

① Fredag 20.08.21 kl 10.15

Tema: Enheter. Bevegelse (kinematikk)

Mekanikk: "Rom - Stoff - Tid"

Lengde / forflytning: $[x] = m$ (meter)

Masse: $[m] = kg$ (kilogram)

Tid: $[t] = s$ (sekund)

Hastighet (fart): $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$

med avledet enhet $\frac{m}{s}$, som følger direkte av definisjonen (forflytning $\Delta \vec{r}$ pr tidsenhet Δt , evt. forfl. delt på tid), og grunnenheterne for $\Delta \vec{r}$ og Δt .

Både $\Delta \vec{r}$ og $\vec{v}$ er vektorer: størrelser med absoluttverdi ($|\Delta \vec{r}|$, $|\vec{v}|$) og retning.

"Ikke uvanlig" å kalle $|\vec{v}|$ for farten og vektoren $\vec{v}$ for hastigheten. (Men ikke "opplest og vedtatt".)

Akselerasjon: $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$

med avledet enhet $(m/s)/s = m/s^2$

Merk at $\vec{v} \parallel \Delta \vec{r}$ ($\parallel$: parallell med)

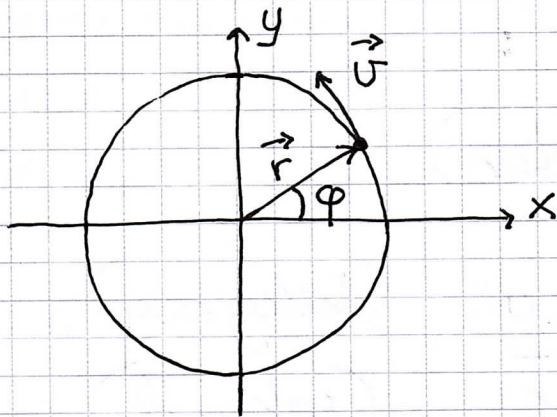
$\vec{a} \parallel \Delta \vec{v}$

②

Med konstant $\vec{a}$:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t \quad , \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

Sirkelbevegelse :



Polarkoordinater :

$$r = |\vec{r}| \quad (\text{konstant})$$

φ = vinkel mellom x-aksen
og $\vec{r}$

Vinkelhastighet : $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$

Vinkel : $\Delta\varphi = \Delta s / r$; Δs = buelengde

$\Rightarrow [\varphi] = \text{m/m} = 1$; dvs dimensjonsløs
(men kalles radianer)

$\Rightarrow [\omega] = 1/\text{s} = \text{s}^{-1}$ (ert. rad/s)

Med liten Δt : $d\varphi = ds/r$ og $ds = dr$ ($= |d\vec{r}|$)

$$\Rightarrow v = \frac{dr}{dt} = \frac{ds}{dt} = \frac{r d\varphi}{dt} = r \omega$$

Og vi ser at $\vec{v} \perp \vec{r}$

$$\Rightarrow \vec{v} = v \hat{\varphi}$$

$$\vec{r} = r \hat{r}$$

③

Sentripetalakselerasjon:

$\vec{v}$ endrer retning ved sirkelbevegelse;
endringen $\Delta \vec{v}$ peker inn mot sentrum av sirkelen.

$$\vec{a}_{\perp} = -\frac{v^2}{r} \hat{r} = -\omega^2 r \hat{r}$$

Baneakselerasjon hvis også $|\vec{v}|$ endres:

$$a_{\parallel} = \frac{dv}{dt}$$

Vinkelakselerasjon:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}; \quad [\alpha] = \frac{1}{s^2}$$

Periode = tid pr hele omløp:

$$T = 2\pi r/v = 2\pi/\omega$$

Frekvens = antall omløp pr tidsenhet:

$$f = 1/T = \omega/2\pi$$

$$[f] = s^{-1} = \text{Hz} \quad (\text{hertz})$$

④

Oppgaver / Eksempler

- Diskutere nr 5-7 i Test 1.
- Regne nr 9-12 og nr 13-18 i Test 1.

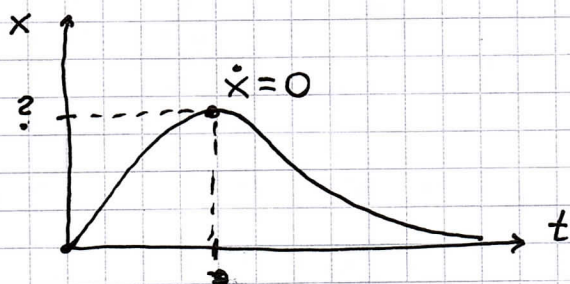
$$5: \left(\frac{dx}{dt} \right)_{t=1s} > 0 \Rightarrow B \quad (a = \ddot{x} < 0)$$

$$6: t=4s: \dot{x} < 0 \Rightarrow G \quad (\ddot{x} < 0)$$

$$7: t=2.5s: \dot{x} = 0 \Rightarrow A \quad (\ddot{x} < 0)$$

$$9: x(10) = 5.00 \text{ m} \cdot \left(\frac{10s}{10s} \right) \cdot \exp(-10s/10s) \\ = \frac{5}{e} \text{ m} \approx \frac{5}{2.72} \text{ m} \approx \underline{\underline{1.84 \text{ m}}} \quad B$$

$$10: \text{"snur"} \Rightarrow \dot{x} = 0$$



$$\dot{x} = x_0 \left\{ \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} - \frac{t}{\tau^2} e^{-t/\tau} \right\} \\ = (x_0/\tau) e^{-t/\tau} \left\{ 1 - t/\tau \right\}$$

$$\Rightarrow \dot{x} = 0 \text{ når } t = \tau = 10s \Rightarrow \underline{\underline{\text{Ved } 1.84 \text{ m}}} \quad B$$

11: Fra $\dot{x}$ i nr 10 ser vi at $|\dot{x}(0)| = \frac{x_0}{\tau} = \frac{5 \text{ m}}{10s} = \underline{\underline{0.5 \text{ m/s}}}$ er et mulig svar. Finner max negativ $\dot{x}$ ved å sette $\ddot{x} = 0$:

$$\ddot{x} = \frac{x_0}{\tau} e^{-t/\tau} \left(-\frac{1}{\tau} \right) (1 - t/\tau) + \frac{x_0}{\tau} e^{-t/\tau} \left(-\frac{1}{\tau} \right) \\ = \frac{x_0}{\tau} e^{-t/\tau} \left\{ -\frac{2}{\tau} + \frac{t}{\tau^2} \right\} = 0 \text{ for } t = 2\tau = 20s$$

$$\text{Men } |\dot{x}(2\tau)| \text{ er bare } \frac{5}{10} \cdot e^{-2} \cdot 1 \approx 0.07 \text{ m/s} \Rightarrow A$$

⑤ 12: Fra 11 er $\ddot{x} = 0$ for $t = 2\tau = \underline{20s}$ E

13-18: Karusell, $\omega = \omega_0 \exp(-\omega_0 t/50)$, $\omega_0 = 0.50 \text{ s}^{-1}$
og radius $R = 5.0 \text{ m}$.

13: Ytterst er $r = R = 5 \text{ m} \Rightarrow v(0) = \omega(0) \cdot R = \omega_0 R = \underline{2.5 \text{ m/s}}$ C

14: (Fremdeles ytterst!)

$$a_{\perp}(0) = v(0)^2/R = \omega(0)^2 R = \omega_0^2 R = 0.25 \text{ s}^{-2} \cdot 5.0 \text{ m} = \underline{1.25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

15: $a_{\parallel} = dv/dt = \frac{d}{dt}(\omega r)_{r=R=\text{konst.}} = R \frac{d\omega}{dt}$

$$= R \omega_0 \exp(-\omega_0 t/50) \cdot \left(-\frac{\omega_0}{50}\right)$$

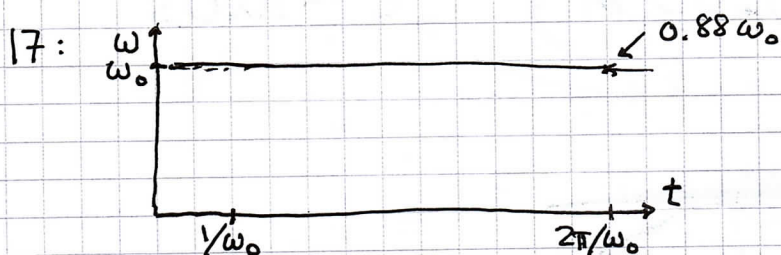
$$\Rightarrow |a_{\parallel}(0)| = R \omega_0 \cdot e^{-0} \cdot \frac{\omega_0}{50}$$

$$= 5.0 \text{ m} \cdot (0.50 \text{ s}^{-1})^2 / 50$$

$$= 0.025 \text{ m/s}^2 = \underline{2.5 \text{ cm/s}^2} \quad \text{B}$$

16: $\alpha = a_{\parallel}/r$

$r=R \Rightarrow |\alpha(0)| = |a_{\parallel}(0)|/R = \frac{\omega_0^2}{50} = \underline{0.005 \text{ s}^{-2}} \quad \text{A}$



(Eksakt:
 $\Phi = 2\pi = \int_0^{t_1} \omega dt$
 $\Rightarrow \dots \Rightarrow t_1 = 13.4 \text{ s}$)

$\Rightarrow \omega \approx \omega_0$ hele 1. runde $\Rightarrow T \approx 2\pi/\omega_0 = 12.6 \text{ s} \approx \underline{13s} \quad \text{B}$

18: $\omega = d\phi/dt \Rightarrow d\phi = \omega(t) \cdot dt$

$$\Rightarrow N = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \omega(t) dt = \frac{\omega_0}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-\omega_0 t/50} dt$$

$$= \frac{\omega_0}{2\pi} \cdot \left(-\frac{50}{\omega_0}\right) \cdot \int_0^{\infty} e^{-\omega_0 t/50}$$

$$= \frac{50}{2\pi} = 7.96 \approx \underline{8} \quad \text{D}$$