Institutt for fysikk, NTNU
FY1013 Elektrisitet og magnetisme II
Høst 2005

Øving 1

Veiledning: Mandag 29. og onsdag 31. august
Innleveringsfrist: Fredag 2. september

Halleffekt med elektroner og hull

I forelesningene diskuterte vi Halleffekten: Dersom vi plasserer en bit av et materiale i et magnetfelt $\vec{B} = B_z\hat{z}$ og driver en elektrisk strøm i x-retningen (med strømtetthet j_x), får vi etablert et elektrisk felt E_y i y-retningen, det såkalte Hallfeltet. Sammenhengen mellom disse tre størrelsene kunne uttrykkes ved Hallkonstanten R_H:

$$R_H \equiv \frac{E_y}{j_x B_z} = \frac{1}{nq}$$

der n er antall mobile ladninger pr volumenhet, og q er ladningen pr partikkel, dvs $q = -e$ for elektroner.
Vår utledning tok utgangspunkt i at vi kun hadde *en* type ladningsbærere tilstede i et gitt materiale. Vi skal (på neste forelesning) forsøke å sannsynliggjøre at i noen materialer, fortrinnsvis *halvledere*, vil vi ha *to* typer ladningsbærere tilstede, positivt ladete *hull* og negativt ladete elektroner.
Oppgaven her består etterhvert i å vise at med både hull og elektroner tilstede i materialet generaliseres ovenstående uttrykk for Hallkonstanten til

$$R_H \equiv \frac{E_y}{j_x B_z} = \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{e(p\mu_p + n\mu_n)^2}$$

Her er n og p henholdsvis antall elektroner og hull pr volumenhet, mens μ_n og μ_p er *mobiliteten* for henholdsvis elektroner og hull.
Vi trenger selvsagt å vite hvordan mobiliteten er definert. Som vanlig antar vi at materialet er lineært og isotropt. Linearitet innebærer at partiklenes midlere driftshastighet $\vec{v}$ er proporsjonal med den drivende kraften $\vec{F}$, og dermed også proporsjonal med drivende kraft pr ladningsenhet, $\vec{f} = \vec{F}/|q|$. Isotropi innebærer at proporsjonalitetskonstanten er uavhengig av hvilken retning i materialet vi betrakter. (I et krystallinsk materiale vil vi typisk *ikke* ha isotropi, men det ser vi altså bort fra her!) Mobiliteten μ defineres nå nettopp ved

$$\vec{v} = \mu\vec{f}$$

Den drivende kraften er i vårt tilfelle Lorentzkraften:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

slik at

$$\vec{v} = \pm\mu(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

der positivt (negativt) fortegn gjelder for hull (elektroner) med ladning $q = e$ ($q = -e$). Med denne definisjonen er mobiliteten alltid en *positiv* størrelse.
Det er ingen umiddelbar grunn til at elektroner og hull skulle oppnå samme driftshastighet for en bestemt verdi av den drivende kraften. Med andre ord, mobiliteten for elektroner og hull er generelt forskjellige: $\mu_n \neq \mu_p$. [Et par talleksempler, ved romtemperatur, og i enheten m^2/Vs: Si (silisium): $\mu_n = 0.13$, $\mu_p = 0.05$; Ge (germanium): $\mu_n = 0.45$, $\mu_p = 0.35$]

a) Eksperimentet utføres ved at Hallprøven påtrykkes en spenning, og dermed et elektrisk felt E_x i x-retningen. Magnetfeltet B_z i z-retningen fører til at ladningsbærerne avbøyes i y-retningen og etablerer et elektrisk felt E_y i y-retningen. Det er med andre ord ingen (netto) bevegelse i z-retningen, så vi kan skrive

$$\vec{v}_i = v_{ix}\hat{x} + v_{iy}\hat{y} \;\; ; \;\; i = n, p$$

for driftshastigheten til elektronene ($i = n$) og hullene ($i = p$). Uttrykk de ulike komponentene av driftshastighetene (dvs $v_{nx}, v_{ny}, v_{px}, v_{py}$) ved mobilitetene ($\mu_n, \mu_p$) og feltene ($E_x, E_y, B_z$).
Tips: Anta at driftshastigheter i x-retningen ikke påvirkes av magnetfeltet. Med andre ord, anta at $v_{iy}B_z \ll E_x$.

b) Når driftshastighetene er kjent, kan vi også beregne strømtettheten $\vec{j}$:

$$\vec{j} = -ne\vec{v}_n + pe\vec{v}_p = j_x\hat{x} + j_y\hat{y}$$

Ved stasjonære forhold har vi $j_y = 0$. Bruk dette til å vise at Hallkonstanten R_H blir som oppgitt på side 1.

c) I forelesningene skal vi se at en helt ren, perfekt krystallinsk halvleder (f.eks. Si) vil ha like mange mobile elektroner og hull, dvs $n = p$. Vi skal også se at ved å bytte ut en andel av atomene i krystallen med andre typer atomer (såkalte forurensninger), kan vi lage halvledere med i hovedsak elektroner som ladningsbærere, dvs $n \gg p$, eventuelt med i hovedsak hull som ladningsbærere, dvs $p \gg n$. Dette kalles da henholdsvis n-type og p-type halvledere.
Hva blir R_H for en n-type og en p-type halvleder?