dermed må den totale kraften i denne retningen være null. Med andre ord har vi at

$$N = -F_{gy} = mg \cos 15^\circ.$$

Den største friksjonskraften vi kan ha når bilen kjører i bakken er derfor

$$F_R = \mu N = \mu mg \cos 15^\circ.$$

I tillegg må vi ta hensyn til at tyngdekraften har en komponent som virker i x -retningen, med størrelse

$$F_{gx} = mg \sin 15^\circ.$$

Hvis bilen øker farten må friksjonskraften peke i positiv x -retning, for at kassen skal akselerere i denne retningen. Vi finner dermed den største totalkraften som

$$F_{max} = F_S - F_{gx} = \mu mg \cos 15^\circ - mg \sin 15^\circ = mg(\mu \cos 15^\circ - \sin 15^\circ).$$

Den største akselerasjonen finner vi da som

$$a_{max} = \frac{F_{max}}{m} = g(\mu \cos 15^\circ - \sin 15^\circ) = 0,30 \text{ m/s}^2.$$

Hvis man vil være vanskelig kan man eventuelt innvende at akselerasjon ikke betyr noe annet enn endring i hastighet, og dermed kan man også inkludere oppbremsing i denne oppgaven. Hvis lastebilen bremser må friksjonskraften på

kassen virke i negativ x -retning, altså i samme retning som x -komponenten til tyngdekraften. Den største kraften i dette tilfellet blir derfor

$$F_{max} = F_S + F_{gx} = mg(\mu \cos 15^\circ - \sin 15^\circ),$$

og den største mulige akselerasjonen blir tilsvarende

$$a_{max} = g(\mu \cos 15^\circ - \sin 15^\circ) = 5,4 \text{ m/s}^2.$$

Poenget er altså at hvis man øker farten i en oppoverbakke må man kjempe mot tyngdekraften, men når man bremser får man hjelp av tyngdekraften.

- c) I første spørsmål fant vi at den største akselerasjonen vi kan gi kassen ved hjelp av friksjonskraften er $a_{max} = 2,94 \text{ m/s}^2$. Det betyr at vi kan kjøre gjennom svingen så fort at sentripetalakselerasjonen akkurat blir lik a_{max} . Det medfører

$$v = \sqrt{a_{max}r} = \sqrt{2.94 \text{ m/s}^2 \cdot 50 \text{ m}} = 12,1 \text{ m/s}.$$

- d) For å løse denne oppgaven er det hensiktsmessig å plassere bilen i et koordinatsystem med x -aksen parallell med horisontalen. Når veien er dossert må vi huske at normalkraften ikke lenger er $N = mg$. Vi vet at bilen ikke har akselerasjon i y -retningen, og at hvis veien er optimalt dossert vil vi ha $F_R = 0$, fordi y -komponenten til normalkraften vil være tilstrekkelig til å holde bilen på veien. Vi vet også at $N_y = N \cos \theta$. Fra det finner vi

$$\begin{aligned} N_y - mg &= 0 \\ N &= \frac{mg}{\cos \theta}. \end{aligned} \tag{1}$$

Uten friksjon er det bare x -komponenten til normalkraften som kan gi opphav til sentripetalakselerasjonen. Vi har $N_x = N \sin \theta$, som gir oss følgende ligning:

$$\begin{aligned} m \frac{v^2}{r} &= N \sin \theta = mg \tan \theta \\ \Rightarrow \tan \theta &= \frac{v^2}{rg} \end{aligned} \tag{2}$$

og vi finner

$$\theta = 10^\circ. \tag{3}$$