Institutt for fysikk, NTNU
FY1303 Elektrisitet og magnetisme
Vår 2004

Løsningsforslag til øving 5

Veiledning tirsdag 10. februar

a) Magnetfeltet inne i en uendelig lang spole med viklingstetthet N/d og fylt med et magnetiserbart medium med relativ permeabilitet μ_r er

$$B = \mu_0 \mu_r N I / d$$

Her er I *fri* strøm, dvs strømmen i spoletråden. Spolens tverrsnitt har areal A. Det betyr at N viklinger av spoletråden omslutter en magnetisk fluks

$$\phi = NBA = N^2 \mu_0 \mu_r \frac{A}{d} I$$

Selvinduktans L er pr definisjon

$$L = \frac{\phi}{I}$$

slik at

$$L_i = N_i^2 \mu_0 \mu_r \frac{A}{d}$$

for spole nr i ($i = 1, 2$).

b) Primærkretsen består av en motstand R_1 koblet i serie med en induktans $L_1 = N_1^2 \mu_0 \mu_r A/d$. Da finner vi total impedans ved simpelthen å legge sammen enkeltimpedansene:

$$Z_1(\omega) = R_1 + i\omega L_1$$

c) Impedansen for en kapasitans C er $1/i\omega C$, slik at impedansen til sekundærkretsen blir

$$Z_2(\omega) = R_2 + \frac{1}{i\omega C}$$

Det er umiddelbart klart at for vinkelfrekvenser $\omega \gg 1/R_2 C$ kan vi neglisjere den imaginære delen (den såkalte reaktansen) av Z_2.

d) Spenningskilden i sekundærkretsen er den induserte motspenningen i spole 2 som følge av endringen i den magnetiske fluksen som omsluttes av de N_2 viklingene på spolen. Denne spenningen blir

$$\mathcal{E}_2 = \dot{\phi}_2 = N_2 A \dot{B}$$

Med tilnærmelsen $Z_2 \simeq R_2$ har vi

$$\dot{Q} = I_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{R_2} = \frac{N_2 A \dot{B}}{R_2}$$

Med andre ord:

$$V_C = \frac{Q}{C} = \frac{N_2 AB}{R_2 C}$$

For lavere verdier av frekvensen må vi sette $Z_2 = R_2 + 1/i\omega C$. Da blir

$$\dot{Q} = I_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{Z_2} = \frac{N_2 A\dot{B}}{R_2 + 1/i\omega C}$$

slik at

$$V_C = \frac{Q}{C} = \frac{N_2 AB}{R_2 C + 1/i\omega}$$

med absoluttverdi

$$|V_C| = \frac{N_2 AB}{\sqrt{(R_2 C)^2 + 1/\omega^2}}$$

Kommentarer:

- Dersom vi (som her) "trekker" en strøm I_2 i sekundærkretsen, får vi generert et bidrag til magnetfeltet i jernkjernen motsatt rettet det som genereres av strømmen I_1 i primærkretsen. Dette har vi neglisjert i beregningene våre, og for at det skal være i orden, må vi ha I_2 liten i forhold til I_1, med andre ord $|Z_2| \gg |Z_1|$. (Dette er oppfylt med god margin i laboppgaven, ettersom $R_2 \gg R_1$ og samtlige reaktanser er små i forhold til resistansene.) Hvis dette *ikke* var tilfelle, måtte vi ta hensyn til at magnetfeltet i de to spolene påvirkes både av strømmen i spolen selv (dvs selvinduksjon), men også av strømmen i den andre spolen (dvs gjensidig induksjon). I regningene over har vi kun tatt hensyn til selvinduksjon i spole 1 og gjensidig induksjon i spole 2.

- Med en harmonisk spenningskilde $V_0 \cos \omega t$ ($\rightarrow V_0 \exp i\omega t$ på kompleks form) vil samtlige involverte "signaler" (magnetfelt i spolene, spenningsfall over motstander og kondensator, strømmer etc) svinge på samme måte, dvs med samme frekvens. Vi vet da umiddelbart at alle disse blir på samme form, dvs

  $$Q(t) = Q_0 e^{i\omega t}$$
  $$I_2(t) = I_{20} e^{i\omega t}$$
  $$B(t) = B_0 e^{i\omega t}$$

  osv. De ulike amplitudene Q_0 etc. vil da generelt bli komplekse størrelser, med informasjon om både absoluttverdi og fasevinkel i forhold til påtrykt spenning, f.eks.

  $$Q_0 = |Q_0| e^{i\alpha_Q}$$

  Vi ser at med tilnærmelsen $Z_2 \simeq R_2$ vil Q (og dermed V_C) svinge i fase med magnetfeltet B. Med $Z_2 = R_2 + 1/i\omega C$ ser vi at vi får en faseforskjell mellom Q og B gitt ved

  $$-\arctan \frac{1}{\omega R_2 C}$$