Institutt for fysikk, NTNU
FY1303 Elektrisitet og magnetisme
Høst 2004

Løsningsforslag til øving 2

Veiledning onsdag 1. september

Oppgave 1

a) Dersom konduktiviteten er proporsjonal med tettheten av mobile ladninger, må vi øke ladningstettheten med en faktor 10^7 for å oppnå en tilsvarende økning i konduktiviteten. Det betyr at ladningstettheten må økes fra $1.45 \cdot 10^{10}$ pr cm^3 til $1.45 \cdot 10^{17}$ pr cm^3, som dermed blir antall fosforatomer som må tilføres. [Egentlig differansen mellom disse to tallene, men $1.45 \cdot 10^{10}$ er jo tilnærmet lik null i forhold til $1.45 \cdot 10^{17}$.]

b) I silisium har vi $5 \cdot 10^{22}$ atomer pr cm^3. Brøkdelen atomer som erstattes av fosfor er dermed

$$\frac{n_{\mathrm{P}}}{n_{\mathrm{Si}}} = \frac{1.45 \cdot 10^{17}}{5 \cdot 10^{22}} = 2.9 \cdot 10^{-6}$$

Altså tilstrekkelig å bytte ut ett av ca 350000 Si-atomer med fosfor for å øke konduktiviteten med en faktor 10^7!

Oppgave 2

I forelesningene fant vi følgende uttrykk for Hall-spenningen V_H:

$$V_H = \frac{1}{nq} jBw$$

der $j = I/A$ er strømtettheten, B er magnetfeltet, w er Hall-prøvens tykkelse, n er tettheten av mobile ladninger, og q er ladningen pr ladningsbærer, $|q| = e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C. Ifølge oppgaven bidrar et fosforatom i silisium med ett *elektron*, slik at de mobile ladningene er negative i dette tilfellet. Her spiller fortegnet liten rolle, det var kun spørsmål om antall ladninger. Med de oppgitte tallene finner vi

$$n = \frac{IBw}{eAV_H} = \frac{2.5 \cdot 10^{-3} \cdot 0.8 \cdot 10^{-3}}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 2.0 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{4.8} \cdot 10^{22} \simeq 0.2 \cdot 10^{22} \text{pr m}^3$$

Følgelig er tettheten av fosforatomer i Hall-prøven ca $0.2 \cdot 10^{16}$ pr cm^3.

Oppgave 3

I rent Ge har vi like mange hull i valensbåndet som elektroner i ledningsbåndet, dvs $n_i = p_i$ (i for "intrinsikk"). Det betyr at produktet er $n_i \cdot p_i = 9 \cdot 10^{26}$. Etter tilsats av 10^{17} As-atomer pr cm^3 har vi en elektrontetthet n tilnærmet lik 10^{17}. Produktet av n og p er uforandret, så hulltettheten må nå være

$$p = \frac{9 \cdot 10^{26}}{10^{17}} = 9 \cdot 10^9,$$

altså redusert til ca 1/10000 av sin opprinnelige verdi.

Det som har skjedd er følgende: Tilførsel av As-atomer og frigivelse av ett elektron pr As-atom til ledningsbåndet forstyrrer elektron-hull likevekten (på samme måte som tilsats av en syre forstyrrer likevekten mellom $[OH^-]$ og $[H_3O^+]$ i vann). Overskuddet på elektroner fører midlertidig til en større *rekombinasjonsrate* (dvs: elektroner faller ned fra ledningsbånd til valensbånd og rekombinerer med hull) enn *generasjonsrate* (dvs: elektroner eksiteres fra valensbånd opp i ledningsbåndet og genererer elektron-hull par), inntil likevekt er gjenopprettet, uttrykt ved $n \cdot p = 10^{26}$.

Alternativt kunne vi tenke slik: Start med $T = 0$ og As-atomene på plass. Til å begynne med er systemet i grunntilstanden, med $n = p = 0$ og ingen As-atomer ionisert. Når temperaturen økes, vil det være mye lettere å rive løs et elektron fra hvert As-atom enn å eksitere elektroner fra valensbåndet til ledningsbåndet. Ved romtemperatur er så godt som alle As-atomene ionisert, mens langt færre elektroner er eksitert fra valens- til ledningsbånd. Termisk likevekt er en dynamisk likevekt (derav *termodynamisk*!) der ledningselektroner i middel faller like ofte ned i valensbåndet som valenselektroner eksiteres opp til ledningsbåndet.

Dopingen med As-atomer har resultert i at det totale antall ladningsbærere har økt dramatisk: Før tilsats av arsen hadde vi $n_i + p_i = 6 \cdot 10^{13}$ ladningsbærere pr cm^3. Etter tilsats av arsen har vi $n + p \simeq n = 10^{17}$ ladningsbærere pr cm^3.