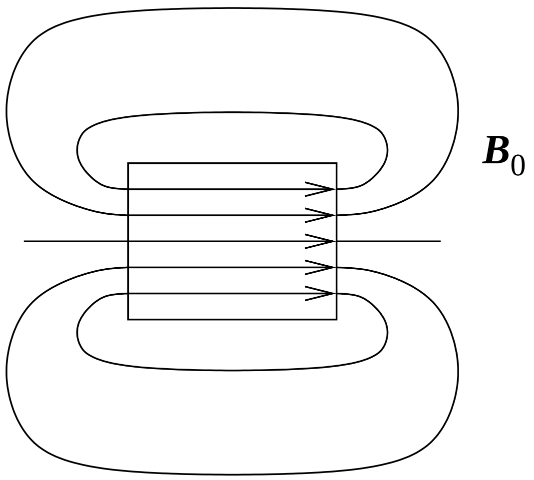
Institutt for fysikk, NTNU
FY1303 Elektrisitet og magnetisme
Vår 2004

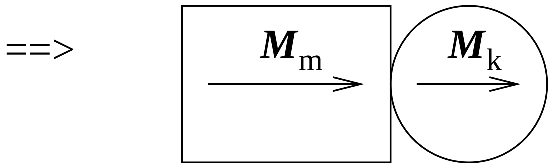
Løsningsforslag til øving 3

Veiledning tirsdag 27. januar

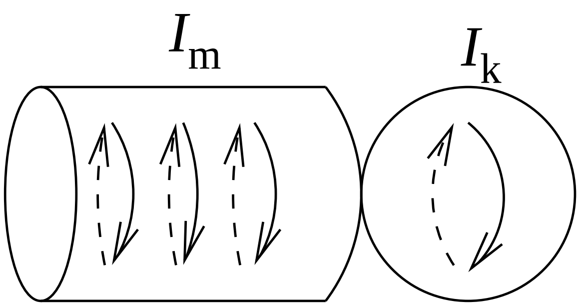
Oppgave 1

Stålkulene magnetiseres i feltet $\boldsymbol{B}_0$ fra permanentmagnetene:



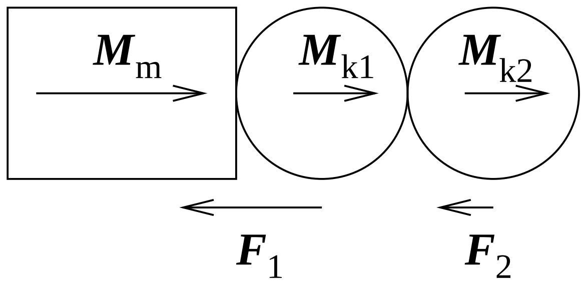


Både $\boldsymbol{M}_m$ (magnetiseringen i magnetene) og $\boldsymbol{M}_k$ (magnetiseringen i kula) tilsvarer en magnetiseringsstrøm i overflaten, i samme retning:



Parallelle strømmer tiltrekker hverandre, hvilket forklarer at vi har tiltrekning mellom magneten og kula.

Med to kuler:



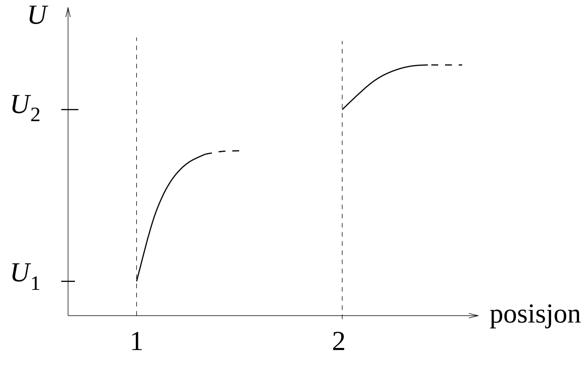
Magnetiseringen i magneten er betydelig større enn i kulene. Hvorvidt magnetiseringen i de to kulene er like store eller ei, er ikke så godt å si. Det kommer an på om feltet fra magneten er tilstrekkelig sterkt til å rette inn samtlige domener i begge de to kulene. La oss anta at det er tilfelle:

$$M_m \gg M_{k1} \simeq M_{k2}$$

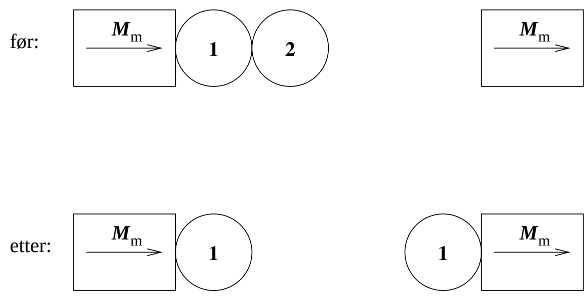
Magnetfeltet $\boldsymbol{B}_0$ fra magneten svekkes imidlertid forholdsvis raskt når vi fjerner oss fra dens overflate. Dermed blir den magnetiske kraften på overflatestrømmen i kule 2 betydelig svakere enn den på overflatestrømmen i kule 1. Følgelig:

$$F_1 > F_2$$

Vi må utføre et større arbeid for å fjerne kule 1 enn kule 2. Altså har kule 1 lavere potensiell energi U_1 enn kule 2 (U_2):



Med to kuler mellom to magneter:

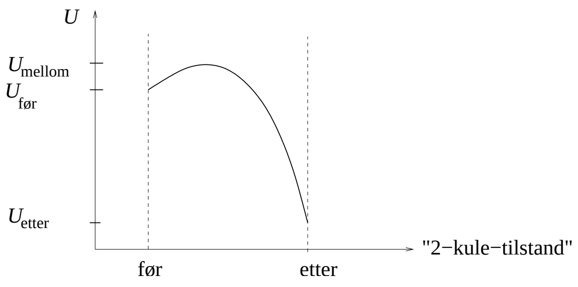


Potensiell energi før støt:

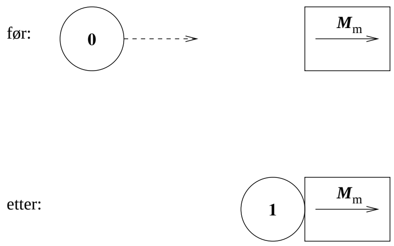
$$U_{\text{før}} = U_1 + U_2$$

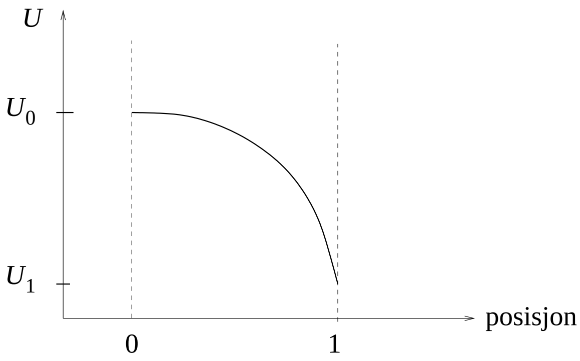
Potensiell energi etter støt:

$$U_{\text{etter}} = 2U_1 < U_{\text{før}}$$



Kula som slippes:

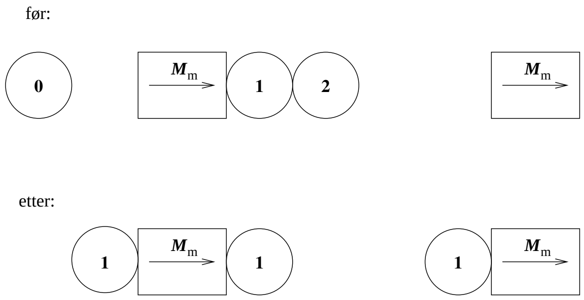




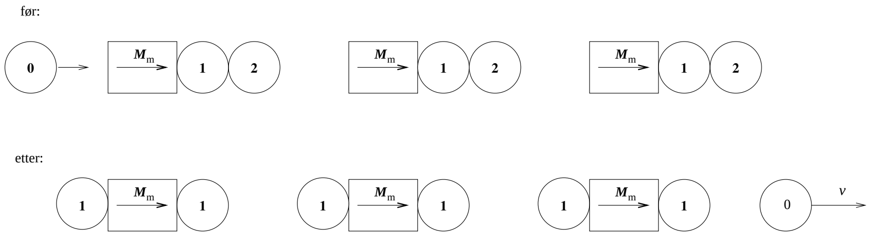
Dersom $U_0 - U_1 > U_{\text{mellom}} - U_2$, og vi har tilnærmet elastisk støt og ikke for mye friksjon, vil kula som slippes overføre sin kinetiske energi $T_0 = U_0 - U_1$ til kule 2, som da har tilstrekkelig energi til å komme fra posisjon 2 til posisjon 1:

$$T_2 \simeq T_0 = U_0 - U_1 > U_{\text{mellom}} - U_2$$

Dermed:



Kula som starter som 2 og ender opp som 1 overfører i sin tur sin kinetiske energi til kule 2 bak neste magnet osv. Med f.eks. 3 magneter:



I alt 3 "toere" har gått over til å bli "enere". Vi har mistet

$$3(U_2 - U_1)$$

potensiell energi som kan ha gått over til kinetisk energi for den siste kula. Maksimal hastighet er da bestemt ved

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = 3(U_2 - U_1) \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{6(U_2 - U_1)}{m}}$$

Kommentar:
Vi har ikke sagt noe om hvorvidt de ulike magnetene er orientert i samme eller motsatt retning. Det spiller da heller ikke så stor rolle i praksis. Riktignok vil magnetfeltet i "posisjon 1" være litt sterkere dersom nabomagneten er orientert i samme retning, men rett ved overflaten er feltet uansett stort sett bestemt av den nærmeste magneten. I "posisjon 2" vil kula få magnetisering med retning bestemt av den magneten som er nærmest. Nabomagneten vil da enten trekke til seg eller frastøte kula i posisjon 2, avhengig av orienteringen, og dermed til en viss grad påvirke hvor sterkt kule 2 "sitter fast". Men igjen er det nok den nærmeste magneten som har mest å si.

Oppgave 2

Her kjenner vi påtrykt ("fri") strøm i spoletråden og bruker derfor Amperes lov for $\boldsymbol{H}$:

$$\oint \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = I_{\text{fri}}$$

Både $\boldsymbol{H}$ og $\boldsymbol{B}$ (og dermed også $\boldsymbol{M}$) ligger tangentielt til toroiden inne i toroiden, så vi får

$$H_j\,(2\pi R - l) + H_l l = NI$$

der $H_j = |\boldsymbol{H}|$ inne i jernet og H_l tilsvarende i luftspalten. Omsluttet fri strøm må bli strømmen I i spoletråden ganget med antall viklinger N.
Sammenhengen mellom $\boldsymbol{B}$ og $\boldsymbol{H}$ gir oss videre

$$\begin{aligned} B_j &= \mu_0 H_j + \mu_0 M_j = \mu_0 \mu_r H_j \\ B_l &= \mu_0 H_l + \mu_0 M_l = \mu_0 H_l \end{aligned}$$

for B-feltet i hhv jernet og luftspalten (da $M_l = 0$, null magnetisering i luftspalten).
Fra øving 14 i høst har vi at normalkomponenten av $\boldsymbol{B}$ er kontinuerlig når vi krysser en grenseflate. (Det fulgte av Gauss' lov for B-feltet.) Her står $\boldsymbol{B}$ normalt på grenseflaten mellom jern og luft i den smale spalten, så vi må ha

$$B_j = B_l$$

Følgelig er

$$H_l = \mu_r H_j$$

og vi kan bestemme f.eks. H_j:

$$\begin{aligned} & H_j\,(2\pi R - l) + \mu_r H_j l = NI \\ \Rightarrow \quad & H_j = \frac{NI}{2\pi R - l + \mu_r l} \end{aligned}$$

Magnetfeltet blir

$$B = B_j = B_l = \mu_0 \mu_r H_j = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{2\pi R - l + \mu_r l}$$

mens H-feltet i luftspalten blir

$$H_l = \mu_r H_j = \frac{\mu_r NI}{2\pi R - l + \mu_r l}$$

Med andre ord, H-feltet er mye større i luftspalten enn inne i jernet. Det reflekterer det faktum at i jernet utgjøres B_j stort sett av magnetiseringen M_j, mens i lufta er $M_l = 0$, og dermed utgjøres B_l utelukkende av H_l.

Utregningene ovenfor forutsetter at vi har konstante felt både inne i jernet og i luftspalten. For at dette skal være en bra tilnærmelse, må bredden på luftspalten være liten.

Oppgave 3

Den påtrykte spenningen V_1 må, ifølge Kirchhoffs spenningsregel, tilsvare indusert (mot-)spenning i primærspolen:

$$V_1 = N_1\dot{\phi}_1 = N_1 A\dot{B} = N_1 A\mu\frac{N_1}{l}\dot{I} = \mu N_1^2\frac{A}{l}\dot{I} = L\dot{I}$$

Selvinduktansen til primærspolen er med andre ord

$$L = \mu N_1^2\frac{A}{l}$$

Ettersom samme magnetfelt B omsluttes av sekundærspolen, blir indusert spenning i denne spolen

$$V_2 = N_2\dot{\phi}_2 = N_2 A\dot{B} = N_2 A\mu\frac{N_1}{l}\dot{I} = \mu N_1 N_2\frac{A}{l}\dot{I} = M\dot{I}$$

Gjensidig induktans mellom de to spolene er med andre ord

$$M = \mu N_1 N_2\frac{A}{l}$$

Vi ser at de to spenningene V_1 og V_2 er relatert ved

$$V_2 = \frac{N_2}{N_1}V_1$$

Med $N_2 > N_1$ blir spenningen transformert *opp*, og med $N_2 < N_1$ blir den transformert *ned*.