

FY6013 Mekanikk

FORMLER: Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene.

- Newtons andre lov: $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$ $\mathbf{p} = m\mathbf{v} = m\dot{\mathbf{r}}$
- Konstant akselerasjon: $v = v_0 + at$ $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$
- Konstant vinkelakselerasjon: $\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- Arbeid: $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}mv^2$ Effekt: $P = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$
- Konservativ kraft og potensiell energi: $U(\mathbf{r}) = -\int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ $\mathbf{F} = -\nabla U(\mathbf{r})$
- Friksjon, statisk: $f \leq \mu_s N$ kinetisk: $f = \mu_k N$
- Luftmotstand (liten v): $\mathbf{f} = -k\mathbf{v}$ Luftmotstand (stor v): $\mathbf{f} = -Dv^2\hat{v}$
- Tyngdepunkt: $\mathbf{R}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_i \mathbf{r}_i m_i \rightarrow \frac{1}{M} \int \mathbf{r} \cdot dm$
- Sirkelbevegelse: $v = r\omega$ Sentripetalakselerasjon: $a = v^2/r$ Baneakselerasjon: $a = dv/dt = r d\omega/dt$
- Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ Statisk likevekt: $\sum \mathbf{F}_i = 0$ $\sum \boldsymbol{\tau}_i = 0$
- Dreieimpuls: $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ N2 rotasjon: $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$
- Stivt legeme, refleksjonssymmetri mhp rotasjonsaksen: $\mathbf{L} = \mathbf{L}_b + \mathbf{L}_s = \mathbf{R}_{CM} \times M\mathbf{V} + I_0\boldsymbol{\omega}$
- Kinetisk energi, stivt legeme: $K = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$
- Treghetsmoment: $I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$
Kompakt sylinder (skive): $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$ Kompakt kule: $I_0 = \frac{2}{5}MR^2$ Kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}MR^2$
Tynn stang: $I_0 = \frac{1}{12}ML^2$
- Stivt legeme, rotasjon om fast akse: $K = \frac{1}{2}I\omega^2$
- N2 rotasjon, akse med fast orientering: $\tau = I \frac{d\omega}{dt}$

- Steiners sats (parallellakseteoremet): $I = I_0 + Md^2$
- Gravitasjon: $\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r}$ $U(r) = -\frac{GMm}{r}$ $\mathbf{g} = \mathbf{F}/m$

KONSTANTER, OMREGNINGSFAKTORER OG DEKADISKE PREFIKSER

- Fundamentale konstanter:

$$\begin{aligned}
 G &= 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \quad (g = 9.81 \text{ m/s}^2) \\
 m_e &= 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\
 m_p = m_n &= 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\
 u &= 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\
 e &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\
 \varepsilon_0 &= 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \\
 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} &= 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \\
 \mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \\
 k_B &= 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\
 N_A &= 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\
 h &= 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\
 c &= 3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

- Omregningsfaktorer:

$$\begin{aligned}
 1 \text{ eV} &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\
 1 \text{ Å} &= 10^{-10} \text{ m}
 \end{aligned}$$

- Dekadiske prefikser: p = piko = 10^{-12} , n = nano = 10^{-9} , μ = mikro = 10^{-6} , m = milli = 10^{-3} , c = centi = 10^{-2} , k = kilo = 10^3 , M = mega = 10^6 , G = giga = 10^9
- Geometri:
Areal, sirkulær skive: πr^2 . Kuleflateareal: $4\pi r^2$. Kulevolum: $4\pi r^3/3$.

MATEMATIKK

- Krumningsradius:

$$\rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}$$

•

$$\frac{d}{dx} e^{\alpha x} = \alpha e^{\alpha x} \quad \int e^{\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x}$$

MIDDELVERDI OG FEIL I MÅLINGER

- Gauss' feilforplantningslov: $(\Delta q)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial q}{\partial a_i} \Delta a_i \right)^2$
- Hvis størrelsen q er et produkt av potenser av a_i ($q = a_1^{N_1} \cdot a_2^{N_2} \cdot \dots$):

$$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{\left(\frac{N_1 \Delta a_1}{a_1} \right)^2 + \left(\frac{N_2 \Delta a_2}{a_2} \right)^2 + \dots}$$

- Middelverdi (gjennomsnittsverdi): $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$
- Standardavvik (feil i enkeltmåling): $\delta_x = \sqrt{\left(\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right)}$
- Standardfeil (feil i middelverdi): $\delta_{\bar{x}} = \delta_x / \sqrt{N}$