

# Betraktninger rundt det klassiske elektronet.

Kristian Berland  
Matteus Häger



## Innholdsfortegnelse:

|                                                         |        |
|---------------------------------------------------------|--------|
| 1. Sammendrag                                           | - 05 - |
| 2. Innledning                                           | - 06 - |
| 3. Innledende betraktninger                             | - 07 - |
| 4. Vår elektronmodell                                   | - 08 - |
| 5. Energi i feltene rundt elektronet                    | - 09 - |
| 5.1. Energi i elektrisk felt fra ladet kule             | - 09 - |
| 5.2. Magnetfelt fra roterende kule                      | - 10 - |
| 5.3. Energi i magnetfelt fra roterende kule             | - 12 - |
| 5.4. Total energi i feltene rundt et spinnende elektron | - 13 - |
| 6. Den kinetiske energi                                 | - 14 - |
| 7. Avsluttende betraktninger                            | - 17 - |
| 8. Konklusjon                                           | - 18 - |
| 9. Bibliografi                                          | - 19 - |



## Sammendrag:

Prosjektet handler om elektronet. Det viser seg raskt at den klassiske teorien for et elektron ikke stemmer. Den målte radien til elektronet gjør at energien i det elektriske feltet gir en større masse enn den målte elektronmassen. Vi glemmer så det eksperimentelle resultatet og lager en elektronmodell der vi gjør flere antagelser – blant annet at elektronet har en homogen ladningsfordeling – og ser hva vi kommer fram til. Vi beregner en teoretisk radius ved å se på energien i det elektriske feltet generert av ladningen og det magnetiske feltet generert av elektronspinnets. I tillegg ser vi på energien som lagres i det magnetiske feltet når elektronet har fart. Dette sammenligner vi med kinetisk energi. Vi ser at med vår elektronmodell kan ikke all massen være i det elektromagnetiske feltet, da det blir forskjellig radius i de to beregningene. Vi finner da ut hvor stor andel av den totale massen som er elektromagnetisk i vår beregning. Konklusjonen blir at vi har laget en fungerende modell som ikke stemmer med eksperimentene. Vi er også overrasket over hvor lite oppmerksomhet problemet får i dag.

## Innledning:

Elektronet er kanskje den partikkelen som er mest brukt i regneoppgaver i fysikk. Dette er ikke så rart, da dens egenskaper er vitale i svært mange av prosessene i naturen. Det er derfor rimelig å anta at elektronet kanskje er den partikkelen vi forstår best. Dette viser seg å ikke stemme.

Et elektron er ofte tenkt på å være en punktpartikkel, problemet med dette er at den da ville ha uendelig energi i sitt elektriske felt, og dermed ha uendelig masse. La oss si at vi beskriver elektronet som en endelig partikkel med en eller annen ladningsfordeling og antar at hele eller deler av dens energi ligger i feltet. Radian vi da får i en slik modell er større enn den eksperimentelle radien.

Det er i mange sammenhenger nevnt at klassisk fysikk er en selvkonsistent teori. Det er eksperimentene som ødelegger. Denne påstanden er det kanskje ikke helt belegg for, noe man oppdager ved å se på elektronet slik vi har gjort.

Problemet som vi tar opp er visstnok heller ikke løst ved kvantemekaniske betraktninger. Det er derfor, ifølge Feynmann<sup>1</sup>, mange som først har prøvd å løse paradokset klassisk for så å overføre løsningen til en kvantemekanisk beskrivelse.

Det vi gjør er å lage en enkel klassisk modell av elektronet. Vi velger i første omgang å glemme den målte maksradien<sup>2</sup> ( $r = 10^{-18}$ ) til et elektron. Vi har ingen ambisjoner om å prøve å beskrive elektronet kvantemekanisk, men vil likevel ha noen verdier og betraktninger derfra.

Oppgaven er i hovedsak analytisk.

---

<sup>1</sup> Feynmann Lectures of Physics, Chap 28 Electromagnetic Mass

<sup>2</sup> Målt ved spredningsforsøk. Man måler hvor nært elektronet coulomb-potensialet fortsatt går som  $1/r$ .

## Innledende betraktninger.

Elektronet har en masse, en ladning, og et spinn. Partikkelen er dessuten fryktelig liten. Det er derfor nærliggende å anta at all masse beskrives av elektronets felt. Noe som underbygger dette er at vi ikke finner det som svært sannsynlig at elektronet har en indre struktur.

I utgangspunktet skulle en trodd at det var mye plass inni elektronet. Plancklengden –  $\sim 10^{-34}\text{m}$  – (den minste mulige lengde) er veldig mye mindre enn elektronradien.

Gitt at elektronet kan beskrives som et endelig objekt. Hvis elektronet har indre partikler bør de helt å holdent være innenfor elektronets volum<sup>3</sup> – hvis ikke er de jo ikke indre partikler. La oss si at disse partiklene beskrives av en eller annen  $y$  som er 0 ved elektronets grenser. Vi beskriver elektronet som en kule. Vi ønsker her et nedre bånd for den indre partikkelens energi.

Generelt sett er det slik at jo større usikkerhet en partikkel får ha dess mindre er dens energi. Hvis vi da setter opp potensialet til denne partikkelen som en uendelig kulebrønn uten indre potensial vil partikkelen ha svært stor usikkerhet. Grunntilstanden til  $y$  i et slikt potensial vil derfor gi et estimat om hva slags energi en slik partikkel kan ha.

Denne utregningen er et kjent standardeksempel<sup>4</sup>, med energi i grunntilstanden:

$$E_0 = \frac{p^2 \hbar^2}{2mr^2} \quad (1)$$

Vi får da et nedre bånd for utstrekningen til elektronet.

$$mc^2 = \frac{p^2 \hbar^2}{2mr^2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{p \hbar}{mc}} \succ \sqrt{\frac{1}{2} \frac{p \hbar}{m_e c}} = 9,03 \cdot 10^{-13} \text{m} \quad (2)$$

Dette er mye større enn den eksperimentelle radien og også større enn den radien vi finner med våre modeller.

---

<sup>3</sup> Denne antagelsen er kanskje ikke så god. Da elektronet vanligvis ikke er særlig lokalisert, vil jo heller ikke partikkelen inni være særlig lokalisert. Om det er mulig å lokalisere elektronet så godt i det hele tatt vet vi ikke.

<sup>4</sup> Se f.eks Griffiths Introduction to Quantum Mechanics, 3-dimesional quantum mechanics.

## Vår elektronmodell:

Vi lager en elektronmodell med følgende antagelser:

- en perfekt kule
- uniform ladningstetthet
- uniform massefordeling
- Elektronet roter ikke i klassisk forstand, men genererer magnetfelt som om det roterer med spinn  $\hbar / 2$ .
- Det er elektrisk og magnetisk felt inne i kulen.
- Det elektriske og magnetiske feltet påvirker ikke ladningsfordelingen inne i elektronet (det vil si at det enten finnes krefter som holder ladningsfordelingen på plass, eller så påvirker ikke elektronet seg selv).



## Energi i feltene rundt elektronet:

Dersom vi antar at elektronets masse er inneholdt i feltene rundt partikkelen, så får vi følgende beregninger for energien i det elektriske og magnetiske feltet.

### Energi i elektrisk felt fra ladet kule:

I et elektrisk felt er energien gitt ved:

$$U_{el} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int \vec{E}^2 dV \quad (3)$$

For en elektrisk ladet kule gir Gauss' lov det elektriske feltet:

$$E = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{r}{R^3}, & r \leq R \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, & r \geq R \end{cases} \quad (4)$$

Energien er da:

$$U_{el} = U_{eli} + U_{ely} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot \left[ \int_0^R E_{indre}^2 dV + \int_R^\infty E_{ytte}^2 dV \right] = \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot \left[ \frac{q^2}{20\pi\epsilon_0^2 R} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0^2 R} \right] = \frac{3q^2}{20\pi\epsilon_0 R}$$

For et elektron med ladning  $e$  og radius  $R$  er da den elektriske energien gitt ved:

$$U_{el} = \frac{3e^2}{20\pi\epsilon_0 R} \quad (5)$$

Dersom vi tenker oss at all energi i elektronet er lagret i det elektriske feltet, finner vi følgende uttrykk for elektronradien:

$$U_{el} = U_{tot} \Rightarrow \frac{3e^2}{20\pi\epsilon_0 R} = m_e c^2 \Rightarrow R_a = \frac{3e^2}{20\pi\epsilon_0 m_e c^2} \approx 1,7 \cdot 10^{-15} \text{ m} \quad (6)$$

Dersom vi ser på elektronet som en kulesymmetrisk ladningsfordeling, må vi også ta hensyn til elektronets spinn. Ser vi på dette som en klassisk roterende elektrisk ladet kule finner vi at det dannes et magnetfelt av kula, hvor energi er lagret i magnetfeltet.

## Magnetfelt fra roterende kule:

For å analytisk behandle magnetfeltet fra en roterende kule er det bekvemmelig å gå veien om magnetisk vektorpotensial, definert som:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (7)$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{m_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' \quad (8)$$

For et roterende kuleskall med overflateladningstetthet  $s$  og radius  $R'$  som roterer med vinkelhastighet  $\omega$  kan det vises<sup>5</sup> at vektorpotensialet er gitt ved:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{m_0 R' s}{3} (\vec{\omega} \times \vec{r}), & r \leq R' \\ \frac{m_0 R'^4 s}{3r^3} (\vec{\omega} \times \vec{r}), & r \geq R' \end{cases} \quad (9)$$

Dersom  $\omega$  legges langs z-aksen får vi for kulerkoordinater:

$$\vec{A}(r, q, f) = \begin{cases} \frac{m_0 R' \omega s}{3} r \sin q \cdot \hat{f}, & r \leq R' \\ \frac{m_0 R'^4 \omega s}{3} \frac{\sin q}{r^2} \cdot \hat{f}, & r \geq R' \end{cases}$$

For magnetfeltet fra et slikt skall får vi da:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \begin{cases} \frac{2m_0 R' \omega s}{3} (\cos q \cdot \hat{r} - \sin q \cdot \hat{q}), & r \leq R' \\ \frac{m_0 R'^4 \omega s}{3} \left( \frac{2 \cos q}{r^3} \cdot \hat{r} + \frac{\sin q}{r^3} \cdot \hat{q} \right), & r \geq R' \end{cases} \quad (10)$$

En solid kule med ladningsfordeling  $\rho = \frac{q}{V}$ , der  $q$  er kulens ladning og  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$  er volumet, kan deles inn i kuleskall, hvert med radius  $R'$  og overflateladning  $\sigma = \rho dR'$ . Dersom kulen roterer med vinkelhastighet  $\omega$  dannes et magnetfelt  $d\vec{B}$  fra hvert kuleskall. For et punkt utenfor kulen får vi da:

$$\vec{B}_{\text{ytre}}(r, f, q) = \int_0^R d\vec{B} = \frac{m_0 \omega r}{3} \left( \frac{2 \cos q}{r^3} \cdot \hat{r} + \frac{\sin q}{r^3} \cdot \hat{q} \right) \cdot \int_0^R R'^4 dR'$$

<sup>5</sup> Se for eksempel Griffiths: *Introduction to electrodynamics* s. 236-237.

$$B_{ytre} = \frac{1}{5} \frac{m_0 \omega r R^5}{3} \left( \frac{2 \cos q}{r^3} \cdot \hat{r} + \frac{\sin q}{r^3} \cdot \hat{q} \right) \quad (11)$$

For et punkt inne i kulen, en avstand  $r$  fra sentrum, får magnetfeltet et bidrag fra delene av kulen som ligger både innenfor og utenfor punktet.

Bidrag fra kuleskallene innenfor punktet:

$$\begin{aligned} \vec{B}_{i_1} &= \int_0^r d\vec{B} = \frac{m_0 \omega r}{3} \left( \frac{2 \cos q}{r^3} \cdot \hat{r} + \frac{\sin q}{r^3} \cdot \hat{q} \right) \cdot \int_0^r R'^4 dR' = \frac{m_0 \omega r}{3} \left( \frac{2 \cos q}{r^3} \cdot \hat{r} + \frac{\sin q}{r^3} \cdot \hat{q} \right) \cdot \frac{r^5}{5} \\ &= \frac{m_0 \omega r}{3} \left( \frac{2}{5} r^2 \cos q \cdot \hat{r} + \frac{1}{5} \sin q \cdot \hat{q} \right) \end{aligned}$$

Bidrag fra kuleskallene utenfor punktet:

$$\begin{aligned} \vec{B}_{i_2} &= \int_r^R d\vec{B} = \frac{2m_0 \omega r}{3} (\cos q \cdot \hat{r} - \sin q \cdot \hat{q}) \cdot \int_r^R R' dR' = \frac{m_0 \omega r}{3} (\cos q \cdot \hat{r} - \sin q \cdot \hat{q}) \cdot (R^2 - r^2) \\ &= \frac{m_0 \omega r}{3} \left[ (R^2 - r^2) \cos q \cdot \hat{r} - (R^2 - r^2) \sin q \cdot \hat{q} \right] \end{aligned}$$

Ved summasjon får vi for det magnetiske feltet inne i kulen:

$$\vec{B}_{indre} = \vec{B}_{i_1} + \vec{B}_{i_2} = \frac{m_0 \omega r}{3} \left[ \left( R^2 - \frac{3}{5} r^2 \right) \cos q \cdot \hat{r} - \left( R^2 - \frac{6}{5} r^2 \right) \sin q \cdot \hat{q} \right] \quad (12)$$

### Energi i magnetfelt fra roterende kule:

Energien i det magnetiske feltet er gitt ved:

$$U_{mag} = \frac{1}{2m_0} \cdot \int \vec{B}^2 dV \quad (13)$$

For en roterende kule får energien et bidrag fra magnetfeltet både inne i og utenfor kulen.

Energi i feltet utenfor kulen:

$$\vec{B}_{ytre}^2 = \frac{1}{25} \left( \frac{m_0 \omega r R^5}{3} \right)^2 \cdot \left( \frac{4 \cos^2 q}{r^6} + \frac{\sin^2 q}{r^6} \right)$$

$$U_{mag_y} = \frac{1}{2m_0} \frac{1}{25} \left( \frac{m_0 \omega r R^5}{3} \right)^2 \cdot (4I_1 + I_2) \cdot \int_R^\infty \frac{1}{r^6} \cdot r^2 dr$$

$$= \frac{1}{2m_0} \frac{1}{25} \left( \frac{m_0 \omega r R^5}{3} \right)^2 \cdot 8p \cdot \frac{1}{3R^3}$$

$$U_{mag_y} = \frac{1}{2m_0} \frac{1}{25} \left( \frac{m_0 \omega r R^5}{3} \right)^2 \cdot \frac{8}{3} p \cdot R^7 \quad (14)$$

Energi i feltet inne i kulen:

$$\vec{B}_{indre}^2 = \left( \frac{m_0 \omega r}{3} \right)^2 \cdot \left[ \left( R^2 - \frac{3}{5} r^2 \right)^2 \cdot \cos^2 q + \left( R^2 - \frac{6}{5} r^2 \right)^2 \cdot \sin^2 q \right]$$

$$U_{mag_i} = \frac{1}{2m_0} \cdot \left( \frac{m_0 \omega r}{3} \right)^2 \int_0^R \left[ \left( R^2 - \frac{3}{5} r^2 \right)^2 \cdot I_1 + \left( R^2 - \frac{6}{5} r^2 \right)^2 \cdot I_2 \right] \cdot r^2 dr$$

$$I_1 = \iint_{\text{Alle vinkler}} \cos^2 q d\Omega = \frac{4p}{3}, \quad (15a)$$

$$I_2 = \iint_{\text{Alle vinkler}} \sin^2 q d\Omega = \frac{8p}{3}, \quad (15b)$$

$$U_{mag_i} = \frac{1}{2m_0} \left( \frac{m_0 \omega r}{3} \right)^2 \frac{4p}{3} \int_0^R \left( R^2 - \frac{3}{5} r^2 \right)^2 \cdot r^2 + 2 \left( R^2 - \frac{6}{5} r^2 \right)^2 \cdot r^2 dr$$

$$U_{mag_i} = \frac{1}{2m_0} \left( \frac{m_0 \omega r}{3} \right)^2 \frac{4\pi}{3} \frac{46}{175} \cdot R^7 \quad (16)$$

For et elektron, med masse  $m_e$ , radius  $R$ , ladningstetthet  $r = \frac{q}{V} = \frac{e}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ , og spinn

$L_{elektron} = \hbar/2$ ,  $L_{kule} = I\omega = \frac{2}{5}mR^2 \cdot \omega \Rightarrow \omega_e = \frac{5\hbar}{4m_e R^2}$ , får vi følgende uttrykk for total energi i det magnetiske feltet fra elektronet:

$$U_{mag} = U_{mag_y} + U_{mag_i} = \frac{1}{2m_0} \left( \frac{m_0 \omega r}{3} \right)^2 \cdot p \cdot \left( \frac{4}{3} \frac{46}{175} + \frac{8}{75} \right) \cdot R^7 = \frac{5}{224} \frac{m_0 e^2 \hbar^2}{p \cdot m_e^2} \cdot \frac{1}{R^3} \quad (17)$$

**Total energi i feltene rundt et spinnende elektron:**

$$U_{felt} = U_{el} + U_{mag} = \frac{3e^2}{20\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R} + \frac{5}{224} \frac{m_0 e^2 \hbar^2}{p m_e^2} \cdot \frac{1}{R^3} \quad (18)$$

Dersom vi antar at all elektronets energi er lagret i feltene, finner vi for elektronets radius:

$$U_{felt} = U_{el} + U_{mag} = U_{tot} \Rightarrow \frac{3e^2}{20\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R} + \frac{5}{224} \frac{m_0 e^2 \hbar^2}{p m_e^2} \cdot \frac{1}{R^3} = m_e c^2$$

$$\Rightarrow m_e c^2 \cdot R^3 - \frac{3e^2}{20\pi\epsilon_0} \cdot R^2 - \frac{5}{224} \frac{m_0 e^2 \hbar^2}{p m_e^2} = 0$$

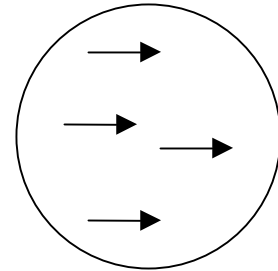
$$\Rightarrow R_b \approx 5,4 \cdot 10^{-14} m, \quad (19)$$

## Den kinetiske energi

I vår modell av elektronet ønsker vi å forklare massen til elektronet som energien i dets felt. Da er det nettopp dette feltet som også må skape motstanden mot bevegelse, det vil si dens kinetiske energi.

Vi ønsker altså å finne energien i feltet som er forårsaket av en uniformt ladet kule i bevegelse. Vi ønsker kun å se på effekten ved lav fart, da er det nok å se på energien i det magnetiske feltet forårsaket av bevegelsen.

For å beregne dette ser på en kule med uniform strømtetthet og beregner energien fra det magnetiske feltet til den. I denne utregningen får vi da ingen tidsavhengighet, kun et statisk felt. Men vent! Elektronet beveger seg jo, og om vi flytter oss i et koordinatsystem som følger det så er elektronet i ro og generer ikke magnetfelt. Vi tror allikevel denne måten å beregne det på er riktig. Sett at vi (i vårt koordinatsystem) ser på en annen ladning som beveger seg med samme fart så vil vi helt klart kunne beregne effekten elektronet har på den andre ladningen på denne måten, så vi antar at det gjelder i alle tilfeller.



For å finne det magnetiske feltet  $\vec{B}$  går vi veien om vektorpotensialet  $\vec{A}$  som er gitt ved.  $\vec{J}$  er strømtettheten. Her er  $r$  er variabelen i  $\vec{A}$ .

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}}{|\vec{r}' - \vec{r}|} dV' \quad (8)$$

Vi velger  $\vec{r}$  langs z-aksen og tilpasser  $\vec{J}$  etter det.

$$|\vec{r}' - \vec{r}| = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos\theta}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 \vec{J}}{2} \int r'^2 dr' \int d\theta \frac{\sin\theta}{\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos\theta}}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 \vec{J}}{2} \int_0^R dr' \frac{r'}{r} (\sqrt{r^2 + r'^2 + 2rr'} - \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'})$$

Grunnet integrandens form må vi dele det i to. Her beregnes  $A$  innenfor, det vil si  $r$  befinner seg innenfor kulen.

$$\vec{A}_{\text{indre}} = \frac{\mu_0 \vec{J}}{2} \left( \int_0^r \frac{2}{r} r'^2 dr' + \int_r^R 2r' dr' \right)$$

$$\vec{A}_{\text{indre}} = \mu_0 \vec{J} \left( \frac{1}{2} R^2 - \frac{1}{6} r^2 \right), \quad (20)$$

Retningen av  $A$  avhenger kun av  $J$ . Vi er her interessert kun i styrken på  $B$  og velger derfor  $J$  i x-retning.

$$\vec{B}_{indre} = \nabla \times \vec{A} = \frac{d}{dz} A \hat{j} - \frac{d}{dy} A \hat{k} = -\frac{1}{3} m_0 J z \hat{j} + \frac{1}{3} m_0 J y \hat{k} \quad (21)$$

Ønsker også å finne  $B$  utenfor:

Velger her  $J$  i z retning (vi er som kjent kun interessert i størrelsesorden)

$$\vec{A}_{ytte} = \frac{m_0 \vec{J}}{2} \int_0^R \frac{r'}{r} 2r' dr' = \frac{m_0 \vec{J}}{3r} R^3 = \frac{m_0 J}{3r} (\cos q \hat{r} - \sin q \hat{q}) \quad (22)$$

$$\vec{B}_{ytte} = \nabla \times \vec{A} = \frac{m_0 J}{3} R^3 \frac{1}{r^2} \sin q \hat{j}^6 \quad (23)$$

Når vi skal finne  $B^2$  roterer vi aksene slik at vi får.

$$B^2 = \begin{cases} \frac{1}{9} m_0^2 J^2 (x^2 + y^2) = \frac{1}{9} m_0^2 J^2 r^2 \sin^2 q & r \leq R \\ \frac{m_0^2 J^2}{9} R^6 \frac{1}{r^4} \sin^2 q & r \geq R \end{cases}$$

Energitetthet i det magnetiske felt er gitt ved:

$$u_m = \frac{1}{2m_0} B^2 \quad (24)$$

Vi har da

$$T = T_{ut} + T_{inn}$$

$$\int \sin^2 q d\Omega = \frac{8\pi}{3} \quad (15b)$$

$$J = r v = \frac{3v}{4\pi R^2} \quad (25)$$

$$T_{inn} = \frac{1}{2m_0} \frac{1}{9} m_0^2 J^2 \frac{8\pi}{3} \int_0^R r^4 dr = \frac{1}{2} \left( \frac{m_0}{4\pi} \frac{e^2}{15R} \right) v^2$$

---

<sup>6</sup> Dette tilsvarer magnetfeltet fra en ladning i bevegelse hos Alonso og Finn Physics s. Vår antagelse var altså trolig riktig.

$$T_{ut} = \frac{1}{2m_0} \frac{m_0^2 J^2}{9} R^6 \int_R^\infty \frac{1}{r^2} dr = \frac{1}{2} \left( \frac{m_0}{4p} \frac{2e^2}{3R} \right) v^2$$

$$T = \frac{1}{2} \left( \frac{m_0}{4p} \frac{4e^2}{5R} \right) v^2 \quad (26)$$

Vi ser her at energien fra det magnetiske feltet går som kvadratet av farta. Dette viser at antagelsen om at den kinetiske energien ligger i feltet kan ha noe for seg.

$$m_e = \frac{m_0 e^2}{5p \cdot R} \quad (27)$$

$$R_g = \frac{m_0 e^2}{5p \cdot m_e} \approx 2,25 \cdot 10^{-15} \text{ m} \quad (28)$$



## Diskusjon:

I dette prosjektet har vi primært med bruk av vår modell beregnet radier til elektronet. Disse er ikke i overensstemmelse med eksperimenter. Årsaken til denne feilen er lite trolig at vi har valgt feil ladningsfordeling. Radien vi finner med utregningene er alle så mye for store at å tro en annen indre ladningsfordeling vil gi riktige resultat er lite nyttig.

Vi velger nå å fortsette å se bort fra de eksperimentelle resultatene. Vi antar videre at vår ladningsfordeling er korrekt. Hva kan da modellen fortelle oss? Det første vi må kaste over bord er antagelsen om at all massen ligger i det elektromagnetiske feltet, hvis det var tilfelle ville vi fått samme radius med de to forskjellige beregningene våre. Elektronmassen må derfor bestå av to ledd

$$m_e = m_{\text{mekanisk}} + m_{\text{elektromagnetisk}} \quad (29)$$

Dette er ikke urimelig. Noe må jo holde ladningsfordelingen på plass. Det er et kjent teorem i elektromagnetismen at kun elektrostatiske krefter ikke kan holde en ladning i likevekt. Med antagelsen om uniform ladningsfordeling kan vi finne ut hvor store disse leddene er. Den elektromagnetiske hvilemassen og den elektromagnetiske trege massen må være like. Vi finner også en radius med dette:

$$\frac{m_0 e^2 c^2}{5p \cdot R} = \frac{3e^2}{20pe_0 \cdot R} + \frac{5}{224} \cdot \frac{m_0 e^2 \hbar^2}{p m_e \cdot R^3}$$
$$\Rightarrow R_d = \sqrt{\frac{100}{224}} \cdot \frac{\hbar}{m_e c} \approx 2,6 \cdot 10^{-13} \text{ m} \quad (30)$$

Innsatt i (27) gir dette en elektromagnetisk masse

$$m_{\text{elektromagnetisk}} \approx 9 \cdot 10^{-33} \text{ kg} \quad (31)$$

Som vi ser er dette ca en hundredel av elektronets totale masse. Det viser seg altså at antagelsen om at hele elektronmassen ligger i feltene rundt partikkelen ikke holder mål.

Med dette vil vi påstå at vi har laget en fungerende teori for elektronet, men den stemmer tydeligvis ikke med eksperimenter.

Hadde vi på en eller annen måte visst forholdet mellom den elektromagnetiske massen og elektronmassen, kunne vi ha gått en annen vei og prøvd å finne ladningsfordelingen og treghetsmomentet til elektronet. Vi vil ikke gjøre dette i prosjektet, men vi mener utregningen blir av samme art som i prosjektet. Om vi hadde satt en datamaskin til å beregne dette, kunne vi ved hjelp av en iterasjonsprosess kommet frem til en ladningsfordeling. Ifølge Feynmann<sup>7</sup> er det noen som har funnet den.

Det kan i denne sammenheng nevnes at før Einsteins spesielle relativitetsteori slo gjennom prøvde enkelte fysikere å finne ut dette. Lorentzfaktoren kom før Einsteins teori; ved hjelp av

---

<sup>7</sup> I Feynmann Lectures of Physics, chap 28 Electromagnetic Mass

Maxwells ligninger var den funnet å gjelde for nettopp elektromagnetisk masse. Ved å gi en partikkel stor kinetisk energi kunne man finne ut hvor stor del av massen som var elektromagnetisk. Men før man rakk å gjøre dette viste det seg at Lorentzfaktoren gjelder for all type masse.

## Konklusjon:

Vi mener at vi i dette forsøket har laget en selvkonsistent modell for elektronet. Den stemmer derimot ikke med eksperimenter. At alle våre antagelser er gyldige ser vi ikke på som sannsynlig, men jeg håper ikke leseren lar seg forlede av dette og tro at det er der problemet ligger. Vi håper leseren også deler den følelsen vi har om at lignende antagelser vil gi det samme problemet. Allikevel valgte vi å regne grundig på vår modell for å ha noe håndfast å forholde seg til. Dette gjør det enkelt å bytte ut visse antagelser og rimelig raskt komme til nye lignende resultater. Om tidsrammen var større kunne vi ha gjort dette, men vi tror ikke dette hadde vært fruktbart. Problemet er nok av fundamental art.

Hva er det så som er feil? Vi vet ikke. Vi har ikke den tilstrekkelige kunnskapen til å lage en fullstendig kvantemekanisk beskrivelse av elektronet og dets felt. Problemet skal visstnok være løst ved å innføre uendeligheter av diverse slag. Dette skal visstnok være å feie problemet under teppet.<sup>8</sup>

Da vi skulle gjøre dette prosjektet var det veldig vanskelig å finne artikler eller bøker som kunne være til hjelp. Dette viser tydelig at problemet får veldig lite oppmerksomhet. Vi finner dette ganske beklagelig. At problemet kanskje er vanskelig løse er vel forståelig, men at svært få lærebøker belyser problemet i det hele tatt er veldig rart. At fysikk ikke har forklart alt ennå bør vel gjøre faget mer, og ikke mindre interessant.

---

<sup>8</sup> Ifølge Waldenstrøm 2003

## Bibliografi:

Malcolm H. MacGregor: *The enigmatic electron*. Denne boka tar opp flere av de problemstillingene vi har belyst i prosjektet, men viser ikke utregninger. Boka utdyper også problemstillingene, blant annet ved diskusjon av resultatene fra spredningsforsøk.

Richard P. Feynman, Robert B. Leighton, Matthew Sands: *The Feynman lectures on physics, volume II*. Boka tar for seg problemet på en enklere måte, og tar også for seg mulige indre strukturer for elektronet.