

Impuls, bevegelsesmengde, energi.
Bevaringslover.

Bevegelsesmengde ("massefart")

$$\boxed{p = m \cdot v}$$

$$[m] = \text{kg}$$

$$[v] = \text{m/s}$$

$$\Rightarrow [p] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

Eksempel:

Tennisball, $m = 50 \text{ g}$, $v = |v| = 150 \text{ km/t}$

Hva blir størrelsen av bevegelsesmengden?

$$p = |p| = m \cdot |v| = m \cdot v = 0,050 \text{ kg} \cdot \frac{150}{3,6} \text{ m/s}$$

$$\underline{\underline{p = 2,1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}}$$

NB! Husk å gjøre om til SI-enheter når du regner ut!

Impuls (kraftimpuls)

$$\boxed{I = F \cdot t}$$

$$[F] = \text{N} \left(= \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

$$[t] = \text{s}$$

$$\Rightarrow [I] = \text{Ns}$$

Når en gjenstand blir påvirket av en kraftimpuls, får den endret sin bevegelsesmengde:

$$I = \Delta p = p_{\text{slutt}} - p_{\text{start}}$$

Hvordan stemmer enhetene?

$$[I] = \text{N} \cdot \text{s}, \quad [p] = \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\underline{[I]} = \text{N} \cdot \text{s} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s} = \text{kg} \cdot \text{m/s} = \underline{[p]} \quad \underline{\text{ok!}}$$

Eksempel:

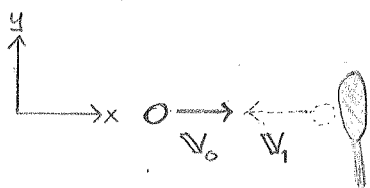
- a) Bordtennisball, $m = 2,5 \text{ g}$, har først hastighet $v_0 = 36 \text{ km/t}$ mot deg. Etter at du har slått den med racketen har den hastighet $v_1 = 54 \text{ km/t}$ direkte motsatt vei av opprinnelig. Hvor stor kraftimpuls har du overført til ballen?

Gjør om til grunnenheter:

$$\underline{m = 2,5 \text{ g} = 0,0025 \text{ kg}}$$

$$\underline{v_0 = 36 \text{ km/t} = \frac{36}{3,6} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}}$$

$$\underline{v_1 = 15 \text{ m/s}}$$



$$\Rightarrow v_0 = +10 \text{ m/s}, \quad v_1 = -15 \text{ m/s}$$

$$I = m \cdot v_1 - m \cdot v_0$$

Alle krefter langs samme linje, man trenger derfor kun å huske på fortegnene:

$$I = m \cdot (v_1 - v_0) = 0,0025 \text{ kg} \cdot (-15 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s})$$

$$\underline{I = -0,0625 \text{ kgm/s} = -0,0625 \text{ Ns}}$$

Energi

Kinetisk energi (bevegelsesenergi)

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

Potensiell energi

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

Man kan velge nullpunkt for potensiell energi, $E_p = 0$, akkurat der man vil. Det eneste som har fysisk betydning er forskjell i E_p .

$$[E_k] = [E_p] = J$$

$$1 J = 1 N \cdot m$$

$E_{tot} = E_k + E_p$ er bevart så lenge ingen krefter gjør arbeid på systemet.

Dersom andre krefter enn tyngden gjør arbeid, får vi $(E_{tot})_{etter} = (E_{tot})_{før} + W$, der $W = F \cdot s$ er arbeidet.

Eksempel: Fritt fall

En ball slippes fra 2 meters høyde. Hvis vi ser bort fra luftmotstand, hvor stor hastighet har den idet den treffer bakken?

Ingen andre krefter enn tyngden gjør arbeid

$$\Rightarrow (E_k)_{før} + (E_p)_{før} = (E_k)_{etter} + (E_p)_{etter}$$

$$\frac{1}{2} m \cdot \underset{\substack{\parallel \\ 0 \text{ m/s}}}{v_0^2} + m \cdot g \cdot h_0 = \frac{1}{2} m \cdot \underset{\substack{\parallel \\ 0}}{v_1^2} + m \cdot g \cdot \underset{\substack{\parallel \\ 0}}{h_1}$$

$E_p = 0$ i $h = 0$ (bakkenivå)

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot h_0 = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$$

Hva betyr minustegnet?

$I = 0,0625 \text{ Ns}$ i samme retning som slutthastigheten.

b) Hvis racketen gir en konstant kraft F til ballen i en tid $t = 0,1 \text{ s}$, hvor stor må kraften være for å gi kraftimpulsen funnet i a)?

$$I = F \cdot t \Rightarrow I \text{ og } F \text{ virker langs samme linje}$$

$$F = \frac{I}{t} = \frac{0,0625 \text{ Ns}}{0,1 \text{ s}}$$

$F = 0,625 \text{ N}$ i samme retning som slutthastigheten.

Bevaring av bevegelsesmengde

Når ingen ytre krefter virker på et system, er den totale bevegelsesmengden bevart. Det samme gjelder også dersom resultanten av eventuelle ytre krefter er lik null.

$$F_{\text{res}} = 0 \Rightarrow I_{\text{res}} = F_{\text{res}} \cdot t = 0 \Rightarrow \underline{(\Delta p)_{\text{res}} = I_{\text{res}} = 0}$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(5,71 \text{ m/s})^2 + (10,71 \text{ m/s})^2}$$

$$\underline{\underline{V = 12,14 \text{ m/s} = 43,7 \text{ km/t}}}$$

$$\tan \theta = \frac{V_y}{V_x} = \frac{10,71 \text{ m/s}}{5,71 \text{ m/s}} \Rightarrow \underline{\underline{\theta = 61,9^\circ}}$$

b) Hva skjer med den kinetiske energien før og etter krasjet?

$$\begin{aligned} (E_k)_{\text{før}} &= \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot (20 \text{ m/s})^2 + \frac{1}{2} \cdot 2500 \text{ kg} \cdot (15 \text{ m/s})^2 \\ &= 481250 \text{ kg m}^2/\text{s}^2 \\ &= 481250 \underbrace{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}}_{=\text{N}} \cdot \text{m} = 481250 \underbrace{\text{Nm}}_{=\text{J}} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{(E_k)_{\text{før}} = 0,48 \text{ MJ}}} \quad (\text{MJ} = 10^6 \text{ J})$$

$$(E_k)_{\text{etter}} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot 3500 \text{ kg} \cdot (12,14 \text{ m/s})^2$$

$$\underline{\underline{(E_k)_{\text{etter}} = 0,26 \text{ MJ}}}$$

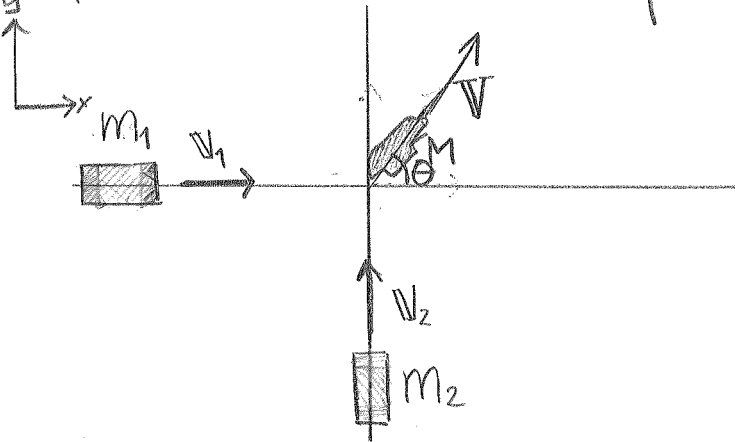
$$\underline{\underline{\Delta E_k = (E_k)_{\text{etter}} - (E_k)_{\text{før}} = -0,22 \text{ MJ}}}$$

Mekanisk energi er ikke bevart i et slikt krasj, fordi det for eksempel blir gjort arbeid når bilene deformeres! ($W = \Delta E$)

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \text{ m}}$$

$$\underline{v_1 = \sqrt{39,24 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 6,26 \text{ m/s}}$$

Klassisk eksempel: Bilkrasj



Bil nr 1:

$$m_1 = 1000 \text{ kg}, v_1 = 72 \text{ km/t}$$

Bil nr 2:

$$m_2 = 2500 \text{ kg}, v_2 = 54 \text{ km/t}$$

a) Etter krasjet henger bilene sammen og fortsetter som ett vrak. Hva blir hastighet og retning vraket beveger seg i etter krasjet?

Bevegelsesmengden er bevart:

$$p_{\text{før}} = p_{\text{etter}}$$

$$m_1 \cdot v_1 \cdot \hat{x} + m_2 \cdot v_2 \cdot \hat{y} = M \cdot V_x \cdot \hat{x} + M \cdot V_y \cdot \hat{y}$$

$$\hat{x}: V_x = \frac{m_1 \cdot v_1}{M} = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2} = \frac{1000 \text{ kg}}{(1000 + 2500) \text{ kg}} \cdot \frac{72}{3,6} \text{ m/s}$$

$$\underline{V_x = 5,71 \text{ m/s}}$$

$$\hat{y}: V_y = \frac{m_2 \cdot v_2}{M} = \frac{m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{2500 \text{ kg}}{3500 \text{ kg}} \cdot \frac{54}{3,6} \text{ m/s}$$

$$\underline{V_y = 10,71 \text{ m/s}}$$