

77

Fluidodynamikk

Til nå : Fluidstatikk, fluider i likevekt

Nå : Fluider i bevegelse, strømming

Ideelt fluid : Fluid med neglisjerbar viskositet.

Viskositet : Et mål på indre friksjon i fluidet.

⇒ Neglisjerbart tap av mekanisk energi i ideelt fluid

Inkompressibel væske : $\rho = \text{konstant}$

Strømming : [youtube, Laminar Flow, Univ. New Mexico]

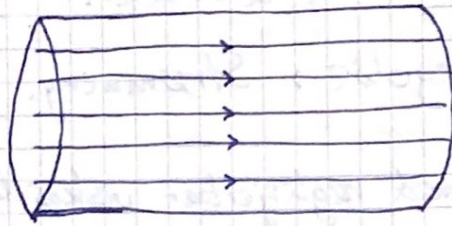
Laminær : Regulær, lagdelt strømming uten blanding av de ulike delene av fluidet.

Turbulent : Uordnet strømming, med blanding, og ~~en~~ dannelse av virvler.

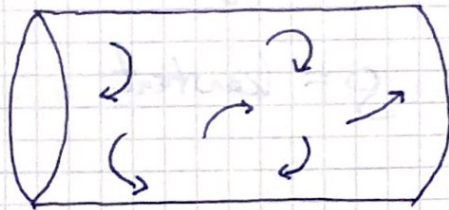
Kan visualiseres med strømlinjer, dvs linjer som overalt er i samme retning som hastigheten $\vec{v}$ til fluidet på dette stedet.

78

Laminær strømning i et rør:



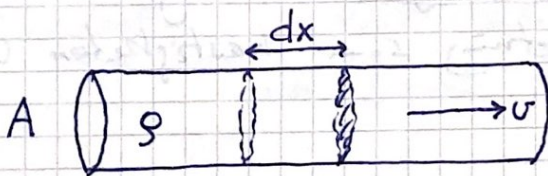
Med turbulens:



Kontinuitetsligning: bevaring av masse

Ser på (laminær) strømning i rør

(evt. rørformet utsnitt av fluidet):



v = strømningshastigheten

Volumstrøm = fluidvolum som passerer tverrsnitt av
røret (areal A) pr tidsenhet

$$Q = \frac{dV}{dt} = \frac{A \cdot dx}{dt} = A \cdot v \quad ; \quad [Q] = \text{m}^3/\text{s}$$

Volumstrømtetthet = volumstrøm pr flateenhet
 $= Q/A = v$

(79)

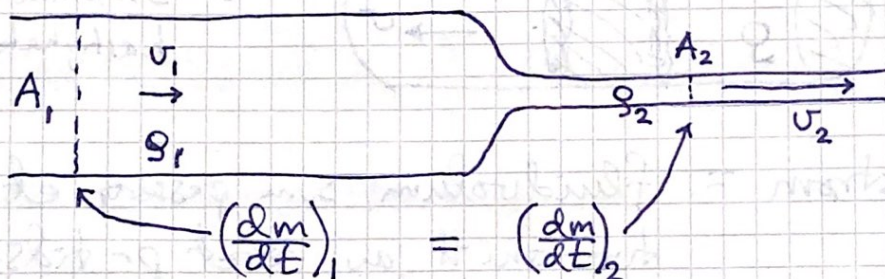
Massestrøm = fluidmasse som passerer A
pr tidsenhet

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d(\rho \cdot V)}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} = \rho \frac{A dx}{dt} = \rho A v$$

Massestrømtetthet = massestrøm pr flateenhet

$$j = \frac{dm/dt}{A} = \rho \cdot v ; [j] = \text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$$

Krav om bevaring av masse betyr at
massestrømmen må være den samme
alle steder i røret :



$$\Rightarrow \rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Med inkompressibel væske : $\rho_1 = \rho_2 = \rho$

$$\Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Dvs : $Q = A \cdot v$ er konstant ved
laminær og støsjoner (tidsuavhengig)
strømning i et rør

(80)

Eks: Vanning med hageslange

Det tar 20s å fylle ei 10-liters bøtte med hageslangen. Hvor stort område kan vi da vanne hvis åpningen på sprøytemunnstykket er 0.5 cm^2 , og slangen rettes horisontalt i høyde 1m over bakken? (Se bort fra luftmotstand.)

Løsn: Volumstrømmen er

$$Q = 10 \text{ L} / 20 \text{ s} = 0.010 \text{ m}^3 / 20 \text{ s} = 5.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

slik at vannet forlaker slangen med fart

$$v_x = Q/A = 5.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} / 0.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 10 \text{ m/s}$$

Herfra er dette et "horisontalt kast" fra start høyde $y_0 = 1 \text{ m}$:

$$y = y_0 + v_{y0} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

$\Rightarrow$ Tid fra utløp til landing (ved $y=0$):

$$t = \sqrt{2y_0/g}$$

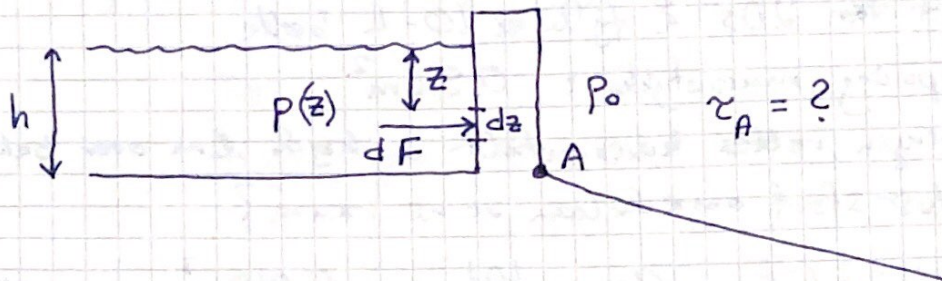
$$\text{Horisontalt: } x = v_x \cdot t$$

$$\Rightarrow \text{landing ved } x = v_x \cdot \sqrt{2y_0/g} = \frac{Q}{A} \sqrt{2y_0/g}$$

$$\text{dvs } x_{\text{(max)}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \text{ m}}{9.81 \text{ m/s}^2}} = \underline{4.5 \text{ m}}$$

$$\text{Areal: } \pi x_{\text{max}}^2 \approx \underline{64 \text{ m}^2}$$

⑧ Eks: Dreiemoment på demning



Løsning: Atmosfæetrykket p_0 virker på begge sider

$\Rightarrow$ nettokraften fra vannet skyldes kun $\Delta p(z) = p(z) - p_0 = \rho g z$

Kraft på lengde L og høyde dz i dybde z :

$$dF = \rho p \cdot dA = \rho g z \cdot L \cdot dz$$

Arm mhp A: $h - z$

$$\Rightarrow d\tau_A = (h - z) dF = \rho g L (h - z) z dz$$

$$\Rightarrow \tau_A = \int d\tau_A = \rho g L \int_0^h (h - z) z dz$$

$$= \rho g L \cdot \int_0^h \left\{ \frac{1}{2} h z^2 - \frac{1}{3} z^3 \right\}$$

$$= \rho g L \cdot \left\{ \frac{1}{2} h^3 - \frac{1}{3} h^3 \right\}$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{6} \rho g L h^3}}$$

$$\text{Pr lengdeenhet: } \tau_A / L = \underline{\underline{\frac{1}{6} \rho g h^3}}$$

Øker raskt med høyden h !