Halvlederstrukturer og resonant tunnelering

Semesteroppgave i FY1303 – elektrisitet og magnetisme



Stine Mette Ersvik og Anne Røssevold

Sammendrag

I klassisk fysikk vil en partikkel som sendes inn mot en potensialbarriere ikke kunne transmitteres med mindre partikkelenergien overstiger barriereenergien. Kvantemekanisk vil imidlertid også en partikkel med energi som er mindre enn potensialbarrieren kunne transmitteres gjennom barrieren. Dette fenomenet kalles tunnelering, og skyldes at en i kvantemekanikken betrakter partikler som bølger. Sannsynligheten for transmisjon gjennom en enkelt potensialbarriere er forholdsvis liten. Dersom to eller flere slike barrierer settes etter hverandre, kan det ved bestemte partikkelenergier oppstå en resonant tilstand som gir stor eller fullstendig transmisjon. Oppgaven tar for seg hvordan slike potensialbarrierer kan bygges opp av ulike halvledere i lagstrukturer. Slike halvlederstrukturer benyttes blant annet for å framstille lasere, og til å lage dioder som kan gi negativ differensiell resistans.

Innhold:

Sammendrag	2
1. Innledning	4
2. Hoveddel	4
2.1 Fra klassisk mekanikk til kvantemekanikk	4
2.2 Halvledere og potensialbarrierer	5
2.3 Tunnelering gjennom en enkeltbarriere	8
2.4 Tunnelering gjennom en dobbeltbarriere	0
2.5 Anvendelser av halvledermaterialer og resonant tunnelering	4
3. Avslutning	6
Kilder17	7
Vedlegg: kontinuitetskrav for bølgefunksjonen ved en dobbeltbarriere18	3

1. Innledning

Kvantefysikkens hovedprinsipp er at det i naturen eksisterer en partikkel/bølge-dualitet. Det vil si at en partikkel også må beskrives ved hjelp av bølgeligningen. I klassisk mekanikk er det ikke mulig for en partikkel å passere eller trenge inn i en potensialbarriere som er større enn partikkelens energi. At dette likevel kan skje ble observert så tidlig som i 1922 av Lilienfeld¹. Dette fenomenet kalles tunnelering og er en kvantemekanisk effekt hvor en partikkel betraktes som en såkalt De Broglie-bølge. En teoretisk forklaring ble første gang framsatt i 1928 av Fowler og Nordheim². Vi ser i oppgaven på denne effekten, og spesielt på resonant tunnelering gjennom en dobbeltbarriere.

Vi har startet oppgaven med å forklare kort overgangen fra klassisk mekanikk til kvantemekanikk, hvor den klassiske energiligningen går over til Schrödingerligningen. Videre har vi sett på strukturen til halvledere. Halvledere kan benyttes for å danne en dobbel- eller multippel potensialbarriere på nanonivå. Vi har satt opp løsningen av Schrödingerligningen for en enkelt potensialbarriere og sett på transmisjons- og refleksjonssannsynligheten for en innkommende partikkel. Det viser seg at for partikkelenergier lavere enn barriereenergien vil fullstendig transmisjon være umulig for et slikt system. Videre har vi foretatt tilsvarende beregninger for et dobbeltbarrieresystem, og sett at det da er mulig å få transmisjonssannsynlighet 1 for bestemte energier. Til slutt i oppgaven har vi sett litt på hvilke bruksområder slik halvleder- og nanoteknologi har, og hvordan en halvlederlaser kan framstilles ved hjelp av molekylærstråleepitaksi.

En potensialbarriere er en tredimensjonal struktur, men det er partikkelens bevegelse normalt inn mot barrieren som er av betydning for beregningene våre. Det er derfor tilstrekkelig å betrakte et endimensjonalt barrieresystem. Vi ser hele tiden på stasjonære tilstander, det vil si at vi kun betrakter posisjonsavhengigheten til bølgefunksjonen Ψ .

2. Hoveddel

2.1 Fra klassisk mekanikk til kvantemekanikk

Fra klassisk mekanikk har vi at total mekanisk energi for en partikkel alltid er bevart. Den klassiske energiligningen har formen

$$K + U = E, \tag{1}$$

der K = kinetisk energi = $\frac{1}{2} mv^2 = p^2/2m$, U = potensiell energi, E = total energi og den klassiske impulsen p = mv.

Når en partikkel kommer inn mot en potensialbarriere med høyde U_0 , må den klassisk sett ha $E \ge U_0$ for å transmitteres. Sannsynligheten for at en partikkel med $E < U_0$ passerer eller trenger inn i en slik barriere er dermed null.



Figur 1 – Potensialbarriere med høyde U_0 . Klassisk vil en partikkel med energi $E < U_0$ alltid reflekteres.

Det har vist seg at en partikkel med $E < U_0$ likevel kan transmitteres gjennom en slik barriere. Dette kalles tunnelering, og for å forklare dette og andre fenomener i naturen må man gå over fra klassisk partikkelbetraktning til en kvantemekanisk bølgebetraktning.

Ved kvantemekaniske betraktninger må *p* erstattes av en operator: $p \rightarrow -i\hbar\nabla$,

der $i = \sqrt{-1}$ og $\hbar = \frac{h}{2p} = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Js.

I en dimensjon har vi $p_x \rightarrow -i\hbar \frac{d}{dx}$, og den kinetiske energien blir da

$$K = \frac{p^2}{2m} \rightarrow \frac{\left[-i\hbar\frac{d}{dx}\right]^2}{2m} = \frac{-\hbar^2\frac{d^2}{dx^2}}{2m}.$$
(2)

Den klassiske energiligningen erstattes i kvantemekanikken av Schrödingerligningen:

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\mathbf{y} + U\,\mathbf{y} = E\,\mathbf{y} \tag{3}$$

 $\mathbf{y}(x)$ er bølgefunksjonen, og beskriver tilstanden til en partikkel. Den kvadrerte bølgefunksjonen, $|\mathbf{y}(x)|^2$, angir sannsynlighetstettheten for at en partikkel befinner seg i en gitt posisjon, slik at $|\mathbf{y}(x)|^2 dx$ tilsvarer sannsynligheten for å finne partikkelen på intervallet (x, x + dx).

2.2 Halvledere og potensialbarrierer

I kvantefysikken kan elektronene i et atom kun okkupere diskrete energinivå. Pauliprinsippet sier at to elektroner ikke kan være i samme tilstand. For at to elektroner ikke skal okkupere samme kvantetilstand når atomer bindes sammen til krystaller, vil det genereres nye energinivåer. Når antall atomer blir veldig stort, vil vi få kontinuerlige energibånd.



Figur 2 – Fra enkeltatom til krystall

Mellom de tillatte energibåndene har vi forbudte energigap. Det nederste energibåndet hvor alle tilstandene er okkupert av elektroner, kalles valensbåndet. Båndet som ligger over valensbåndet kalles krystallens ledningsbånd. Ledningsbåndet kan enten være tomt (isolator/ikke-metall) eller delvis fylt med elektroner (metall). Ved å tilføre en energimengde som tilsvarer gapet mellom båndene, kan elektroner eksiteres til høyere tilstander.



Figur 3 – Energibånd og båndgap i metall og ikke-metall.

En halvleder er en krystall som ved T = 0 har tomt ledningsbånd, og som ved økende temperatur får eksitert elektroner til ledningsbåndet slik at de kan lede elektrisk strøm. Elektronet (*n*) som eksiteres etterlater seg en ledig tilstand i valensbåndet. Den ledige tilstanden kalles et hull (*p*).



Figur 4 – Eksitasjon av elektron i halvleder

For lettere å få økt antallet ladningbærere, det vil si enten hull i valensbåndet eller elektroner i ledningsbåndet, brukes såkalt doping av halvledere. Silisium er en halvleder med fire valenselektroner. I en silisiumkrystall bindes hvert atom til fire andre atomer ved kovalente bindinger. Dersom krystallen forurenses med atomer som har tre valenselektroner, slik som f.eks. aluminium, vil disse atomene kunne ta opp elektroner fra valensbåndet til halvlederen slik at det dannes ekstra hull her. Dette kalles en akseptorforurensning, og halvlederen kalles en p-type halvleder. Hvis vi som forurensning bruker atomer med fem valenselektroner, f.eks. arsen, vil det femte valenselektronet kunne eksiteres til halvlederens ledningsbånd. Da har vi en donorforurensning, og halvlederen kalles en n-type halvleder.



Figur 5 – Dopede halvledere

 E_c er energinivået ved bunnen av ledningsbåndet, E_v er energinivået ved toppen av valensbåndet og differansen mellom E_c og E_v er energigapet E_g . E_d er energinivået til 5. valenselektron på donoratomet, og E_a er energinivået til ledig tilstand på akseptoratomet.

Vi ser at $E_c - E_d \ll E_g$ og $E_a - E_v \ll E_g$. Det er altså mye enklere å ionisere slike forurensningsatomer enn å eksitere elektroner fra E_v til E_c .

Dersom halvlederen plasseres i et elektrisk felt, oppstår en elektronstrøm i ledningsbåndet. Fordi det finnes en ledig plass i valensbåndet vil elektronene også der bevege seg. Dette kan sees på som at hullet beveger seg i motsatt retning av elektronstrømmen. Den totale strømmen i halvlederen blir da summen av elektronstrømmen i ledningsbåndet og hullstrømmen i valensbåndet.



Figur 6 – Halvleder i elektrisk felt. Total elektrisk strøm er summen av elektronstrømmen I_n og hullstrømmen I_p .

Bunnen av ledningsbåndet ligger på ulike nivå i ulike krystaller. Ved å legge ulike halvledere lagvis, kan denne forskjellen utnyttes til å danne potensialbarrierer. Differansen mellom

bunnivåene på ledningsbåndene i nabokrystaller danner en firkantet potensialbarriere. Bredden på barrieren tilsvarer tykkelsen på krystallaget, og høyden tilsvarer potensialforskjellen mellom de to lagene. Slik kan vi lage enkle, doble eller multiple potensialbarrierer.



Figur 7 – Illustrasjon på oppbygging av dobbeltbarriere. Materialet i kontaktene og brønnen kan for eksempel være GaAs og barrierematerialet AlAs. Differansen mellom energigapene i de ulike halvlederne utgjør potensialbarrieren.

2.3 Tunnelering gjennom en enkeltbarriere

Vi betrakter nå en partikkel som kommer inn fra venstre mot en potensialbarriere med høyde U_0 og bredde L.



Figur 6 – Potensialbarriere

Utenfor barrieren har bølgefunksjonen formen Ye^{ikx} , altså en plan bølge. Inne i barrieren har den formen $Ze^{\alpha x}$, altså rent eksponentiell. Fordi eksponentialfunksjonen aldri kan bli null, vil det alltid finnes en endelig sannsynlighet for å finne partikkelen i en hvilken som helst posisjon.

Vi ser på situasjonen hvor en partikkel sendes inn mot barrieren fra venstre. Den vil enten reflekteres eller transmitteres gjennom barrieren.

I område 1 er løsningen av Schrödingerligningen gitt ved

$$\mathbf{y}_{1}(x) = \mathrm{A}\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx} + \mathrm{B}\mathrm{e}^{\mathrm{-i}kx},\tag{4}$$

hvor $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$. Det første leddet beskriver den innkommende bølgen (mot høyre) og det andre leddet beskriver den reflekterte bølgen (mot venstre). Forholdet $|\mathbf{B}|^2/|\mathbf{A}|^2$ er

refleksjonskoeffisienten, og uttrykker sannsynligheten for at partikkelen reflekteres. Vi velger $A \equiv 1$ slik at $|B|^2 = R$ betegner refleksjonssannsynligheten. Også inne i barrieren (område 2) er løsningen av Schrödingerligningen sammensatt av to ledd, men er her rent eksponentiell:

$$\mathbf{y}_2(x) = \mathbf{C} \mathbf{e}^{-\alpha x} + \mathbf{D} \mathbf{e}^{\alpha x},\tag{5}$$

hvor $\alpha = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$. I område 3 får bølgefunksjonen tilbake den oscillerende formen:

$$\mathbf{y}_{3}(x) = \mathrm{Fe}^{\mathrm{i}kx} + \mathrm{Ge}^{\mathrm{i}kx} \tag{6}$$

Siden vi ikke har noen innkommende bølge fra høyre, vil hele bølgefunksjonen $y_3(x)$ beskrive den transmitterte bølgen. Vi forlanger derfor $G \equiv 0$. Nå er $|F|^2/|A|^2 = |F|^2 = T$ transmisjonskoeffisienten. Fordi summen av alle sannsynligheter er 1, må vi ha

$$\mathbf{R} + \mathbf{T} = 1 \tag{7}$$

Vi antar at bølgefunksjonen er kontinuerlig og deriverbar overalt. Vi har derfor følgende kontinuitetskrav:

$$y_1(0) = y_2(0)$$
 (8)

$$\mathbf{y}_2\left(L\right) = \mathbf{y}_3\left(L\right) \tag{9}$$

$$(d/dx) \mathbf{y}_{l}(0) = (d/dx) \mathbf{y}_{2}(0)$$
(10)

$$(d/dx) \mathbf{y}_2(L) = (d/dx) \mathbf{y}_3(L) \tag{11}$$

Dette gir oss fire ligninger med fire ukjente:

$$1 + \mathbf{B} = \mathbf{C} + \mathbf{D} \tag{12}$$

$$Ce^{-\alpha L} + De^{\alpha L} = Fe^{ikL}$$
(13)

$$ik - ikB = \alpha D - \alpha C \tag{14}$$

$$\alpha \mathrm{D}\mathrm{e}^{\alpha \mathrm{L}} - \alpha \mathrm{C}\mathrm{e}^{-\alpha \mathrm{L}} = ik\mathrm{F}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k\mathrm{L}} \tag{15}$$

Når vi løser ut for F finner vi transmisjonskoeffisienten:

$$T(E) = \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left[\frac{U_0^2}{E(U_0 - E)} \right] \sinh^2(aL) \right\}^{-1},$$
(16)

hvor $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ og sinh(x) = $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$



Figur 7 – Skisse av transmisjonskoeffisienten T(E) for en potensialbarriere med høyde U_0 (figur fra 3).

Vi ser at når $E > U_0$ vil α bli imaginær, og vi kan da skrive $\sinh(\alpha L) \propto \sin(\beta L)$, med $\beta = \sqrt{2m(E - U_0)}/\hbar$. Vi kan da få transmisjonssannsynlighet 1 for bestemte energier. Dette kalles resonant tunnelering. For $E < U_0$ er $\sinh(\alpha L)$ rent eksponentiell, og sannsynligheten for transmisjon er forholdsvis liten og kan aldri bli 1. For å få transmisjonssannsynlighet 1 ved $E < U_0$ må vi benytte to eller flere slike potensialbarrierer etter hverandre.

2.4 Tunnelering gjennom en dobbeltbarriere

Vi går nå over til å betrakte en partikkel som sendes inn mot to påfølgende potensialbarrierer av samme størrelse. Barrierene har en bredde b og høyde U_0 , og avstanden mellom dem er w.



Figur 8 – Dobbeltbarriere

Med to symmetriske barrierer vil en innkommende partikkel med energi *E* kunne transmitteres fullstendig ved bestemte resonansenergier. Dette kalles resonant tunnelering, og kan forklares ved at partikkelen interfererer med seg selv inne i brønnen. Når energien til en innkommende partikkel tilsvarer et av resonansnivåene, fører gjentatte refleksjoner mellom veggene i brønnen til at de Broglie-amplituden bygges opp. Bølgene vil bevege seg i begge retninger, men ved disse bestemte energiene vil de venstregående bølgene anulere hverandre, og de høyregående bølgene vil forsterkes. Transmisjonssannsynligheten blir da 1, men avtar raskt når partikkelenergien avviker fra resonansenerginivåene.

Ved sammensetning av multiple barrierer dannes et såkalt supergitter, og hvis tykkelsen på hvert lag er mindre enn de Broglie-bølgelengden ($\lambda = h/p \approx 200$ Å for de fleste halvledere) vil resonansnivået i hver brønn interferere med resonansnivået i de tilstøtende brønnene. Når vi kun betrakter identiske sekvenser vil et slikt supergitter resultere i at hvert resonansnivå utvides til et bånd av resonante energier omkring resonansverdien. Det betyr at det i praksis vil være større slingringsmonn for hvilke elektronenergier som gir resonant tunnelering.

Tilsvarende som for en enkeltbarriere vil Schrödingerligningen for partikkelen ha løsning på harmonisk oscillerende form på utsiden av barrierene, og rent eksponentielle løsninger inne i barrierene. Vi må kreve at overgangene mellom områdene er kontinuerlige og at bølgefunksjonen er deriverbar her.

Løsning av Schrödingerligningen i de ulike områdene:

Område 1:	$\mathbf{y}_1(x) = \mathrm{Ae}^{\mathrm{i}kx} + \mathrm{Be}^{\mathrm{-i}kx}$	(17)

Område 2:
$$\mathbf{y}_2(x) = \operatorname{Ce}^{-\alpha x} + \operatorname{De}^{\alpha x}$$
 (18)

Område 3:
$$\mathbf{y}_3(x) = \mathrm{Fe}^{\mathrm{i}kx} + \mathrm{Ge}^{\mathrm{i}kx}$$
 (19)

Område 4:
$$\mathbf{y}_4(x) = \mathrm{He}^{-\alpha x} + \mathrm{Ie}^{\alpha x}$$
 (20)

Område 5:
$$\mathbf{y}_5(x) = \mathrm{Je}^{\mathrm{i}kx} + \mathrm{Ke}^{\mathrm{-i}kx}$$
 (21)

Vi velger også nå A = 1. Da vil $|B|^2 = R$ (k) gi oss refleksjonssannsynligheten. I område 5 vil det aldri eksistere en venstregående bølge. Vi må kreve at K = 0, og løsningen av bølgeligningen i dette området gir oss derfor transmisjonskoeffisienten $|J|^2 = T(k)$. Kontinuitetskravene gir oss åtte ligninger med åtte ukjente koeffisienter (se vedlegg). Vi har nå nok opplysninger til å beregne transmisjonskoeffisienten:

$$T (k) = |J (k)|^{2}$$
 (22)

Vi har utelatt endel regning, og har bare tatt med de viktigste trinnene her^{4,5,6}. Vi får følgende uttrykk for den transmitterte bølgen:

$$J(k) = e^{-2ikb} / Y(k),$$
 (23)

der Y (k) = $\cosh^2(\alpha b) + \frac{1}{4}\sinh^2(\alpha b) [\sigma^2\cos(2kw) - \delta^2]$

+
$$i \sinh (\alpha b) [\delta \cosh(\alpha b) + \frac{1}{4} \sigma^2 \sinh (\alpha b) \sin (2kw)].$$

Her er

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$
, $U_0 = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m}$, $\alpha^2 = k_0^2 - k^2$,

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\boldsymbol{a}}{k} + \frac{k}{\boldsymbol{a}}, \qquad \boldsymbol{\delta} = \frac{\boldsymbol{a}}{k} - \frac{k}{\boldsymbol{a}}, \qquad \boldsymbol{\sigma}^2 = \boldsymbol{\delta}^2 + 4 = \frac{k_0^4}{k^2 \boldsymbol{a}^2}.$$

 k^2 er proporsjonal med energien til den innkommende partikkelen. Det er interessant å finne hvilke *k*-verdier som gir transmisjonssannsynlighet 1, og dermed de resonante energiene. Resonansbetingelsen kan uttrykkes på ulike måter. Ut fra (23) ser vi at transmisjonssannsynligheten må nå maksimum når vi setter inn minimumsverdien for Y. Den kan f. eks. finnes ved derivasjon av $|Y|^2$:

$$\frac{d}{dw} \left| \mathbf{Y} \right|^2 = 0 \tag{24}$$

Beregninger basert på ligning (23) viser at ligning (24) medfører:

$$\tan(2kw) = \frac{\boldsymbol{d} \tanh(\boldsymbol{a}b)}{1 - \frac{1}{4}\boldsymbol{d}^2 \coth(\boldsymbol{a}b)}$$
(25)

k kan ikke løses ut fra (25) algebraisk, men vi må ha resonans når ligning (25) tilfredsstiller:

$$\cot(kw) = -\frac{d}{2}\tanh(ab) \tag{26}$$

Når ligning (26) er tilfredstilt antar Y(k) formen:

$$Y_{\rm res} = \frac{1 - \frac{1}{4} \delta^2 \tanh^2(\alpha b) + i\delta \tanh(\alpha b)}{1 + \frac{1}{4} \delta^2 \tanh^2(\alpha b)}$$
(27)

Vi ser at $T_{res} = |Y_{res}|^{-2} = 1$. For bestemte verdier av $k_0 w$ og $k_0 b$ kan ligning (26) løses grafisk ved å finne skjæringspunktene mellom venstre og høyre side.



Figur 9 – Grafisk løsning for resonansbetingelsen gitt i ligning (26) for $k_0w = 8$ og $k_0b = 6$ (figur fra 7).

Vi ser at for de valgte verdiene av k_0w og k_0b får vi fullstendig transmisjon ved tre ulike energier.

Vi trenger i praksis en spenning for å drive elektronene/ partiklene inn mot barrierene. Dette vil ødelegge symmetrien vi har forutsatt i våre beregninger. Resonansbetingelsene vil endre seg, og ingen av resonansenergiene gir lengre fullstendig transmisjon. Ved å justere barrierehøydene og breddene i forhold til hverandre er det i stor grad mulig å kompensere for asymmetrien som oppstår på grunn av spenningsfallet. Vi kan da oppnå en transmisjonssannsynlighet som ligger svært nær 1, og som i alle praktiske tilfeller gir god nok transmisjon.



Figur 10 – Dobbeltbarriere med påtrykt spenning.

2.5 Anvendelser av halvledermaterialer og resonant tunnelering

Halvledermaterialer har i dag mange praktiske anvendelser. En av dem er laseren. Forløperen til laseren var en idè av Townes som ønsket å bruke ammoniakk-molekyler for å forsterke mikrobølgestråling. I 1953 fullførte han og to av hans studenter prototypen *maser* eller *microwave amplification by stimulated emission of radiation*. I 1958 publiserte Townes og Schawlow resultatene fra en studie som viste at tilsvarende utstyr kunne brukes til å forsterke lys. Utstyret ble kalt *laser* som er forkortelse for *light amplification by stimulated emission of radiation.* Tanken bak laseren var å produsere en høy fluks av monokromatisk elektromagnetisk stråling. Etter hvert ble telefonselskaper klar over potensialet i slike komponenter til overføring av informasjon gjennom optiske fibere. Den første fiberoptiske telefoninstallasjonen kom i 1977 og besto av en 2,4 km lang ledning under Chicago. I dag brukes mesteparten av halvlederlaserene som produseres til CD- og DVD-spillere⁸. Laserdioder masseproduseres også for fiberoptiske kommunikasjonsprodukter, laserprintere og laserkopimaskiner.

En måte å produsere lasere på er å bygge opp strukturer bestående av lag av ulike halvledere. En gruppe ved fysikalsk elektronikk på NTNU jobber med dette (se for øvrig http://www.fysel.ntnu.no/research/Laboratories/tunglab/). Metoden som brukes for å få til slike strukturer kalles *molecular beam epitaxy* (MBE). I praksis dannes de lagdelte halvlederstrukturene ved å dampe atomlag for atomlag på et substrat. Dette foregår i et vakumkammer hvor lufttrykket er av størrelsesorden 10⁻¹³ atmosfærer. For å danne atomdampen må grunnstoffene som brukes varmes opp slik at de smelter og det dannes en atomdamp. De ulike grunnstoffene befinner seg i hver sin ovn tilkoblet vakumkammeret. Når en av ovnene åpnes vil atomene strømme inn i kammeret og feste seg på substratet. Tykkelsen på hvert lag kan reguleres svært nøye ved hjelp av tidsrommet ovnene er åpne og temperaturen i ovnene. Det er mulig å få til lag som er bare ett eller noen få atomlag tykke.

Ved å legge ulike halvledere lagvis kan vi få laget en multippel barrierestruktur. I brønnene vil elektroner og hull som stammer fra de ulike dopingatomene kunne rekombineres (se figur 11). Det vil si at elektronet faller ned til et lavere energinivå samtidig som det sendes ut et foton. Vi kan regulere dette fotonets bølgelengde svært nøyaktig ved å variere tykkelsen på de ulike lagene, og ved å bruke halvledere med ulike båndgap og forskjellige dopingatomer. Vi oppnår å få dannet elektromagnetisk stråling med en helt bestemt bølgelengde. En slik type laser kan blant annet brukes til å detektere og identifisere gasstyper som absorberer stråling med den bestemte bølgelengden. Nyere mobiltelefoner gjør også bruk av slik teknologi.



Figur 11 – Rekombinasjon av hull og elektroner i kvantebrønn. Emisjon av et foton.

En anvendelse av resonant tunnelering i slike lagvise halvlederstrukturer er at vi kan danne elektriske kretser med en negativ differensiel resistans (NDR). Det vil si at vi i en slik krets kan få lavere strøm ved å øke spenningen. Dette strider mot Ohms lov som sier at strømmen i en krets må være proporsjonal med den påtrykte spenningen. Den første som oppdaget denne effekten var Leo Esaki som fikk Nobelprisen i 1973 for oppdagelsen av tunneleffekten brukt i såkalte tunnel-dioder⁹. En tunnel-diode er en spesiell halvlederkomponent som brukes til å danne regioner med negativ differensiel resistans i en krets. Prinsippet for denne effekten er at det vil være maksimal elektrontransmisjon (altså maksimal elektrisk strøm) gjennom strukturen bare for bestemte energinivåer (resonansnivåer). Når spenningen i kretsen økes eller senkes, vil ikke elektronene lengre ha resonansenergi, og transmisjonen blir betraktelig redusert.



Figur 12a – Prinsippet bak negativ differensiel resistans. I a har vi V = 0 og ingen strøm gjennom kretsen. I b har vi en spenning som gir elektronene en energi som tilsvarer resonansenergien, slik at vi får maksimal strøm gjennom kretsen. I c økes spenningen, og elektronets energi forskyves bort fra resonansnivået. Det vil gå mindre strøm gjennom kretsen.



Figur 12b – Strøm som funksjon av spenning ved bruk av en tunnel-diode. Vi har resonans i b, og får en påfølgende region med negativ differensiel resistans.

3. Avslutning

Vi har i oppgaven sett på hvordan en kan lage potensialbarrierer ved hjelp av lagvis oppbygging av halvlederstrukturer, og på tunnelering gjennom slike potensialbarrierer Vi beveget oss da bort fra det klassiske bildet av partikler, og måtte ta hensyn til at energi er en kvantisert størrelse. For å forklare hvorfor en partikkel kan tunnelere gjennom klassisk forbudte områder, måtte vi betrakte partikkelen ved hjelp av en bølgebeskrivelse. Vi så da at det alltid vil være en positiv sannsynlighet for å finne en partikkel hvor som helst, også inne i barrierene. For høye og vide enkeltbarrierer er imidlertid denne sannsynligheten svært liten. Når vi så betraktet doble og multiple barrierer, fant vi at det for enkelte energier vil være sannsynlighet 1 for transmisjon. Denne effekten kan blant annet utnyttes for å skape en negativ differensiel motstand i elektriske kretser.

Kilder:

- 1. H. Schneider m.fl. Appl. Phys. Lett. 58, 2234 1991
- 2. H. Schneider m.fl. Appl. Phys. Lett. 63, 782 1993
- 3. Serway, Moses & Moyer Modern Physics Thompson Learning, Inc. 1997
- 4. D. Bohm Quantum Theory Prentice-Hall, New York 1951
- 5. B. Ricco & M. Ya. Azbel Phys. Rev. B29 1970 (1984)
- 6. C. Cohen-Tannoudji m.fl Quantum Mechanics Wiley, New York 1977
- 7. E. H. Hauge m. fl. Transmission and reflection times for scattering of wave packets off tunneling barriers Physical Review B, volume 36, number 8 15 sept. 1987
- 8. A. F. J. Levi Applied Quantum Mechanics Cambridge University Press 2003
- 9. A Negative Differential Resistance Oscillator with a *Negistor* http://jlnlabs.online.fr/cnr/negosc.htm 2004
- Qiang Chen Electrical Properties of Field-Effect Transistors and Resonant Tunneling Diodes – Linköping University – 1993
- L. L. Chang m.fl. Resonant Tunneling in Semiconductors, Physics and Applications – Plenum Press, New York – 1991
- 12. A. Kindlihagen Theoretical Modeling of Bipolar Double-Barrier Resonant-Tunneling Light Emitting Diodes – Linköping University - 1996

Vedlegg:

Kontinuitetskrav for symmetrisk dobbeltbarriere med barrierebredde b og brønnbredde w:

1.
$$\mathbf{y}_{1} (-\frac{1}{2}w - b) = \mathbf{y}_{2} (-\frac{1}{2}w - b)$$

 $\Rightarrow e^{-ik(1/2w + b)} + Be^{ik(1/2w + b)} = Ce^{\alpha(1/2w + b)} + De^{-\alpha(1/2w + b)}$
2. $\mathbf{y}_{2} (-\frac{1}{2}w) = \mathbf{y}_{3} (-\frac{1}{2}w)$
 $\Rightarrow Ce^{\alpha(1/2w)} + De^{-\alpha(1/2w)} = Fe^{-ik(1/2w)} + Ge^{ik(1/2w)}$
3. $\mathbf{y}_{3} (\frac{1}{2}w) = \mathbf{y}_{4} (\frac{1}{2}w)$
 $\Rightarrow Fe^{ik(1/2w)} + Ge^{-ik(1/2w)} = He^{-\alpha(1/2w)} + Ie^{\alpha(1/2w)}$
4. $\mathbf{y}_{4} (\frac{1}{2}w + b) = \mathbf{y}_{5} (\frac{1}{2}w + b)$
 $\Rightarrow He^{-\alpha(1/2w + b)} + Ie^{\alpha(1/2w + b)} = Je^{ik(1/2w + b)}$
5. $(d/dx) \mathbf{y}_{1} (-\frac{1}{2}w - b) = (d/dx) \mathbf{y}_{2} (-\frac{1}{2}w - b)$
 $\Rightarrow ike^{-ik(1/2w + b)} - ikBe^{ik(1/2w + b)} = -\alpha Ce^{\alpha(1/2w + b)} + \alpha De^{-\alpha(1/2w + b)}$
6. $(d/dx) \mathbf{y}_{2} (-\frac{1}{2}w) = (d/dx) \mathbf{y}_{3} (-\frac{1}{2}w)$
 $\Rightarrow -\alpha Ce^{\alpha(1/2w)} + \alpha De^{-\alpha(1/2w)} = ikFe^{-ik(1/2w)} - ikGe^{ik(1/2w)}$
7. $(d/dx) \mathbf{y}_{3} (\frac{1}{2}w) = (d/dx) \mathbf{y}_{4} (\frac{1}{2}w)$
 $\Rightarrow ikFe^{ik(1/2w)} - ikGe^{-ik(1/2w)} = -\alpha He^{-\alpha(1/2w)} + \alpha Ie^{\alpha(1/2w)}$
8. $(d/dx) \mathbf{y}_{4} (\frac{1}{2}w + b) = (d/dx) \mathbf{y}_{5} (\frac{1}{2}w + b)$