NTNU
Fakultet for Naturvitenskap og Teknologi
Institutt for Fysikk

Eksamen i TFY 4230 Statistisk Fysikk

Faglærar: Professor Jens O. Andersen
Institutt for Fysikk, NTNU
Tlf: 73593131

Fredag 9. desember 2005
kl. 09.00-13.00

Tilletne hjelpemiddel:
Godkjend lommekalkulator
Rottmann: Matematisk Formelsamling
Rottmann: Matematische Formelsammlung
Barnett & Cronin: Mathematical Formulae

Oppgave 1

Ein partikkel bevegar seg i ein dimensjon i eit potensial $V(x) = V_0|x|$, der V_0 er ein positiv konstant. Hamiltonfunksjonen er

$$H = \frac{p^2}{2m} + V_0|x| \ ,$$

der m er massen til partikkelen. I det mikrokanoniske ensemblet har partikkelen energi E. Sannsynlegheitsfordelinga $P(p,x)$ er

$$P(p,x) \quad = \quad c\,\delta(E-H) \ ,$$

der c er ein normaliseringskonstant.

a) Bestem konstanten c og finn den normaliserte marginalfordelinga $P(p)$.

b) Finn middelverdien $\left\langle \frac{p^2}{2m} \right\rangle$.

Vi skal nå sjå på det same systemet i det kanoniske ensemblet ved temperatur T.

c) Rekn ut partisjonsfunksjonen Z.

d) Finn midlere energi E.

Oppgave 2

I denne oppgava skal vi sjå på ein kjede av tre Isingspinn med Hamiltonfunksjonen

$$H = -J(s_1 s_2 - s_2 s_3) \; ,$$

der J er ein positiv konstant.

a) Skriv ned alle konfigurasjonane og dei tilhøyrande energiane.

b) Vis at partisjonsfunksjonen kan skrivast som

$$Z \;\; = \;\; 8 \cosh^2(\beta J) \; .$$

c) Rekn ut midlere energi E. Finn E i grensa $T \to 0$ og tolk resultatet.

d) Rekn ut korrelasjonsfunksjonen $\langle s_1 s_3 \rangle$. Ta grensa $T \to 0$ og tolk resultatet.

Oppgave 3

I denne oppgava skal vi studere ein ikkje-relativistisk Fermigass ved $T = 0$ i ein romleg dimensjon. Massen til fermiona er m og lengda til systemet er L. Vi reknar utan degenerasjon.

a) Vis at tettheiten av tilstandar er

$$g(\epsilon) \;\; = \;\; \sqrt{\frac{2m}{h^2}} L \epsilon^{-1/2} \; .$$

b) Finn tettheiten ρ, den indre energien E og trykket P, uttrykt ved Fermienergien ϵ_F.

c) Bruk resultata i b) til å finne tilstandslikninga.

d) Gi ei kort forklaring på kvifor trykket til Fermigassen er større enn null for $T = 0$.

Oppgave 4

Denne oppgava består av fire ulike spørsmål som ein kan svare på uavhengig av kvarandre.

a) Ein gass som består av N partiklar, vekselverkar via eit parpotensial ϕ som berre avheng av avstanden mellom partiklane. Skriv ned eit uttrykk for den andre virialkoeffisienten $B_2(T)$ og definer Boyletemperaturen T^*.

b) Formuler ekvipartisjonsprinsippet i klassisk statistisk mekanikk.

c) Kva er typisk oppførsel for varmekapasiteten til eit fast stoff for lave temperaturar? For høge temperaturar?

d) Kva er kriteriet for ikkje-degenerasjon og klassiske forhold for ein kvantegass?

Oppgitt for heile settet:

$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|}\delta(x) \ ,$$

$$\epsilon = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}n_x^2 \ ,$$

$$PV = k_B T \sum_i \ln\left[1 + e^{-\beta(\epsilon_i - \mu)}\right] \ .$$
