16

Eks: Hva blir arb. W når 10 kg løftes 1 m opp, med kraft lik tyngden?

Løsn: $W = F \cdot h = mgh = 10\,\text{kg} \cdot 9.8\,\text{m/s}^2 \cdot 1\,\text{m} = \underline{\underline{98\,\text{J}}}$

06.09.21

Effekt $\stackrel{\text{def}}{=}$ Arbeid pr tidsenhet

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$[P] = \text{J/s} = \text{W} \quad (\text{watt})$$

Oppg: Hvor mange joule er 1 kWh?

Løsn: $1\,\text{kWh} = 1000\,\frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 3600\,\text{s} = 3.6 \cdot 10^6\,\text{J} = 3.6\,\text{MJ}$

Oppg: Hva er midlere effekt hvis du bruker 20 000 kWh pr år?

Løsn: $\langle P \rangle = 20000\,\text{kWh} / 24 \cdot 365\,\text{h} \approx 2.28\,\text{kW}$

Oppg: Anta at luftmotstand $f = k \cdot v^2$ er eneste bidrag til friksjon. Med hvor mange % øker da energiforbruket på en gitt strekning hvis v økes fra 90 til 110 km/h

Løsn: $W = P \cdot t = f \cdot v \cdot t = kv^2 \cdot s$

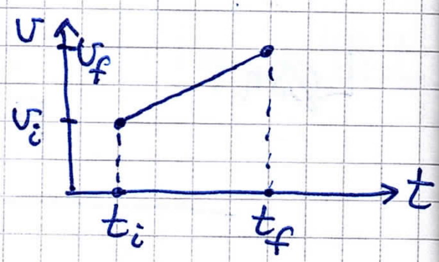
$\Rightarrow W_{110} / W_{90} = \left(\frac{11}{9}\right)^2 \approx 1.49$; dvs 49% økning

17

Kinetisk energi:

Anta først konstant akselerasjon. Da er

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$



$$s = \langle v \rangle \cdot \Delta t = \frac{v_f + v_i}{2} \cdot (t_f - t_i)$$

Dermed:

$$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot s$$

$$= m \cdot \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \cdot \frac{v_f + v_i}{2} \cdot (t_f - t_i)$$

$$= \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$= K_f - K_i$$

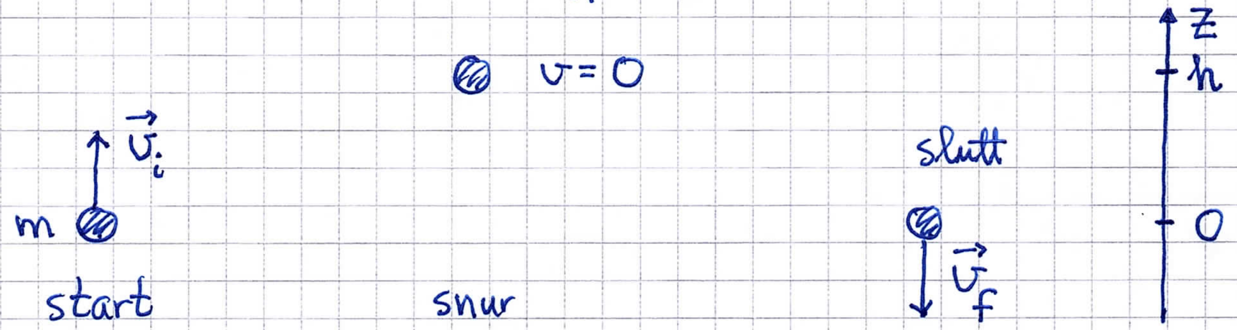
$$= \Delta K$$

= endringen i massens (legemets) kinetiske energi

Gjelder generelt, også når $\vec{a}$ varierer og når $\vec{F}$ ikke peker langs $d\vec{r}$; se videoforel. i TFY4104

(18) <u>Konservativ kraft</u>

Vi kaster en ball rett oppover (og ser bort fra luftmotstand):



Kraft på ballen underveis: $\vec{F} = -mg\,\hat{z}$ (tyngdekraften)

Arbeid, opptur: $W_o = (-mg\hat{z})\cdot(h\hat{z}) = -mgh$

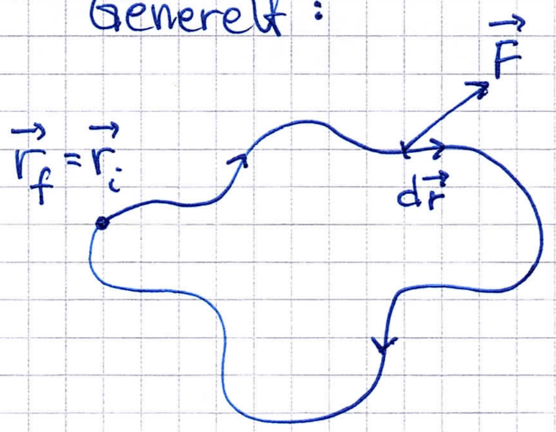
—"—, nedtur: $W_n = (-mg\hat{z})\cdot(-h\hat{z}) = mgh$

Netto arbeid utført av $\vec{F}$, fra høyde $z=0$ tilbake til <u>samme</u> høyde: $W = W_o + W_n = 0$

Samtidig er $\Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = 0$, siden $|\vec{v}_f| = |\vec{v}_i|$.

Da er $\vec{F}$ en <u>konservativ kraft</u>.

Generelt:



Hvis $\oint \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0$, er $\vec{F}$ konservativ.

Da er W uavhengig av veien fra $\vec{r}_i$ til $\vec{r}_f$.

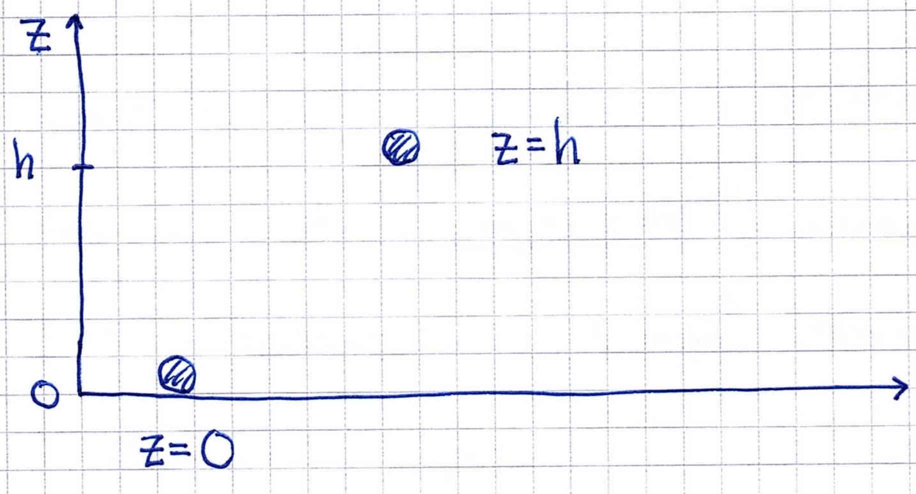
(19)

Potensiell energi :

$$U(\vec{r}) - U(\vec{r}_0) = - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

når $\vec{F}$ er konservativ.

Eks: Ball i tyngdefeltet.



Forskjell ΔU i ballens pot. energi :

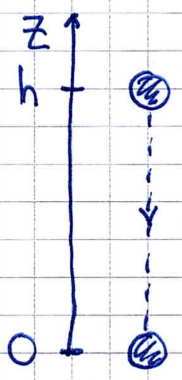
$$\Delta U = U(h) - U(0)$$

$$= - \int_0^h (-mg\,\hat{z}) \cdot (dz\,\hat{z})$$

$$= \underline{\underline{mgh}}$$

⑳ Bevaring av mekanisk energi

Ser igjen på ball som slippes i tyngdefeltet:



$$\Delta U = U(0) - U(h) = -mgh$$

$$\Delta K = W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = (-mg\hat{z})\cdot(-h\hat{z}) = mgh$$

$$\Rightarrow \Delta E = \Delta(K+U) = 0$$

E = total mekanisk energi;
bevart i konservativt system

[Generelt bevis i videoforel. TFY4104]

Oppg: Hva blir v ved $z=0$ når $v=0$ ved $z=h$?

Løsn: $\Delta E = 0 \Rightarrow \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{\Delta K} = \underbrace{mgh}_{-\Delta U}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{v = \sqrt{2gh}}}$$

(21)

Friksjonsarbeid

$\vec{f}$ er alltid rettet mot $d\vec{r}$ og $\vec{v}$

$$\Rightarrow \quad dW_f = \vec{f} \cdot d\vec{r} < 0$$

Mek. energi $\rightarrow$ varme, lyd etc.

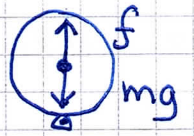
Eks: Fallende ballong. Max fart ?

$m \approx 3g$; $r \approx 10$ cm ; $C_d \approx 0.5$ for kule

Løsn: $f = \frac{1}{2} \rho A C_d v^2$; $A = \pi r^2$; $\rho \approx 1.2$ kg/m^3

Max fart v_t (terminalfart) når $\Sigma \vec{F} = 0$

$$\Rightarrow \quad f = mg$$



$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} \rho \pi r^2 C_d v_t^2 = mg$$

$$\Rightarrow \quad v_t = \sqrt{2mg / \rho \pi r^2 C_d}$$

$$\approx \sqrt{2 \cdot 0.003 \cdot 9.8 / 1.2 \cdot \pi \cdot 0.10^2 \cdot 0.5} \text{ m/s}$$

$$\approx \underline{\underline{1.8 \text{ m/s}}}$$

Impuls (=Bevegelsesmengde)

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad ; \quad [p] = kg \cdot m/s$$

N2: $\underline{\vec{F}} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \underline{\frac{d\vec{p}}{dt}}$

Dvs: $\boxed{\vec{F} = 0 \iff \vec{p} = \text{konst.}}$

Kollisjon

Hvis ytre krefter kan neglisjeres $(\vec{F} \approx 0)$, er total impuls bevart i kollisjoner.

Men kan tape mek. energi (pga deformasjon, varme, lyd, ...):

Elastisk koll. $\Delta E = 0$

Uelastisk –"– $\Delta E < 0$

Fullstendig uelastisk koll: Max $|\Delta E|$

F.eks: $\boxed{M} \xrightarrow{} V$ $\boxed{m}$ $(v=0)$ $\Rightarrow$ $\boxed{M+m} \longrightarrow$ Felles sluttfart $V' = ?$

$$p_{før} = MV \quad ; \quad p_{etter} = (M+m)V' \quad \Rightarrow V' = \frac{MV}{M+m}$$

3

Elastisk koll (Sentralt støt ; 1D)

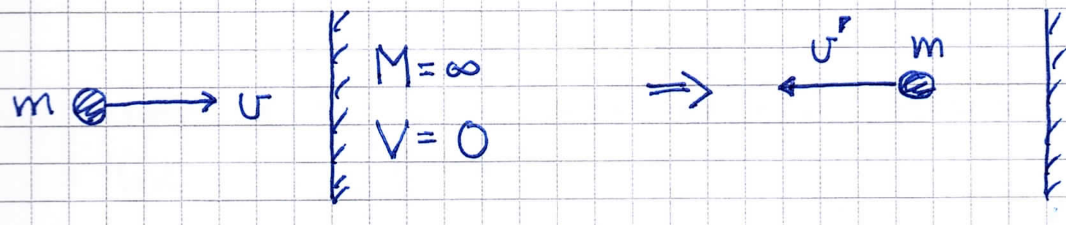
$$mv + MV = mv' + MV' \quad \text{og} \quad \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}MV^2 = \tfrac{1}{2}m(v')^2 + \tfrac{1}{2}M(V')^2$$

$\Rightarrow$ ... se 4104... $\Rightarrow$

$$v' = \frac{M}{m+M}\left\{2V + v \cdot \frac{m-M}{M}\right\}$$

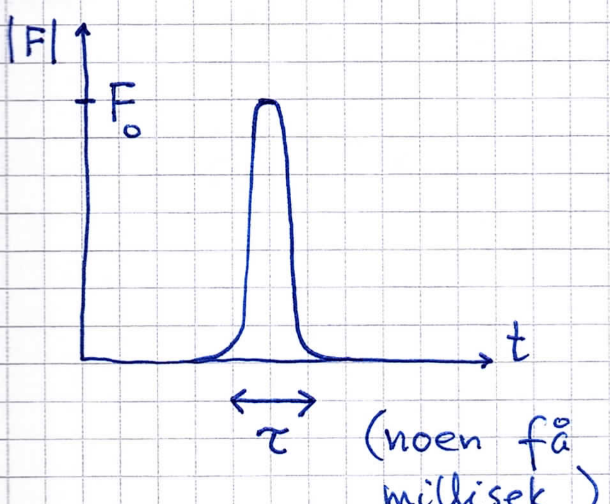
$$V' = \frac{m}{M+m}\left\{2v + V \cdot \frac{M-m}{m}\right\}$$

Eks : Ball mot vegg



$$v' = 1 \cdot v \cdot (-1) = \underline{\underline{-v}}$$

<u>Kortvarig</u> men <u>stor</u> kraft $F(t)$ fra veggen endrer ballens impuls, fra $+mv$ til $-mv$:



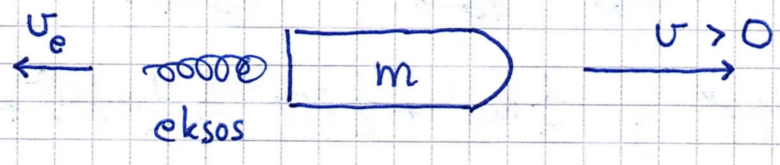
$$F_0 \cdot \tau \approx \Delta p$$

$$ma \cdot \tau \approx 2mv$$

$$a \approx 2v/\tau$$

Med f.eks. $v = 10\ \frac{m}{s}$ og $\tau = 2\,ms$ blir $a \approx 10\ km/s^2 \gg g$

(24) Rakettprinsippet



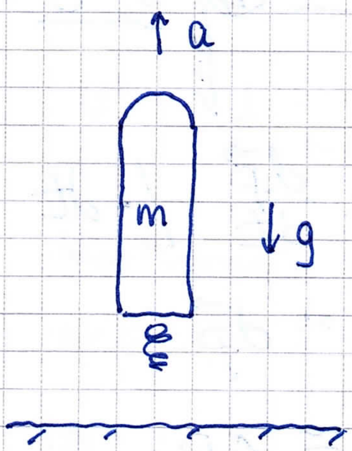
Forbrent drivstoff (eksos) sendes bakover med fart $u < 0$, målt i raketten. Gir redusert rakettmasse $dm/dt < 0$ pr tidsenhet.
Impulsbevarelse (for rakett + eksos) gir ligningen

$$m \frac{dv}{dt} = u \frac{dm}{dt}$$

for rakettens akselerasjon dv/dt.

Skyvkraft ("rekyl"): $u \cdot \frac{dm}{dt} > 0$

Ved oppskyting og et stykke oppover i atmosfæren kommer tyngdekraften $-mg$ i tillegg:



$$m \frac{dv}{dt} = u \frac{dm}{dt} - mg$$

Mult. med dt/m gir

$$dv = u \frac{dm}{m} - g\,dt$$

(Øv. 4)
Saturn V (Apollo 11, 1969):

$m(0) = 3.04 \cdot 10^6$ kg ; $dm/dt = -13.2 \cdot 10^3$ kg/s ; $u = -2.58 \frac{km}{s}$

$$\int_0^{v(t)} dv = u \int_{m(0)}^{m(t)} \frac{dm}{m} - g \int_0^t dt \Rightarrow v(t) = u \ln \frac{m(t)}{m(0)} - gt$$

$$m(t) = m(0) + \frac{dm}{dt} \cdot t$$