NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Kontakt under eksamen:
Jon Andreas Støvneng
Telefon: 73 59 36 63

EKSAMEN FY1303 ELEKTRISITET OG MAGNETISME

Onsdag 15. desember 2004 kl. 0900 - 1300

Bokmål

Hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU

Side 2 - 6: Oppgave 1 - 4.
Vedlegg 1 - 3: Formelsamling: Elektrostatikk, Magnetostatikk, Elektrodynamikk og elektromagnetisk induksjon, Vekselstrømkretser og impedans.

Eksamen består av 4 oppgaver. Det er angitt i forbindelse med hver enkelt oppgave hvor mye den teller under bedømmelsen.

Sensuren kan ventes senest 12. januar

OPPGAVE 1 (Teller 15%)

Besvar hver av denne oppgavens 6 deloppgaver (1 - 6) med *ett* av de fire gitte svaralternativene (A - D). Det kreves ingen utregninger eller begrunnelser i denne oppgaven.

1. Angi et sikkert kriterium som skiller en halvleder fra en elektrisk isolator.

A. Størrelsen på båndgapet.
B. Massetettheten.
C. Krystallstrukturen.
D. Verdien av magnetisk susceptibilitet.

2. Den elektriske ledningsevnen til en halvleder

A. er uavhengig av temperaturen.
B. blir større med økende temperatur.
C. blir mindre med økende temperatur.
D. er halvparten så stor som for en elektrisk leder.

3. Tilsats av en liten andel aluminiumatomer (Al, 3 valenselektroner), f.eks. 0.01 %, til en ellers perfekt silisiumkrystall (Si, 4 valenselektroner) har følgende effekt:

A. Krystallen får et overskudd av negative ladningsbærere, og den elektriske ledningsevnen blir betydelig mindre.
B. Krystallen får et overskudd av positive ladningsbærere, og den elektriske ledningsevnen blir betydelig mindre.
C. Krystallen får et overskudd av negative ladningsbærere, og den elektriske ledningsevnen blir betydelig større.
D. Krystallen får et overskudd av positive ladningsbærere, og den elektriske ledningsevnen blir betydelig større.

4. Hva uttrykker Pauliprinsippet?

A. Det kan ikke være mer enn ett elektron i hver kvantemekaniske tilstand.
B. Termisk energi er av størrelsesorden $k_B T$, der k_B er Boltzmanns konstant.
C. Elektrostatisk felt er null inne i en elektrisk leder.
D. I en halvleder kan vi ha både positive og negative ladningsbærere.

5. Hvilken påstand beskriver best forskjellen mellom et paramagnetisk og et ferromagnetisk materiale?

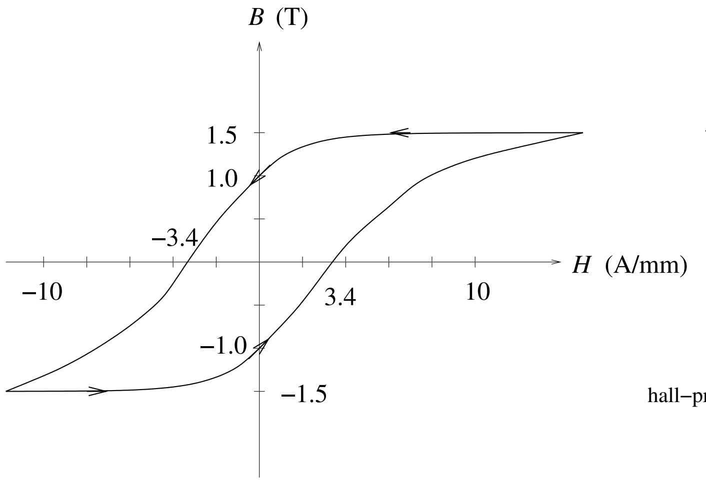
A. Det er bare jern som er ferromagnetisk. Alle andre stoffer er paramagnetiske.
B. I en ferromagnet har atomene (evt molekylene) et permanent magnetisk dipolmoment. I en paramagnet er atomenes magnetiske dipolmoment lik null.
C. Både i en ferromagnet og i en paramagnet har atomene et permanent magnetisk dipolmoment. I en ferromagnet vekselvirker dipolene med hverandre, det gjør de ikke i en paramagnet.
D. En ferromagnet har *positiv* magnetisk permeabilitet μ, mens en paramagnet har *negativ* magnetisk permeabilitet.

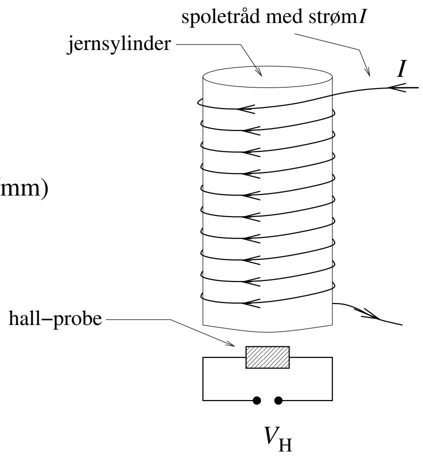
6. Impedansen til en seriekobling av en motstand R og en induktans L er

A. $R + i\omega L$
B. $R + 1/(i\omega L)$
C. $1/(R + i\omega L)$
D. $i\omega RL/(R + i\omega L)$

OPPGAVE 2 (Teller 25%)

I et eksperiment har du studert magnetisk hysterese ved å vikle opp en (plastbelagt) kobbertråd omkring et sylinderformet stykke jern. Ved å sende en vekselstrøm I gjennom kobbertråden har du kontroll på H-feltet inne i jernsylinderen ettersom $H = nI$, der n er antall viklinger pr lengdeenhet av kobbertråden. Ved hjelp av en liten hall-probe (med kjent konsentrasjon av ladningsbærere) plassert like utenfor jernsylinderens endeflate måler du B-feltet inne i jernet via hallspenningen V_H. (Se figuren nedenfor, til høyre.) For hver periode av I, og dermed av H, følger B-feltet kurven i figuren til venstre, der pilene angir retningen på endringen i H-feltet. Målte verdier for $B(H = 0)$ og $H(B = 0)$ er angitt i figuren, og enheter benyttet for B og H er angitt på aksene.





Den målte hysteresekurven kan med god tilnærmelse representeres ved funksjonene

$$B(H) = B_0 \arctan\left(\alpha \frac{H \mp H_0}{H_0}\right)$$

der øvre og nedre fortegn gjelder for henholdsvis økende og avtagende verdier av H. Bestem størrelsene B_0, H_0 og α ved å sammenholde med den målte hysteresekurven.
Finn et uttrykk for hvor mye energi w som tapes i jernsylinderen pr volumenhet og pr hysteresesyklus i dette eksperimentet. Dvs: Finn w uttrykt ved størrelser i ligningen over. (Tips: Finn først $H(B)$.) Bestem også tallverdi for w. Oppgi svaret i SI-enheter.

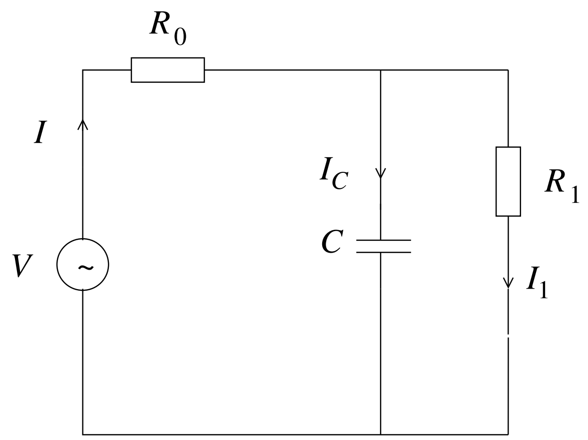
Oppgitt:

$$w = \oint H \, dB$$

OPPGAVE 3 (Teller 30%)

Vis at dersom det går en vekselstrøm $I_R(t) = |I_{R0}| \cos \omega t$ gjennom en motstand R, så er midlere effekttap i motstanden lik

$$\langle P_R \rangle = \frac{1}{2} R |I_{R0}|^2$$



En vekselspenningskilde $V(t) = V_0 \cos \omega t$ har indre motstand R_0. Spenningskilden kobles til et elektrisk apparat som kan beskrives ved en motstand R_1 i parallell med en kapasitans C (se figuren over). Bestem den resulterende kretsens totale impedans $Z = V/I$. (Angi Z på kompleks form eller med absoluttverdi og fasevinkel.)

I denne kretsen fordeler total effekt seg på "tapt" effekt $\langle P_0 \rangle$ i den indre motstanden R_0 og "nyttig" effekt $\langle P_1 \rangle$ i apparatets motstand R_1. Hvor stor er utnyttelsesgraden

$$\frac{\langle P_1 \rangle}{\langle P_0 \rangle + \langle P_1 \rangle}$$

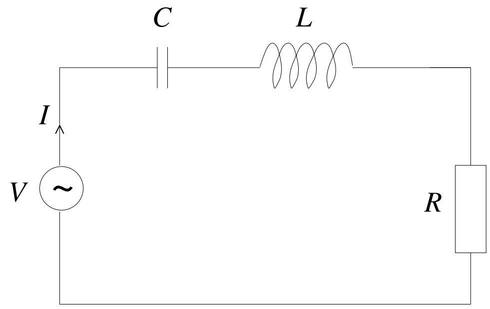
i prosent dersom $R_0 = 5\Omega$, $R_1 = 25\Omega$, $C = 0.2$ mF og $\omega = 314$ Hz.

Oppgitt:

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V(t) I(t) \; dt \qquad (T = \text{ perioden})$$

$$\int \cos^2 x \; dx = \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{2} x$$

OPPGAVE 4 (Teller 30%)



Til et vekselspenningssignal $V(t) = V_0 \cos \omega t$ er det koblet en motstand R, en *variabel* kapasitans C og en induktans $L = 2.1\ \mu\text{H}$ i serie, som vist i figuren over. Du ønsker at kretsens resonansfrekvens $f_0 = \omega_0/2\pi$ skal kunne varieres i området mellom 90 og 100 MHz. Bestem det tilhørende området som den variable kapasitansen da må dekke. Du ønsker videre at kretsens resonanskurve skal være forholdsvis smal. Mer presist: For enhver verdi av f_0 i det ønskede området skal strømamplituden $|I_0|$ ved frekvensene $f_0 \pm 0.2$ MHz ikke overstige 20 % av maksimal amplitude. Med andre ord:

$$\frac{|I_0(f_0 \pm 0.2\text{MHz})|}{|I_0(f_0)|} \leq 20\%$$

Hva blir da største tillatte verdi for motstanden R?

Formelsamling

$\int d\boldsymbol{A}$ angir flateintegral og $\int d\boldsymbol{l}$ angir linjeintegral. $\oint$ angir integral over lukket flate eller rundt lukket kurve. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent.

Elektrostatikk

- Coulombs lov:
$$\boldsymbol{F} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$
- Elektrisk felt og potensial:
$$\boldsymbol{E} = -\nabla V$$
$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}$$
- Elektrisk potensial fra punktladning:
$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$
- Elektrisk fluks:
$$\phi_E = \int \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{A}$$
- Gauss lov for elektrisk felt:
$$\varepsilon_0 \oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{A} = q \qquad \oint \boldsymbol{D}\cdot d\boldsymbol{A} = q_{\text{fri}}$$
$$\varepsilon_0 \nabla\cdot\boldsymbol{E} = \rho \qquad \nabla\cdot\boldsymbol{D} = \rho_{\text{fri}}$$
- Elektrostatisk felt er konservativt:
$$\oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = 0 \qquad \nabla\times\boldsymbol{E} = 0$$
- Elektrisk forskyvning:
$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_r\varepsilon_0\boldsymbol{E} = \varepsilon\boldsymbol{E}$$
- Elektrisk dipolmoment:
$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$$
- Elektrisk polarisering = elektrisk dipolmoment pr volumenhet:
$$\boldsymbol{P} = \frac{\Delta\boldsymbol{p}}{\Delta V}$$
- Kapasitans:
$$C = \frac{q}{V}$$
- Energitetthet i elektrisk felt:
$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Vedlegg 2 av 3

Magnetostatikk

- Magnetisk fluks:

$$\phi_m = \int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A}$$

- Gauss' lov for magnetfeltet:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} = 0 \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

- Ampères lov:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 I \qquad \oint \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = I_{\text{fri}}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j} \qquad \nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{j}_{\text{fri}}$$

- Magnetfelt fra strømførende leder (Biot–Savarts lov):

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\boldsymbol{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

- $\boldsymbol{H}$-feltet:

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{B} - \boldsymbol{M} = \frac{1}{\mu_r \mu_0}\boldsymbol{B} = \frac{1}{\mu}\boldsymbol{B}$$

- Magnetisk dipolmoment:

$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A}$$

- Magnetisering = magnetisk dipolmoment pr volumenhet:

$$\boldsymbol{M} = \frac{\Delta \boldsymbol{m}}{\Delta V}$$

- Magnetisk kraft på rett strømførende leder:

$$\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$$

- Energitetthet i magnetfelt:

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Elektrodynamikk og elektromagnetisk induksjon

- Faraday (–Henry)s lov:

$$\mathcal{E} = \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

- Ampère–Maxwells lov:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

- Selvinduktans:

$$L = \frac{\phi_m}{I}$$

- Gjensidig induktans:

$$M_{12} = \frac{\phi_1}{I_2} \quad , \quad M_{21} = \frac{\phi_2}{I_1} \quad , \quad M_{12} = M_{21} = M$$

- Energitetthet i elektromagnetisk felt:

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Vekselstrømkretser og impedans

- Kompleks representasjon av vekselspenning:

$$V(t) = V_0 e^{i\omega t}$$

- Kompleks representasjon av vekselstrøm:

$$I(t) = I_0 e^{i\omega t} = |I_0| e^{-i\alpha} e^{i\omega t}$$

- Kompleks impedans:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_0}{|I_0|} e^{i\alpha} = |Z| e^{i\alpha}$$

- Seriekobling og parallellkobling av komplekse impedanser i en vekselstrømkrets blir som seriekobling og parallellkobling av resistanser i en likestrømkrets.