

FY6017 Elektromagnetisme. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Øving 6

Oppgave 1

Elektrisk feltstyrke mellom platene: $E = \sigma/\epsilon_0 = Q/A\epsilon_0$. Kondensatorens dipolmoment: $p = Qd$. Dermed er $p = \epsilon_0 EAd$, slik at $p/Ad = p/V = \epsilon_0 E$ (der $V = Ad$ er volumet mellom platene). Riktig svar: E.

Oppgave 2

Avstanden mellom $-2Q$ og hver av de to Q er d . Avstanden mellom de to Q er $2d \sin \alpha/2$. Total potensiell energi er da

$$U = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2d \sin \alpha/2} - 2 \cdot \frac{2Q^2}{4\pi\epsilon_0 d} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \left(\frac{1}{2 \sin \alpha/2} - 4 \right),$$

slik at $U < 0$ dersom $2 \sin \alpha/2 > 1/4$, dvs $\alpha > 2 \arcsin(1/8) \simeq 14^\circ$. Riktig svar: B.

Oppgave 3

$$E(z) = -\frac{dV}{dz} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(\frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} - 1 \right),$$

slik at $E(0) = \sigma/2\epsilon_0$. Riktig svar: D.

Oppgave 4

Det elektriske feltet er null overalt inne i hulrommet og overalt inne i metallet (se forelesningene). Det betyr at hele volumet innenfor $r = 2R$ er et ekvipotensial. Dermed: $E_1 = E_2 = 0$ og $V_1 = V_2$. Riktig svar: A.

Oppgave 5

Kretsens totale motstand er $2R + (1/R + 1/R + 1/R)^{-1} = 7R/3$, slik at total strøm i kretsen er $3V_0/7R$. Denne fordeler seg naturligvis likt på de tre parallellkoblede motstandene, dvs strøm $V_0/7R$ gjennom hver av dem. Riktig svar: E.

Oppgave 6

Anta at det går en strøm I_1 i spole nr 1. Dette skaper et magnetfelt $B_1 = \mu_0(N_1/\lambda)I_1$ overalt inne i spolen (der vi antar lang, tettviklet spole). Det betyr at spole nr 2 omslutter en magnetisk fluks $\phi_2 = N_2 B_1 A = N_2 \mu_0 (N_1/\lambda) I_1 A$, som igjen betyr at gjensidig induktans er

$$M = \phi_2/I_1 = \mu_0 N_1 N_2 A/\lambda$$

. Riktig svar: C.

Oppgave 7

Her er maksimal strøm $V_0/R = 4.5$ A. Kretsens tidskonstant er $L/R = 1$ s. En strøm 4.0 A er noe mer enn en andel $1 - 1/e \simeq 0.62$ av maksimal strøm, så det bør ta noe mer enn 1 sekund å oppnå 4.0 A i kretsen. Vi bør nok satse på 2.2 s. Med litt regning: $I(t) = (V_0/R)(1 - \exp(-Rt/L))$, som løst mhp t gir

$$t = \frac{L}{R} \ln \left(\frac{1}{1 - RI(t)/V_0} \right) = 1.0 \text{ s} \cdot \ln 9 = 2.2 \text{ s}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 8

Siden $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, har vi $L = 1/\omega_0^2 C = 1/4\pi^2 f_0^2 C$, som med innsetting av oppgitte tallverdier gir $L = 63.1 \cdot 10^{-12}$ H. Riktig svar: C.

Oppgave 9

Vi må benytte en kondensator med kapasitans $C = 1/4\pi^2 f_0^2 L$, som med oppgitte tallverdier gir $C = 25$ nF. Da er i grunnen bare B et aktuelt svar... La oss sjekke at vi får riktig Q-faktor med motstand som i alternativ B: Vi har $Q = \sqrt{L/C}/R$, dvs $R = \sqrt{L/C}/Q = \sqrt{10^{-6}/25 \cdot 10^{-9}}/10^4 = 6.3 \cdot 10^{-4} = 0.63$ mΩ. Stemmer. Riktig svar: B.

Oppgave 10

Energibevarelse gjennom spenningsfallet V gir $mv^2/2 = qV$, dvs $v = \sqrt{2qV/m}$. Sentripetalakselerasjon v^2/r og Lorentzkraft qvB gir $qvB = mv^2/r$, dvs $r = mv/qB = m\sqrt{2qV/m}/qB \sim \sqrt{m}$. Riktig svar: D.

Oppgave 11

Ferromagnetiske materialer blir paramagnetiske dersom temperaturen blir høy nok. Riktig svar: D.

Oppgave 12

I tilsvarende mekaniske svingesystem ville massen m svinge med periode $T = 2\pi/\omega$, med $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$, der $\omega_0^2 = k/m$ og $\gamma = b/2m$. Elektriske analogier til b , k og m er hhv R , $1/C$ og L , slik at

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{1/LC - R^2/4L^2}} \simeq 2\pi\sqrt{LC} = 0.055 \text{ s},$$

siden vi her har $R^2/4L^2 \ll 1/LC$ (svak demping). Riktig svar: C.

Oppgave 13

I tilsvarende mekaniske system ville vi i utgangspunktet ha en potensiell energi $kx_0^2/2$, med x_0 lik strekket i fjæra før massen slippes. I den analoge elektriske kretsen har vi potensiell energi $Q_0^2/2C$, med startladning $\pm Q_0$ på kondensatorplatene. Denne energien tapes som varme i motstanden, dvs $0.0087^2/2 \cdot 0.0087 = 0.0044$ J. Riktig svar: C.

Oppgave 14

Midlere effekt er $P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} = V_0 I_0/2$. Her er $V_0 = 325$ V og $I_0 = V_0/R = 0.325$ A, slik at $P = 52.8$ W. I løpet av 1 time er da $52.8 \cdot 3600 = 1.9 \cdot 10^5$ J omdannet til varme. Riktig svar: A.

Oppgave 15

Kirchhoffs spenningsregel gir $LdI/dt = V_0 \sin \omega t$, slik at $I_0 = V_0/\omega L = 3.0/2\pi \cdot 50 \cdot 47 \cdot 10^{-3} = 0.20$ A. Riktig svar: B.

Oppgave 16

Kirchhoffs spenningsregel gir $Q/C = V_0 \sin \omega t$, slik at $I_0 = V_0 \omega C = 3.0 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 0.21 \cdot 10^{-3} = 0.20$ A. Riktig svar: B.

Oppgave 17

Strømstyrken I som funksjon av tiden t :

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-Rt/L}\right).$$

Denne har nådd 80% av sin maksimale verdi V_0/R når $\exp(-Rt/L) = 0.2$, dvs når $\exp(Rt/L) = 5$, dvs når det har gått en tid $t = (L/R) \ln 5 = 1.6 \cdot 10^{-3}$ s = 1.6 ms. Riktig svar: C.

Felles for oppgavene 18 – 20: Gjensidig induktans M_i er pr definisjon forholdet mellom den magnetiske fluksen ϕ_i som omslutes av ledersløyfe nr i ($i = 1, 2, 3$) og strømmen I_0 i ledersløyfe ”nr 0” (her: den lange spolen):

$$M_i = \frac{\phi_i}{I_0} = \frac{\oint \mathbf{B}_0 \cdot d\mathbf{A}_i}{I_0}$$

Oppgave 18

Her står $\mathbf{B}_0$ vinkelrett på $d\mathbf{A}_1$ slik at $\phi_1 = 0$ og $M_1 = 0$. Riktig svar: A.

Oppgave 19

Her er $\mathbf{B}_0$ parallell med $d\mathbf{A}_2$ slik at $\phi_2 = B_0 A_2 = \mu_0 n I_0 a^2$ og $M_2 = \mu_0 n a^2$. Riktig svar: B.

Oppgave 20

Her er $\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{A}_3 = B_0 A_3 \cos \theta = \mu_0 n I_0 \pi a^2 \cos \theta$. Den lille spolen har N viklinger og omslutter derfor totalt en magnetisk fluks $\phi_3 = N \mu_0 n I_0 \pi a^2 \cos \theta$. Den gjensidige induktansen blir dermed $M_3 = N \mu_0 n \pi a^2 \cos \theta$. Riktig svar: D.

Oppgave 21

Nå blir $\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{A}_3 = B_0 A_3 \cos \omega t = \mu_0 n I_0 \pi a^2 \cos \omega t$ (der vi, f.eks, har valgt $\theta = 0$ ved $t = 0$). Dermed blir den tidsavhengige magnetiske fluksen omsluttet av den lille spolen

$$\phi_3(t) = N \mu_0 n I_0 \pi a^2 \cos \omega t$$

Indusert elektromotorisk spenning i den lille spolen blir dermed

$$\mathcal{E}_3(t) = -\frac{d\phi_3(t)}{dt} = \omega N \mu_0 n I_0 \pi a^2 \sin \omega t$$

med amplitude

$$\mathcal{E}_{30} = \omega N \mu_0 n I_0 \pi a^2 = 1.2 \text{ V}$$

Riktig svar: C.