

Program for lærerutdanning

Eksamensoppgave i FY6017 Elektromagnetisme

Faglig kontakt under eksamen: Astrid Johansen

Tlf.: 918 22 404

Eksamensdato: 16.12.2016

Eksamenstid (fra-til): kl.09.00 – 14.00

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator uten nettkontakt eller kommunikasjon
Formelvedlegg (vedlagt oppgaveteksten)

Annen informasjon: Vurderingskriterier: se s.2

Målform/språk: Bokmål

Antall sider: 14

Antall sider vedlegg:

- s. Vedlegg 1: Noen konstanter, enheter og fysiske størrelser
- s. Vedlegg 2: Noen formler i fysikk
- s. Vedlegg 3: Noen formler i matematikk

Kontrollert av:

Dato

Sign

Vurderingskriterier

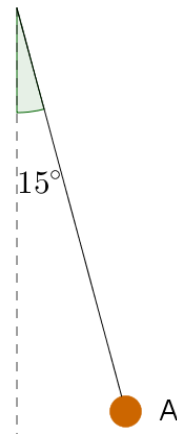
Ved vurderingen vektlegges din evne til å

- gjøre greie for fysiske fenomener
- gjøre greie for kvalitative vurderinger
- vise regneferdighet
- presentere besvarelsen

Prosentene på hver oppgave indikerer hvor mye den teller i det endelige resultatet for hele denne eksamensoppgaven.

Oppgave 1 (Vekt 15 %)

En kule A med masse $m = 5,0 \text{ g}$ henger i ro i en ikke-ledende og masseløs snor i et horisontalt, homogent elektrisk felt. Kula har ladning $q = +3,0 \cdot 10^{-7} \text{ C}$. Snora danner 15° med loddlinjen. Se figur til venstre.



Kula kan betraktes som en punktladning.

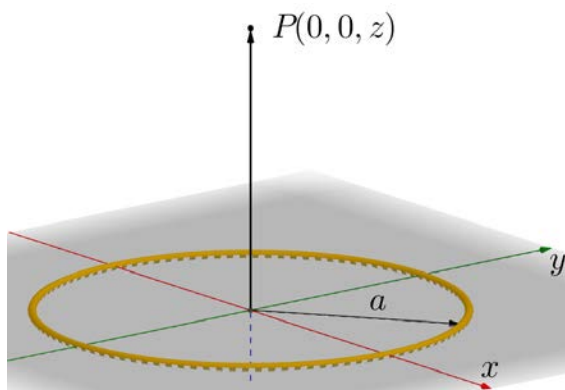
- Tegn kreftene som virker på kula. Hvor stort er snordraget?
- Finn størrelsen og retningen til den elektriske feltstyrken i det homogene elektriske feltet.

Det elektriske feltet skyldes en stor vertikal negativt ladd plate som befinner seg $0,50 \text{ m}$ til høyre for kule A. Plutselig ryker snora.

- Hvor langt under den opprinnelige posisjonen vil kula treffe plata?

Oppgave 2 (Vekt 13%)

En sirkulær leder med radius a har total ladning $+Q$ og uniform linjeladning λ . Et punkt P er plassert på akse gjennom sentrum av lederen i avstand z fra planet lederen ligger i. Se figuren under.



- Vis at det elektriske potensialet i P er

$$V(z) = \frac{\lambda a}{2\epsilon_0 \sqrt{a^2 + z^2}} \quad \text{forutsatt at } V(z \rightarrow \infty) = 0$$

Vurder hva dette resultatet gir for store og små verdier av z .

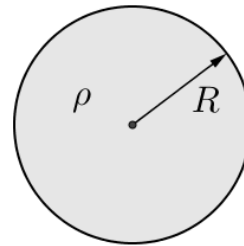
- Hva er det elektriske feltet i P ? Angi både verdi og retning. Forklar hvordan dette kan bestemmes på to ulike måter. (Men det holder med en utregning.)

Oppgave 3 (Vekt 15%)

Vi ser på ei massiv isolerende kule med radius R . Kula har romladningstetthet

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

der $\rho_0 = \frac{3Q}{\pi R^3}$ er en positiv konstant.



- Vis at den totale ladningen på kula er Q .
- Bruk Gauss lov til å finne det elektriske feltet $\vec{E}(r)$ for alle r .
- For hvilken verdi av r er det elektriske feltet størst?

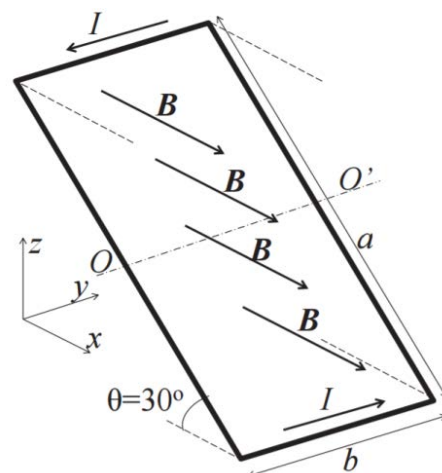
Oppgave 4 (Vekt 15 %)

En plan rektangulær strømsløyfe har sidekanter a og b , og er orientert 30° med x -aksen. Figuren ved siden av viser strømsløyfa og i tillegg positive koordinatretninger.

Sidene er $a = 0,200$ m og $b = 0,100$ m.

Sløyfa fører en konstant strøm $I = 5,00$ A i retning mot klokka (sett ovenfra), og er plassert i et uniformt magnetisk felt der $B = 1,50$ T i positiv x -retning.

- Regn ut den magnetiske fluksen gjennom sløyfa.
- Tegn inn kreftene som gir dreiemoment på sløyfa, og beregn dreiemomentet (både verdi og retning).



Strømsløyfa dreies om akse OO' fra stillingen i figuren til posisjonen der $\theta = 0^\circ$, dvs. at ledersløyfa ligger i xy -planet.

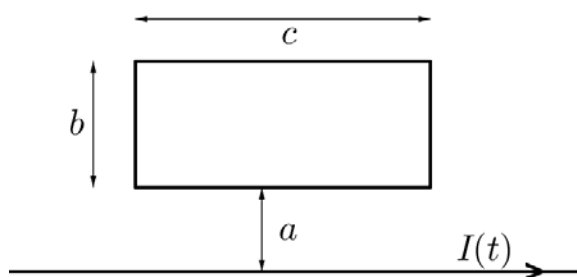
- Øker eller minker den potensielle energien til ledersløyfa? Begrunn.

Oppgave 5 (Vekt 15%)

- a) Vis at styrken til magnetfeltet i avstand r rundt en lang, rett leder som fører strømmen I er gitt ved

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

I avstand a fra ledere i a) er det en rektangulær ledersløyfe med sidekanter b og c som vist i figuren under.



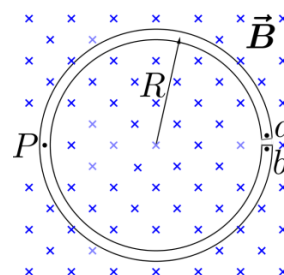
I ledere går det en strøm som varierer med tida som angitt under

$$I(t) = \begin{cases} ktI_0 & \text{når } 0 < t < 1/k \\ I_0 & \text{når } t \geq 1/k \end{cases} \quad \text{der } k \text{ er et positivt, konstant tall}$$

- b) Hvorfor induseres det en strøm i ledersløyfa og hvilken retning har den? Forklar.
c) Bestem den induserte emsen, $\mathcal{E}(t)$.

Oppgave 6 (Vekt 12%)

Figuren ved siden av viser en sirkulær leder i et uniformt magnetfelt \vec{B} med retning inn i papirplanet. Punktene a og b er ikke i elektrisk kontakt, men ligger så nært hverandre at ledere kan betraktes som en hel sirkel. $R = 15,0$ cm og magnetfeltet øker med $0,400$ T/s. Vi ser på et elektron som befinner seg i punktet P .



- a) Hvorfor virker det en elektrisk kraft på elektronet? Hvilken retning har den?
b) Bergen potensialforskjellen mellom a og b . (Du kan se bort fra den lille avstanden mellom a og b .)

Oppgave 7 (Vekt 15%)

En tynn rett leder fører strømmen I og har lengde $2L$. Et punkt P ligger i avstand R fra lederen. Det er like lang avstand fra P til lederens to endepunkter. Magnetfeltet i P fra lederen er gitt av Biot-Savarts lov

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

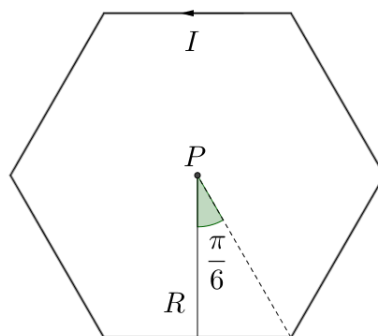
- a) Tegn en figur som viser lederen og punktet P . Legg inn et koordinatsystem og vis tydelig størrelsene $I d\vec{l}$, \hat{r} , \vec{B} , R og $2L$.

- b) Bruk opplysningene over til å vise at styrken til magnetfeltet i P er gitt ved

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R \sqrt{1 + \frac{R^2}{L^2}}}$$

- c) Ta utgangspunkt i uttrykket over og f.eks. 6-kanten i figuren ved siden av og finn et uttrykk for magnetfeltet \vec{B}_n i sentrum av en strømførende regulær n -kant.

Avstanden fra sentrum i mangekanten til midtpunktet på hver av de n linjestykkene er R .



Vis at når $n \rightarrow \infty$ vil $B_n \rightarrow \frac{\mu_0 I}{2R}$

som er uttrykket for magnetisk feltstyrke i sentrum av en sirkulær leder.

Oppgitt:

$$\int \frac{dx}{(ax^2 + b)^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{b\sqrt{ax^2 + b}}$$

$$\tan x \approx x \quad \text{når } |x| \ll 1$$

Vedlegg 1: Noen konstanter, enheter og fysiske størrelser

Noen SI – enheter:

Navn	Enheter	Navn	Enheter	Navn	Enheter
volt	$V = \text{kg} \cdot \text{m}^2 / (\text{s}^3 \cdot \text{A})$	pascal	$\text{Pa} = \text{N} / \text{m}^2$	weber	$\text{Wb} = V \cdot \text{s}$
radian	rad	joule	$J = \text{N} \cdot \text{m}$	tesla	$T = \text{Wb} / \text{m}^2$
meter	m	watt	$W = J / \text{s}$	ohm	$\Omega = V / A$
sekund	s	kelvin	K		
hertz	Hz	ampere	A		
kilogram	kg	coloumb	$C = A \cdot \text{s}$		
newton	$N = \text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$	farad	$F = A \cdot \text{s} / V$		

Fysiske størrelser:

Utvidelseskoeffisient:	Materiale:	Symbol: α, enhet: (K^{-1})
	Aluminium	$2,4 \times 10^{-5}$
	Glass	$0,5 \times 10^{-5}$
	Stål	$1,2 \times 10^{-5}$
Varmekapasitet:	Materiale:	Symbol: c, enhet: $J / \text{kg} \cdot K$
	Is	2100
	Vann (ferskvann)	4190
	Saltvann (fra havet)	3985
Molar varmekapasitet:	Materiale:	Symbol: C, enhet: $J / \text{mol} \cdot K$
	Is	37,8
	Vann	75,4
Smeltevarme:	Materiale:	Symbol: L_f, enhet: J / kg
	Vann (ferskvann)	334×10^3
	Hydrogen	$58,6 \times 10^3$
	Oksygen	$13,8 \times 10^3$
Fordampningsvarme:	Materiale:	Symbol: L_v, enhet: J / kg
	Vann (ferskvann)	2256×10^3
	Hydrogen	452×10^3
	Oksygen	213×10^3
Tetthet:	Materiale	Symbol: ρ, enhet: kg / m^3
	Saltvann (fra havet)	1030
	Vann (ferskvann)	1000
	Isfjell	920

Brytningsindekser for gult lys, $\lambda = 589 \text{ nm}$	Luft	1,00	
	Diamant	2,419	
	Pleksiglass	1,48 – 1,51	
	Flintglass (rent)	1,61	
Brytningsindekser for lys i vann	Rødt lys	1,330	
	Gult lys	1,333	
	Fiolett lys	1,342	
Vanndampens metningstrykk:	Temperatur i °C	$P_d(T)$ i Pa	Fukt (g/m ³)
	-10	260	2,14
	20	2335	17,29

Noen fysiske konstanter:

Permeabiliteten i vakuum: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$

Permittiviteten i vakuum: $\varepsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$

Elemntærladningen: $e = 1,6019 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Elektronmassen: $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Tyngdeakselerasjonens standardverdi: $g = 9,807 \text{ m/s}^2$

Lysfarten i vakuum: $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Gasskonstanten: $R = 8,314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$

Boltzmanns konstant: $k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

Plancks konstant: $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

Vedlegg 2: Noen formler fra fysikk

Fluidmekanikk og varmelære

$$p = \frac{dF_{\perp}}{dA}$$

$$p = p_0 + \rho gh$$

n = antall mol

N = antall molkyler

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$$

$$T = 273,15 \cdot \frac{p}{p_{\text{trippe}}}$$

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T$$

$$pV = nRT = NkT$$

$$K_{tr} = \frac{3}{2}nRT$$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$\lambda = \frac{V}{4\pi\sqrt{2}r^2N}$$

$$\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

$$Q_f = m \cdot L_f$$

$$Q_v = m \cdot L_v$$

$$\Delta W = p\Delta V$$

$$W = \int_1^2 p dV$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

$\gamma = 1,67$ for en enatomig ideell gass og $\gamma = 1,40$ for en toatomig ideell gass

$$C_p = C_v + R$$

$$\Delta U = Q - W$$

$$Q = mc\Delta T = nC\Delta T$$

$$dU = nC_v dT$$

$$pV^{\gamma} = \text{konst}$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{konst}$$

$$p^{1-\gamma}T^{\gamma} = \text{konst}$$

Virkningsgrad for varmekraftmaskiner: $e = \frac{W}{Q_H}$

$$\text{Carnot: } e = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

$$K = \left| \frac{Q_C}{W} \right|$$

$$\text{Carnot: } K = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

$$\text{Entropi: } \Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

Damptrykksformelen: $p(T) = p_0 e^{\frac{L_m}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$

$$\text{Relativ fuktighet: } \varphi = \frac{p_{H_2O}}{p_d(T)} \cdot 100\%$$

Varmetransport:

Fouriers lov: $\Phi(x) = -\kappa A \frac{dT}{dt}$

Varmemotstanden: $R = \frac{L}{\kappa \cdot A}$

Konveksjon: $\Phi = hA(T_v - T_l)$

Stefan – Boltzmanns lov: $j_s = \sigma T^4$

$$r + a + t = 1$$

Plancks fordelingslov: $F(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$

Wiens forskyvningslov: $\lambda_{maks} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}$

Elektromagnetisme

Coulombs lov: $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$ $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$

Elektrisk dipolmoment: $\vec{p} = q\vec{d}$ (fra – til +)

Dreiemoment på en elektrisk dipol: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

Potensiell energi til en elektrisk dipol: $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

Elektrisk fluks: $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$

Elektrisk potensiell energi: $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}$

Elektrisk potensial fra en punktladning: $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$

Potensialforskjellen mellom to punkter: $V_a - V_b = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$

Potensialgradient: $\vec{E} = -\nabla V$

Kraft på en ladning i bevegelse: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Magnetisk kraft på en strømførende leder: $\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$

Dreiemoment på ei strømsløyfe: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

Potensiell energi til en magnetisk dipol: $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

Hall – effekten: $nq = \frac{-J_x B_y}{E_z}$

Magnetfelt fra punktladning m/ konstant fart: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$

Biot – Savarts lov: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$

Magnetisk fluks: $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$

Faradays lov: $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

Indusert ems i en lukket strømsløyfe som beveger seg i et magnetfelt: $\mathcal{E} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

Maxwells likninger

hvor det elektriske feltet er gitt av: $\vec{E} = \vec{E}_c + \vec{E}_n$

1. Gauss lov for \vec{E} : $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}$

2. Gauss lov for \vec{B} : $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

3. Amperes lov: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i_C + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{encl}$

4. Faradays lov: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

Noen formler fra mekanikk

Bevegelseslikninger ved konstant akselerasjon i x -retning:

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

Sirkelbevegelse med konstant baneakselerasjon: $a_{rad} = \frac{v^2}{R}$

Vinkelfart: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

Dreiemoment: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

Elektromagnetiske bølger, lys og optikk

$$E_{\max} = cB_{\max}$$

Farten i vakuum: $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

Poynting vektor: $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$

Intensiteten: $I = \frac{E_{\max} \cdot B_{\max}}{2\mu_0}$

Brytningsindeksen: $n = \frac{c}{v}$

Snells lov: $n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$

Malus's lov: $I = I_{\max} \cos^2 \phi$

Brewsters lov: $\tan \theta_p = \frac{n_b}{n_a}$

Speilformelen for sfæriske speil: $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$

Brytning i sfærisk flate: $\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$

Lateral forstørrelse: $m = \frac{y'}{y}$

Linseformelen: $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$

Linsemakerens formel: $\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

Intensitet i interferens fra to spalter: $I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$ hvor $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1)$

Konstruktiv refleksjon fra tynn film, ingen relative faseskift: $2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$

Intensitet fra diffraksjon i enkeltspalt: $I = I_0 \left\{ \frac{\sin \beta / 2}{\beta / 2} \right\}^2$ hvor $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$

Intensitetsmaksima fra mange spalter: $d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$

Kromatisk oppløsning: $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$

Braggs betingelse for konstruktiv interferens: $2d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$

Diffraksjon i sirkulær apertur: $\sin \theta_1 = 1,22 \frac{\lambda}{D}$

Vedlegg 3: Noen formler fra matematikk

Potensregning

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

Derivasjon

$$f(x) = a \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$f(x) = ax + b \Rightarrow f'(x) = a$$

$$f(x) = ax^r \Rightarrow f'(x) = a \cdot r \cdot x^{r-1}$$

$$f(x) = a \cdot e^{bx} \Rightarrow f'(x) = ab \cdot e^{bx}$$

$$f(x) = a \sin kx \Rightarrow f'(x) = ak \cos kx$$

$$f(x) = a \cos kx \Rightarrow f'(x) = -ak \sin kx$$

$$(f(u(x)))' = f'(u) \cdot u'(x)$$

$$(u(x) \cdot v(x))' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

$$\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2}$$

$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right]$$

Andregradslikning

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Geometri

$$\text{Sirkel} \quad A = \pi r^2 \quad O = 2\pi r$$

$$\text{Kule} \quad A = 4\pi r^2 \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{Buelengde} \quad s = r\theta$$

Vektorregning

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin \angle(\vec{a}, \vec{b})$$

Integrasjon

$$\int a \cdot f(x) dx = a \int f(x) dx$$

$$\int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C, \quad r \neq -1$$

$$\int e^{kx} dx = \frac{1}{k} e^{kx} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, \quad x > 0$$

$$\int \cos kx dx = \frac{1}{k} \sin kx + C$$

$$\int \sin kx dx = -\frac{1}{k} \cos kx + C$$