

Program for lærerutdanning

Eksamensoppgave i FY6017 Elektromagnetisme

Faglig kontakt under eksamen: Astrid Johansen

Tlf.: 918 22 404

Eksamensdato: 7.januar 2015

Eksamenstid (fra-til): kl.09.00 – 14.00

Tillatte hjelpemidler: Grafisk kalkulator
Formelvedlegg (vedlagt oppgaveteksten)

Annen informasjon: Vurderingskriterier: se s.2

Målform/språk: Bokmål

Antall sider (uten forside): 15

Antall sider vedlegg: 8
s. 8 Vedlegg 1: Noen konstanter, enheter og fysiske størrelser
s.11 Vedlegg 2: Noen formler i fysikk
s.16 Vedlegg 3: Noen formler i matematikk

Kontrollert av:

Dato

Sign

Vurderingskriterier

Ved vurderingen vektlegges din evne til å

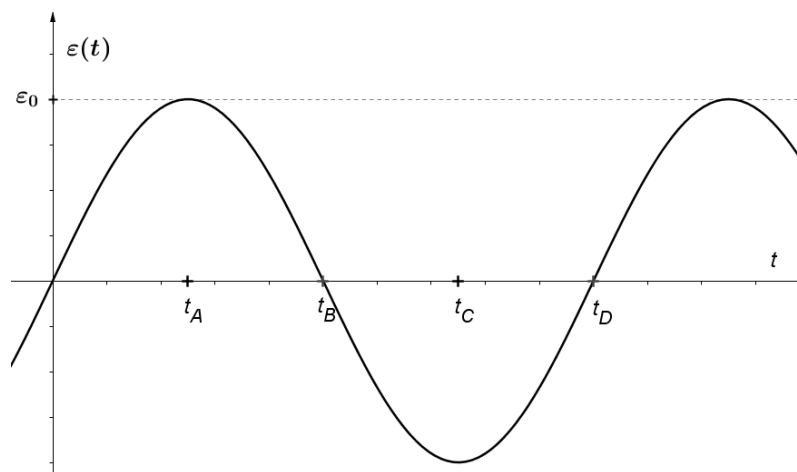
- gjøre greie for fysiske fenomener
- gjøre greie for kvalitative vurderinger
- vise regneferdighet
- vise eksperimentelle ferdigheter
- presentere besvarelsen

Prosentene på hver oppgave indikerer hvor mye den teller i det endelige resultatet for hele denne eksamensoppgaven.

I forhold til endelig karakter i emnet FY6017 teller denne eksamensoppgaven 80%, mens Midtsemestereksamen teller 20 %.

Oppgave 1 (Vekt 25%)

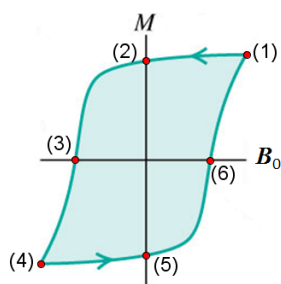
- a) En ledersløyfe med areal A roterer med konstant vinkelfart ω_0 i et homogent magnetfelt med flukstetthet B . Figur 1 viser den elektromotoriske spenningen $\varepsilon(t)$ som blir induisert som funksjon av tiden. ε_0 er maksimalverdien av den induerte spenningen.



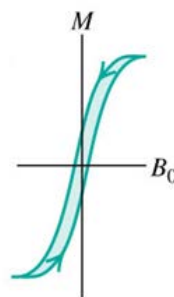
Figur 1

1. Skisser hvordan den magnetiske fluksen varierer innenfor det samme tidsrommet. Vis spesielt tydelig hva situasjonen er i tidspunktene som er angitt i figur 1.
2. Rotasjonshastigheten blir doblet. Uttrykk amplituden og vinkelfarten til den nye elektromagnetiske spenningen som blir induert ved ω_0 og ε_0 .

- b) Figur 2 og figur 3 viser hysteresekurver for to ulike magnetiske materialer



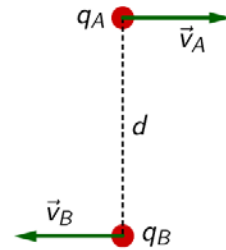
Figur 2



Figur 3

1. Forklar hvorfor hysteresekurver oppstår og hva som er situasjonen i de nummererte punktene i figur 2.
2. Hvilke teknologiske anvendelser kan de to materialene egne seg til? Begrunn svaret.

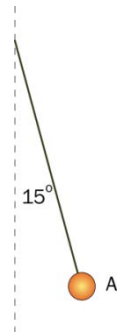
- c) To punktladninger, q_A og q_B passerer hverandre i avstand d . q_A er positiv og q_B er negativ. Hastighetene, \vec{v}_A og \vec{v}_B er parallelle, men motsatt rettet. Se figur 4.



Figur 4

1. Finn den magnetiske flukstettheten \vec{B} (verdi og retning) i posisjonen til q_B på grunn av ladning q_A .
2. Finn forholdet mellom den elektriske kraften og den magnetiske kraften som virker på ladning q_B fra q_A . Kommenter.

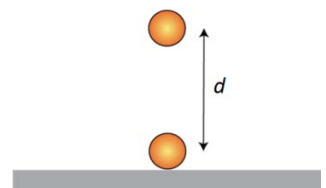
- d) En kule A med masse $m = 2,0$ g henger i ro i en ikke-ledende og masseløs snor i et horisontalt, homogent elektrisk felt. Kula har ladning $q = 3,0 \cdot 10^{-7}$ C. Snora danner 15° med loddlinjen. Se figur 5. Alle ladninger i denne oppgaven regnes som punktladninger.



Figur 5

1. Finn størrelsen og retningen til den elektriske feltstyrken i det homogene elektriske feltet.

To kuler med lik ladning q og lik masse m , holdes i vertikal avstand d . Se figur 6. Den nederste kula holdes i ro, mens den øverste kula slippes. Kula fyker da oppover og når en maksimal høyde $h_{maks} \gg d$.



Figur 6

2. Vis at den maksimale høyden kula kan få, h_{maks} , kan bestemmes ut fra likningen

$$h_{maks}^2 + B h_{maks} + C = 0$$

der B og C er konstanter. Hva blir uttrykkene for B og C ?

Oppgave 2 (Vekt 25%)

En uendelig lang, massiv, rett og ledende sylinder har radius R_1 og uniform flateladningstetthet σ .

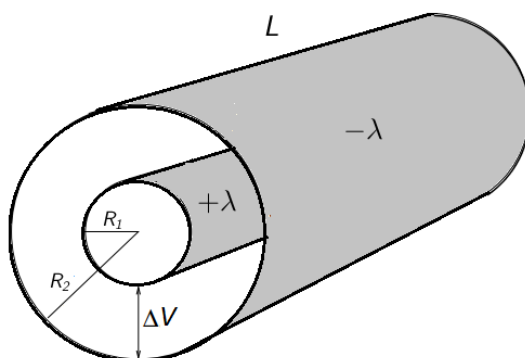
- a) Bruk Gauss lov til å vise at det elektriske feltet i en vilkårlig avstand r utenfor sylindren er gitt ved

$$E(r) = \frac{R_1 \sigma}{r \epsilon_0}, \quad r > R_1$$

- b) Finn sylindrens linjeladningstetthet λ uttrykt ved hjelp av σ og R_1 , og vis at det elektriske feltet utenfor sylindren er det samme som det ville ha vært om all ladning var plassert langs akse til sylindren.

Sylindren plasseres nå inne i et tynt, like langt metallrør. Sentrum i røret og sylindren er det samme og de støttes av et ikke ledende materiale. Se figur 7.

Metallrøret har radius R_2 . Metallrøret har negativ linjeladningstetthet $-\lambda$. Sylindren har positiv linjeladningstetthet $+\lambda$. $L \gg R_2$, så vi ser bort fra randeffekter.



Figur 7

- c) Finn det elektriske feltet for $r > R_2$ og skisser $E(r)$ for alle $r \geq 0$. Hvilken retning har feltet i området mellom sylindren og røret?
- d) Bruk resultatene over til å finne det elektriske potensialet for alle $r \geq 0$. Anta at $V = 0$ uendelig langt borte fra sylindren. Skisser $V(r)$ for alle $r \geq 0$.
- e) Hvordan ville svarene i c) og d) endre seg dersom ladningene var motsatte, dvs. $+\lambda$ på det ytre røret og $-\lambda$ på den indre sylindren?

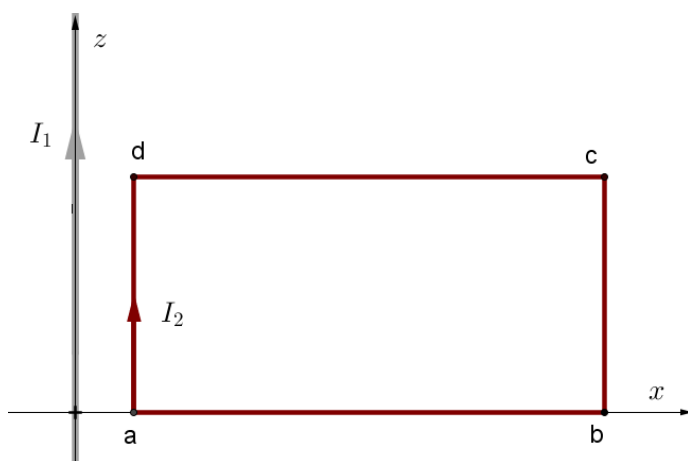
Oppgave 3 (Vekt 25%)

- a) Bruk Amperes lov til å vise at magnetfeltet rundt en lang rett leder som fører strømmen I er gitt ved

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

- b) I mange tilfeller plasseres den strømførende lederen i senterlinjen i en hul leder som fører en like stor strøm i motsatt retning. Hva er poenget med det?

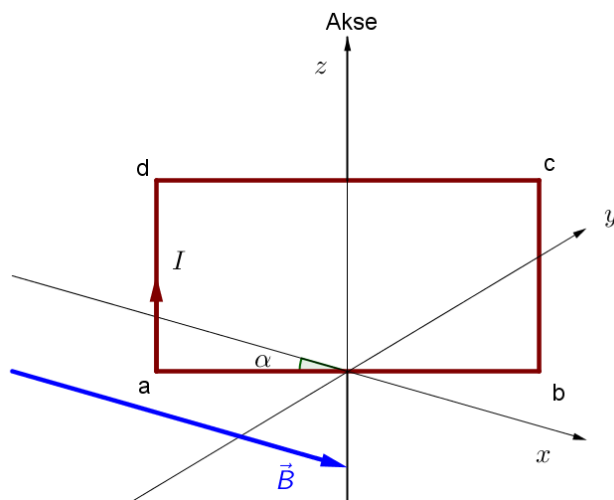
En rektangulær ledersløyfe $abcd$ ligger i xz -planet og fører strømmen I_2 . Kortsidene i rektangelet har lengde L og langsidenes lengde $2L$. Utenfor sløyfa fører en lang rett leder strømmen I_1 i positiv z -retning. Se figur 8.



Figur 8

- c) Bestem summen av kreftene på ledersløyfa? Hva er det magnetiske dreiemomentet?

Ledersløyfa plasseres i et homogent magnetfelt med retning i positiv x -retning. Planet ledersløyfa ligger i dreies om z -aksen gjennom midtpunktene på langsidenes, slik at sløyfeplanet danner vinkelen α med xz -planet. Se figur 9.

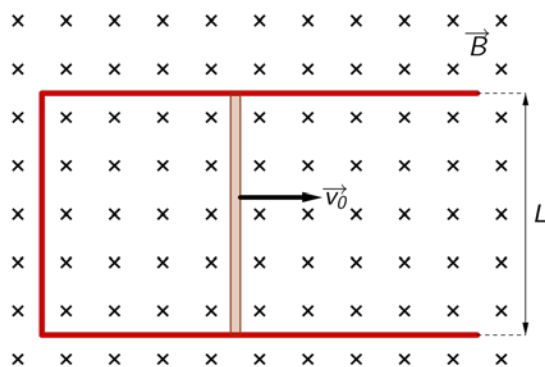


Figur 9

- d) Hva vil skje med ledersløyfa når den slippes fra posisjonen vist i figur 9? Tegn tydelig figur sett i retning ned på xy -planet og bestem kreftene og magnetisk dreiemoment som virker på sløyfa.
- e) I hvilken stilling er dreiemomentet størst? I hvilken stilling har ledersløyfa størst potensiell energi? Forklar.

Oppgave 4 (Vekt 25%)

Figur 10 viser en U-formet elektrisk leder som ligger horisontalt i et homogent magnetisk felt der \vec{B} har retning vinkelrett på planet lederen ligger i. En metallstav ligger oppå lederen. Metallstaven er i elektrisk kontakt med lederen og kan gli uten friksjon.



Figur 10

Verdien av den magnetiske flukstettheten er B . Resistansen i ledersløyfa antar vi er konstant lik R . Lengden av metallstaven er L og massen m . Metallstaven får et dytt slik at den beveger seg med utgangsfarten v_0 mot høyre.

Vi ser først på situasjonen i det øyeblikket der staven har farten v_0 .

- Bestem verdi og retning til strømmen som blir induisert i kretsen.
- Hvorfor vil det oppstå en magnetisk kraft på staven? Bestem verdi og retning til denne kraften.

Etter hvert som tiden går, vil farten til metallstaven endre seg. Vi forutsetter at $v = v_0$ når $t = 0$.

- Bruk Newtons 2.lov til å vise at farten er gitt ved $v(t) = v_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$. Bestem uttrykket for τ . Vis at τ har enhet sekund.
- Skisser grafen til $v(t)$. Hvor langt vil metallstaven skli før den stopper?

Vedlegg 1: Noen konstanter, enheter og fysiske størrelser

Noen SI – enheter:

Navn	Enheter	Navn	Enheter	Navn	Enheter
volt	$V = \text{kg} \cdot \text{m}^2 / (\text{s}^3 \cdot \text{A})$	pascal	$\text{Pa} = \text{N}/\text{m}^2$	weber	$\text{Wb} = V \cdot \text{s}$
radian	rad	joule	$J = \text{N} \cdot \text{m}$	tesla	$T = \text{Wb}/\text{m}^2$
meter	m	watt	$W = J/\text{s}$	ohm	$\Omega = V/A$
sekund	s	kelvin	K		
hertz	Hz	ampere	A		
kilogram	kg	coloumb	$C = A \cdot \text{s}$		
newton	$N = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$	farad	$F = A \cdot \text{s}/V$		

Fysiske størrelser:

Utvidelseskoeffisient:	Materiale:	Symbol: α, enhet: (K^{-1})
	Aluminium	$2,4 \times 10^{-5}$
	Glass	$0,5 \times 10^{-5}$
	Stål	$1,2 \times 10^{-5}$
Varmekapasitet:	Materiale:	Symbol: c, enhet: $J/\text{kg} \cdot K$
	Is	2100
	Vann (ferskvann)	4190
	Saltvann (fra havet)	3985
Molar varmekapasitet:	Materiale:	Symbol: C, enhet: $J/\text{mol} \cdot K$
	Is	37,8
	Vann	75,4
Smeltevarme:	Materiale:	Symbol: L_f, enhet: J/kg
	Vann (ferskvann)	334×10^3
	Hydrogen	$58,6 \times 10^3$
	Oksygen	$13,8 \times 10^3$
Fordampningsvarme:	Materiale:	Symbol: L_v, enhet: J/kg
	Vann (ferskvann)	2256×10^3
	Hydrogen	452×10^3
	Oksygen	213×10^3
Tetthet:	Materiale	Symbol: ρ, enhet: kg/m^3
	Saltvann (fra havet)	1030
	Vann (ferskvann)	1000
	Isfjell	920

Brytningsindekser for gult lys, $\lambda = 589 \text{ nm}$	Luft	1,00	
	Diamant	2,419	
	Pleksiglass	1,48 – 1,51	
	Flintglass (rent)	1,61	
Brytningsindekser for lys i vann	Rødt lys	1,330	
	Gult lys	1,333	
	Fiolett lys	1,342	
Vanndampens metningstrykk:	Temperatur i $^{\circ}\text{C}$	$P_d(T)$ i Pa	Fukt (g/m^3)
	-10	260	2,14
	20	2335	17,29

Noen fysiske konstanter:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$$

$$\varepsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\times\text{m}^2$$

$$e = 1,6019 \cdot 10^{-19} \text{ C (elementærladningen)}$$

$$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg (elektronets masse)}$$

$$g = 9,807 \text{ m/s}^2$$

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$R = 8,314 \text{ J/(mol K)}$$

$$k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K (Boltzmanns konstant)}$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js (Plancks konstant)}$$

Vedlegg 2: Noen formler fra fysikk

Fluidmekanikk og varmelære

$$p = \frac{dF_{\perp}}{dA}$$

$$p = p_0 + \rho gh$$

n = antall mol

N = antall molkyler

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$$

$$T = 273,15 \cdot \frac{p}{p_{\text{trippel}}}$$

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T$$

$$pV = nRT = NkT$$

$$K_{tr} = \frac{3}{2}nRT$$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$\lambda = \frac{V}{4\pi\sqrt{2}r^2N}$$

$$\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

$$Q_f = m \cdot L_f$$

$$Q_v = m \cdot L_v$$

$$\Delta W = p\Delta V$$

$$W = \int_1^2 p dV$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

$\gamma = 1,67$ for en enatomig ideell gass og $\gamma = 1,40$ for en toatomig ideell gass

$$C_p = C_v + R$$

$$\Delta U = Q - W$$

$$Q = mc\Delta T = nC\Delta T$$

$$dU = nC_v dT$$

$$pV^{\gamma} = \text{konst}$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{konst}$$

$$p^{1-\gamma}T^{\gamma} = \text{konst}$$

Virkningsgrad for varmekraftmaskiner: $e = \frac{W}{Q_H}$

$$\text{Carnot: } e = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

$$K = \left| \frac{Q_C}{W} \right|$$

$$\text{Carnot: } K = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

$$\text{Entropi: } \Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

Damptrykksformelen: $p(T) = p_0 e^{\frac{L_m}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$

$$\text{Relativ fuktighet: } \varphi = \frac{p_{H_2O}}{p_d(T)} \cdot 100\%$$

Varmetransport:

Fouriers lov: $\Phi(x) = -\kappa A \frac{dT}{dt}$

Varmemotstanden: $R = \frac{L}{\kappa \cdot A}$

Konveksjon: $\Phi = hA(T_v - T_l)$

Stefan – Boltzmanns lov: $j_s = \sigma T^4$

$$r + a + t = 1$$

Plancks fordelingslov: $F(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$

Wiens forskyvningslov: $\lambda_{maks} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}$

Elektromagnetisme

Coulombs lov: $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$ $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$

Elektrisk dipolmoment: $\vec{p} = q\vec{d}$ (fra – til +)

Dreiemoment på en elektrisk dipol: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

Potensiell energi til en elektrisk dipol: $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

Elektrisk fluks: $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$

Elektrisk potensiell energi: $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}$

Elektrisk potensial fra en punktladning: $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$

Potensialforskjellen mellom to punkter: $V_a - V_b = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$

Kraft på en ladning i bevegelse: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Magnetisk kraft på en strømførende leder: $\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$

Dreiemoment på ei strømsløyfe: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

Potensiell energi til en magnetisk dipol: $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

Hall – effekten:

$$nq = \frac{-J_x B_y}{E_z}$$

Magnetfelt fra punktladning q med konstant fart: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$

Biot – Savarts lov:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Magnetisk fluks:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Faradays lov:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Indusert emf i en lukket strømsløyfe som beveger seg i et magnetfelt: $\mathcal{E} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

Maxwells likninger

hvor det elektriske feltet er gitt av: $\vec{E} = \vec{E}_c + \vec{E}_n$

1. Gauss lov for \vec{E} : $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}$
2. Gauss lov for \vec{B} : $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$
3. Amperes lov: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{encl}$
4. Faradays lov: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

Noen formler fra mekanikk

Bevegelseslikninger ved konstant akselerasjon i x-retning:

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

Sirkelbevegelse med konstant baneakselerasjon: $a_{rad} = \frac{v^2}{R}$

Vinkelfart: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

Dreiemoment: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

Elektromagnetiske bølger, lys og optikk

$$E_{\max} = cB_{\max}$$

Farten i vakuum: $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

Poynting vektor: $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$

Intensiteten: $I = \frac{E_{\max} \cdot B_{\max}}{2\mu_0}$

Brytningsindeksen: $n = \frac{c}{v}$

Snells lov: $n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$

Malus's lov: $I = I_{\max} \cos^2 \phi$

Brewsters lov: $\tan \theta_p = \frac{n_b}{n_a}$

Speilformelen for sfæriske speil: $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$

Brytning i sfærisk flate: $\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$

Lateral forstørrelse: $m = \frac{y'}{y}$

Linseformelen: $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$

Linsemakerens formel: $\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

Intensitet i interferens fra to spalter: $I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$ hvor $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1)$

Konstruktiv refleksjon fra tynn film, ingen relative faseskift: $2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$

Intensitet fra diffraksjon i enkeltspalt: $I = I_0 \left\{ \frac{\sin \beta / 2}{\beta / 2} \right\}^2$ hvor $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$

Intensitetsmaksima fra mange spalter: $d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$

Kromatisk oppløsning: $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$

Braggs betingelse for konstruktiv interferens: $2d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$

Diffraksjon i sirkulær apertur: $\sin \theta_1 = 1,22 \frac{\lambda}{D}$

Vedlegg 3: Noen formler fra matematikk

Potensregning

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

Derivasjon

$$f(x) = a \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$f(x) = ax + b \Rightarrow f'(x) = a$$

$$f(x) = ax^r \Rightarrow f'(x) = a \cdot r \cdot x^{r-1}$$

$$f(x) = a \cdot e^{bx} \Rightarrow f'(x) = ab \cdot e^{bx}$$

$$f(x) = a \sin kx \Rightarrow f'(x) = ak \cos kx$$

$$f(x) = a \cos kx \Rightarrow f'(x) = -ak \sin kx$$

$$(f(u(x)))' = f'(u) \cdot u'(x)$$

$$(u(x) \cdot v(x))' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

$$\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2}$$

Likninger

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Geometri

$$\text{Sirkel} \quad A = \pi r^2 \quad O = 2\pi r$$

$$\text{Kule} \quad A = 4\pi r^2 \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Vektorregning

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin \angle(\vec{a}, \vec{b})$$

Integrasjon

$$\int a \cdot f(x) dx = a \int f(x) dx$$

$$\int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C, \quad r \neq -1$$

$$\int e^{kx} dx = \frac{1}{k} e^{kx} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, \quad x > 0$$

$$\int \cos kx dx = \frac{1}{k} \sin kx + C$$

$$\int \sin kx dx = -\frac{1}{k} \cos kx + C$$