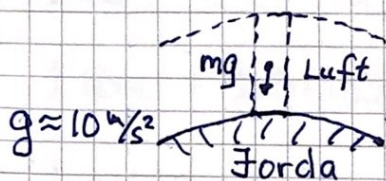


(69)

AtmosfæretrykketSkyldes tyngden av luftsøylen over areal A 

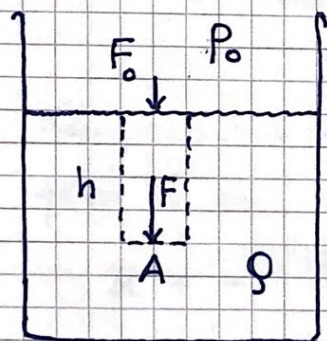
Atmosfærens totale masse:

$$M \approx 5.15 \cdot 10^{18} \text{ kg} \approx 5 \cdot 10^{18} \text{ kg}$$

Jordas overflate:

$$A = 4\pi R^2 \approx 4\pi \cdot (6371 \text{ km})^2 = 5.10 \cdot 10^{14} \text{ m}^2 \approx 5 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow P_0 = P_{\text{atm}} = \frac{Mg}{A} \approx \frac{5 \cdot 10^{19} \text{ N}}{5 \cdot 10^{14} \text{ m}^2} = \underline{10^5 \text{ Pa}}$$

Trykkvariasjon i fluider i tyngdefeltetVæske, med $g \approx$ konstant:Kraft på areal A på overflaten:

$$F_0 = p_0 \cdot A$$

Tyngde av væskesøylen:

$$\cancel{m \cdot g} = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$$

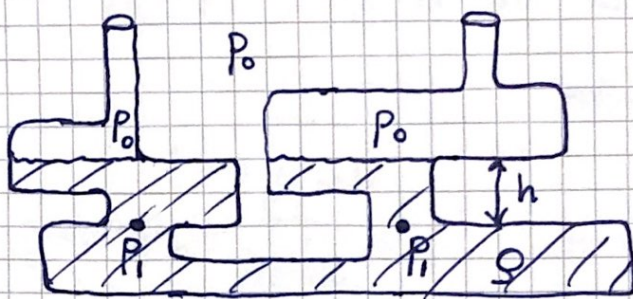
 $\Rightarrow$ Kraft på A i dybde h :

$$F = F_0 + mg = p_0 A + \rho A h g$$

 $\Rightarrow$ Trykk i dybde h : $p = \frac{F}{A} = \underline{p_0 + \rho g h}$

70

Beholderens form er uten betydning:

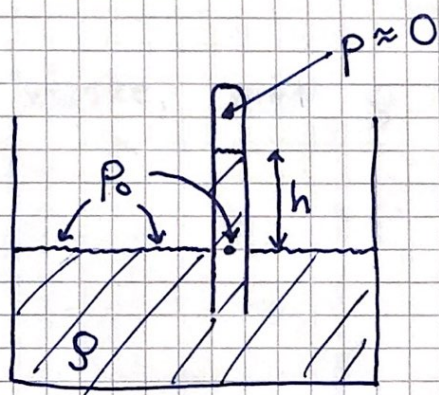


$$P_1 = P_0 + \rho g h$$

Begge overflater i samme høyde.

Trykk $P_1 = P_0 + \rho g h$ overalt i dybde h .

Barometer



P_0 = lufttrykket

= trykket på overflaten, og
inne i røret i samme høyde
som overflaten

Trykket i røret skyldes kun tyngden av væsken
ovenfor, siden $P \approx 0$ over væsken i røret.

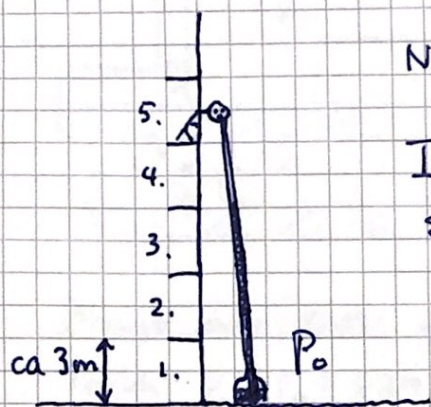
$$\Rightarrow \underline{P_0 = \rho g h}$$

Kvikksølv: $\rho = 13.6 \text{ g/cm}^3$, slik at $P_0 = 1 \text{ atm} \approx 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
tilsvarer $h = P_0 / \rho g = \underline{760 \text{ mm Hg}}$

Vann: $\rho = 1 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow 1 \text{ atm} \approx 10 \text{ m H}_2\text{O}$

71

Eks: Kan du drikke brus med et sugerør med flasken på bakken og deg i 5. etasje?



Nei: $h \approx 13-14 \text{ m}$

Teoretisk minste trykk øverst i sugerøret = 0

$$\Rightarrow h_{\max} = P_0 / \rho g \approx 10 \text{ m}$$

Trykkvariasjon i atmosfæren

Anta ideell gass, $pV = Nk_B T \Rightarrow \frac{N}{V} = \frac{p}{k_B T}$

Midlere masse pr molekyl i luft:

$$m \approx 29 \text{ g/mol} / 6.02 \cdot 10^{23} \text{ molekyler/mol}$$

$$\approx 4.8 \cdot 10^{-26} \text{ kg pr molekyl}$$

$$\Rightarrow \rho = m \cdot N/V = m \cdot p / k_B T$$

Anta videre at både ρ og T er konstante størrelser.

(T er ikke konstant; google f.eks. atmosphere, temperature og altitude.)

(72)

Ser på tynn "skive" med luft:

$$\begin{array}{c} z+dz \\ z \end{array} \boxed{dM = \rho \cdot A \cdot dz}$$

A

$$p(z) = p(z+dz) + \rho \cdot g \cdot dz$$

$$\Rightarrow dp = p(z+dz) - p(z) = -\rho g dz$$

$$= - \frac{mg}{k_B T} \cdot p \cdot dz$$

Her er faktoren $mg/k_B T$ en (antatt konstant!) invers lengde. La oss anta en midlere temperatur $T \approx 260 \text{ K}$ for atmosfæren. Da er

$$H = \frac{k_B T}{mg} = \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 260 \text{ K}}{4.8 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2} \approx 7.6 \text{ km}$$

Dvs:

$$\frac{dp}{p} = - \frac{dz}{H}$$

Vi integrerer på begge sider, med $z=0$ på bakken og $p(0) = p_0 = 1 \text{ atm}$:

$$\int_{p_0}^{p(z)} \frac{dp}{p} = - \int_0^z \frac{dz}{H}$$

$$\Rightarrow \ln p(z) - \ln p_0 = -z/H$$

$$\Rightarrow \ln \frac{p(z)}{p_0} = -z/H$$

$$\Rightarrow \underline{p(z) = p_0 e^{-z/H}}$$