Institutt for fysikk, NTNU
FY1303 Elektrisitet og magnetisme
Høst 2004

Øving 6 (litt signalanalyse)

Veiledning: Onsdag 29. september
Innleveringsfrist: Mandag 4. oktober

a) Tegn opp funksjonene

$$\begin{aligned} u_1(t) &= -\cos\omega t \\ u_3(t) &= u_1(t) - \frac{1}{9}\cos 3\omega t \\ u_5(t) &= u_3(t) - \frac{1}{25}\cos 5\omega t \end{aligned}$$

i intervallet $0 \leq t \leq 2\pi/\omega$ (dvs over en periode av u_1).
Tegn også opp funksjonene

$$\begin{aligned} v_1(t) &= \sin\omega t \\ v_3(t) &= v_1(t) + \frac{1}{3}\sin 3\omega t \\ v_5(t) &= v_3(t) + \frac{1}{5}\sin 5\omega t \end{aligned}$$

i det samme intervallet. (Plottetips på side 3.)

b) Med utgangspunkt i oppgave a), hvordan tror du funksjonene

$$f(t) = -\sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n^2}\cos n\omega t$$

og

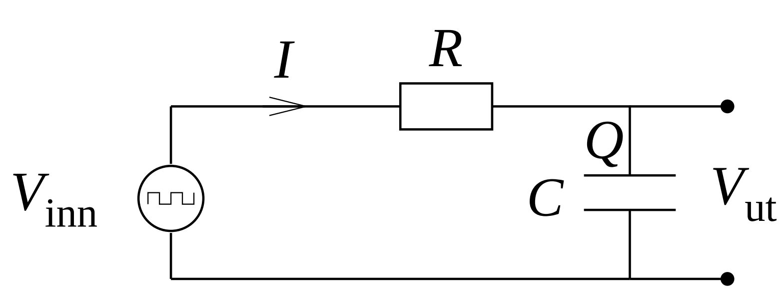
$$g(t) = \sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n}\sin n\omega t$$

blir seende ut?

c) En spenningskilde

$$V_{\text{inn}}(t) = V_0 \sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty} \frac{\sin n\omega t}{n}$$

er koblet til en RC-krets, som vist i figuren:



Hvis vi her velger å benytte en kompleks notasjon,

$$V_{\text{inn}}(t) = \sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty} \frac{V_0}{n} e^{in\omega t},$$

og tilsvarende for f.eks. ladningen Q på kondensatoren,

$$Q(t) = \sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty} Q_n e^{in\omega t},$$

må vi huske på at *fysiske* spenninger, ladninger etc er representert ved *imaginærdelen*, ettersom

$$\sin \omega t = \text{Im } e^{i\omega t}$$

Vis at dersom vi legger "utgangssignalet" $V_{\text{ut}}(t)$ over kondensatoren, får vi (på kompleks form)

$$V_{\text{ut}}(t) = \frac{Q}{C} = \sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty} \frac{V_0}{n(1+in\omega RC)} e^{in\omega t}$$

d) Vis at det fysiske (reelle) spenningssignalet over kondensatoren da kan skrives på formen

$$V_{\text{ut}}(t) = \sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty} V_n^{\text{ut}} \sin(n\omega t + \phi_n)$$

og bestem de såkalte "Fourier-koeffisientene" V_n^{ut} og de tilhørende fasevinklene ϕ_n.

e) Vi antar nå at vinkelfrekvensen ω er stor, dvs at

$$\omega RC \gg 1$$

Vis at spenningssignalet over kondensatoren da blir på formen

$$V_{\text{ut}}(t) = -V_0 \sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n^2 \omega RC} \cos n\omega t$$

Hva slags matematisk "operasjon" på inngangssignalet representerer dermed utgangssignalet for slike høye frekvenser?

Oppgitt:

$$\arctan x \simeq \frac{\pi}{2}$$

dersom $x \gg 1$.

Et par tips for den som ikke allerede har sitt "favorittopplegg" for kurvetegning:

Med gnuplot (linux, unix):

```
hostname:~$ gnuplot
gnuplot> set data style lines
gnuplot> set xrange [0:6.283]
gnuplot> f(x) = sin(x) + sin(3*x)/3 + sin(5*x)/5
gnuplot> plot f(x)
```

Med matlab:

```
hostname:~$ matlab
```

...eller hvordan du nå måtte starte opp matlab. Deretter i "Command window":

```
>> x = 0:pi/100:2*pi;
>> f = sin(x)+sin(3*x)/3+sin(5*x)/5;
>> plot (x,f)
```

Begge disse variantene skulle gi et plott av funksjonen v_5. Fortsett gjerne med v_7 osv. så ser du tydelig hvor dette bærer hen.