

Prosjekt i FY0001

1 Introduksjon

Numeriske beregninger blir en stadig mer utbredt måte å studere fysiske systemer på. Ettersom datamaskinene blir stadig kraftigere kan man på en helt vanlig pc gjøre simuleringer som for ikke så veldig mange år siden var forbeholdt forskere med tilgang til superdatamaskiner.

2 Oppgavene

Som ble nevnt på forelesningen 18. februar har jeg to forslag til problemer man kan studere. Om noen ønsker å se på et annet problem er det greit, men det bør ikke være for vanskelig.

2.1 Banebevegelse i gravitasjonsfelt

Gravitasjonskraften som påvirker en ting som går i bane rundt jorden er avhengig av avstanden, som vi ser av gravitasjonsloven:

$$F_g(r) = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Siden $F = ma$ finner vi at akselerasjonen også er avhengig av avstanden. Det er med andre ord ikke helt trivielt å regne på en ting som går i noe annet enn en sirkelbane rundt jorden. Det vi imidlertid lett kan finne er akselerasjonen i et hvilket som helst punkt. Dette kan vi bruke til å finne farten og posisjonen på et senere tidspunkt ved å ta små tidssteg Δt :

Ved tiden t_0 :

$$x = x_0$$

$$y = y_0$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0$$

$$\vec{a} = G \frac{M}{r^2} \hat{r}$$

Ved tiden $t' = t_0 + \Delta t$:

$$x' = x_0 + v_{0x}\Delta t$$

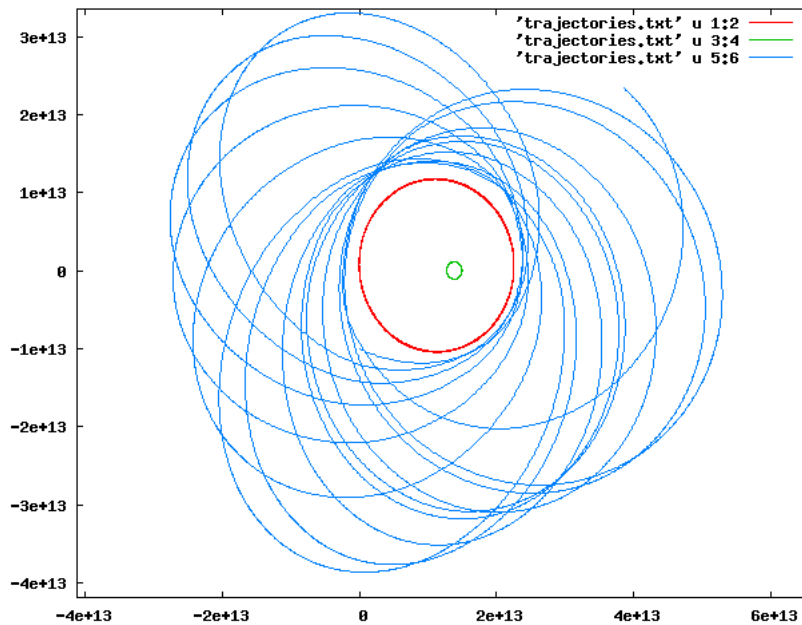
$$y' = y_0 + v_{0y}\Delta t$$

$$\vec{v}' = \vec{v}_0 + \vec{a}\Delta t$$

$$\vec{a}' = G \frac{M}{r'^2} \hat{r}'$$

På denne måten kan vi finne banen til en ting som beveger seg i gravitasjonsfeltet til jorden. Nøyaktigheten er avhengig av størrelsen på Δt . Denne fremgangsmåten kalles gjerne Eulers metode.

Det enkleste når man ser på et slikt problem er å anta at man har en planet med stor masse, og en ting med liten masse som går i bane, der man antar at planeten står i ro hele tiden. Problemet kan også ganske lett utvides til å inkludere flere legemer, som alle påvirker hverandre med gravitasjonskrefter.



Figur 1: Et dobbelstjernesystem (rød og grønn strek), og en planet som går i bane rundt (blå strek).

2.2 Skrått kast med luftmotstand

For å kunne regne på dette tilfellet må vi anta en modell for luftmotstand. En rimelig antagelse er å si at luftmotstanden er proporsjonal med kvadratet av farten, og alltid har motsatt retning av farten, altså:

$$F_r = -\hat{v}Kv^2,$$

der K er en empirisk bestemt konstant. Vi får dermed det samme tilfellet som i forrige problem, nemlig at akselerasjonen er avhengig av posisjonen. Oppgaven kan løses på samme måte:

Ved tiden t_0 :

$$x = x_0$$

$$y = y_0$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0$$

$$\vec{a} = -\hat{v} \frac{Kv^2}{m}$$

Ved tiden $t' = t_0 + \Delta t$:

$$x' = x_0 + v_{0x}\Delta t$$

$$y' = y_0 + v_{0y}\Delta t$$

$$\vec{v}' = \vec{v}_0 + \vec{a}\Delta t$$

$$\vec{a}' = -\hat{v} \frac{Kv^2}{m}$$

3 Fremgangsmåte

For begge problemene beskrevet her er det samme fremgangsmåte som gjelder. Man vet farten og posisjonen, og man kan regne ut kraften, og dermed akselerasjonen. Så er det bare å bruke dette til å regne ut en ny fart og en ny posisjon en tid Δt senere, og gjenta dette veldig mange ganger.

Å programmere noe slikt er relativt enkelt. Skriver koden som skal til for å regne ut verdiene for neste steg, og så putter man denne koden inn i en såkalt «løkke» som kjøres ønsket antall ganger. I tillegg må man på et eller annet vis plote resultatene.

4 Aktuelle verktøy

Som nevnt tidligere er mulige verktøy MatLab, Octave eller Python. Jeg anbefaler å bruke Octave, fordi det er gratis, det ligner på MatLab (som er veldig utbredt, men ikke gratis) og det har innebygde funksjoner for plotting, som gjør det enkelt å komme i gang. Om noen foretrekker å bruke Python, MatLab eller noe helt annet, er det også greit, men veiledningen blir innrettet mot Octave.

5 Veiledning

I øvingstimen torsdag 26. februar har vi reservert et datarom (R92, i etasje U1 i Real-fagbygget), og der vil det bli gitt veiledning. Litt avhengig av hvor langt vi kommer vil det bli satt opp en veiledningstime til på et senere tidspunkt.

6 Innlevering

Jeg ser for meg at man leverer inn en kort rapport der man inkluderer plottene man har kommet frem til. Man kan jobbe sammen to og to, og leverer en felles rapport. Omtrent en side tekst, pluss figurer, burde holde. Rapporten bør ha en kort beskrivelse av problemet og fremgangsmåten, og noen tanker om resultatet. Innlevert rapport teller som to godkjente øvinger.