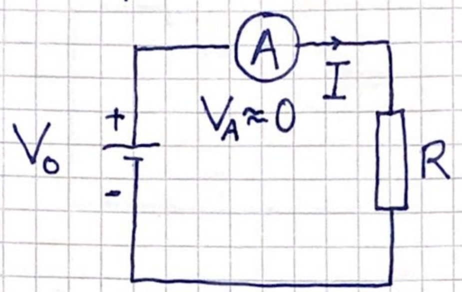
Måling av strøm og spenning [OS2 10.4]

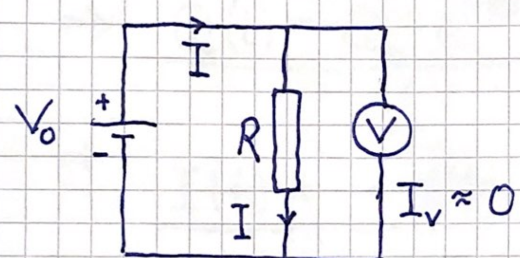
Amperemeter:



Kobles i serie med komponenten vi vil måle strømmen gjennom.

Må ha svært liten motstand i et amperemeter, hvis ikke blir strømmen påvirket av at amperemeteret inngår i kretsen. Typisk er $R_A \ll 1\,\mathrm{m\Omega}$.

Voltmeter:



Kobles i parallell med komponenten vi vil måle spenningen over.

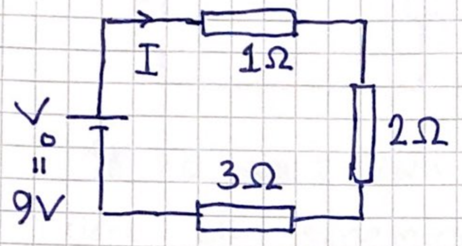
Må ha svært stor motstand i et voltmeter, hvis ikke går en betydelig strøm gjennom voltmeteret. Typisk er $R_V \gg 1\,\mathrm{M\Omega}$.

Et multimeter kan stilles inn for måling av strøm eller spenning (og ofte andre størrelser).

Kobling av flere motstander [OS2 10.2]

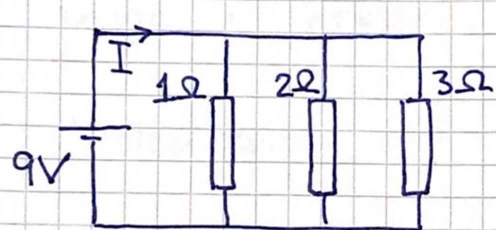
Total motstand for to eller flere motstander koblet i serie : $R = R_1 + R_2 + \ldots + R_N = \sum_{j=1}^{N} R_j$

Hvis koblet i parallell : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_N} = \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{R_j}$



$$R = (1+2+3)\,\Omega = 6\,\Omega$$

$$\Rightarrow I = \frac{V_0}{R} = \frac{9}{6}\,A = 1.5\,A$$



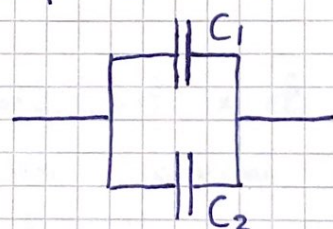
$$R = \left\{\frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{3\Omega}\right\}^{-1}$$

$$= \left(\frac{11}{6\Omega}\right)^{-1} = \frac{6}{11}\,\Omega$$

$$\Rightarrow I = \frac{V_0}{R} = \frac{9\cdot 11}{6}\,A = 16.5\,A$$

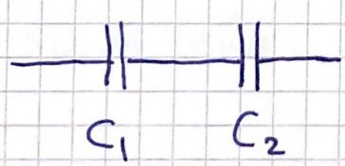
Kobling av flere kapasitanser [OS2 8.2]

Parallellkobling:



$$C = C_1 + C_2$$

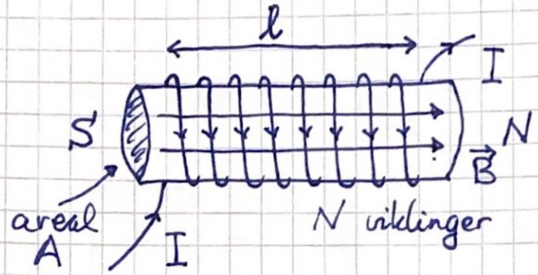
Seriekobling :



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Spoler og induktans [OS2 14.2]

En spole er en isolert leder som er viklet (snurret) et stort antall ganger N rundt en sylinder e.l.



En strøm I i lederen skaper et magnetfelt $\vec{B}$ som er omtrent konstant inne i spolen, når denne er tett viklet og lang. Spolen blir som en stavmagnet, med en nordpol N og en sørpol S.
Magnetisk feltstyrke inne i spolen er

$$B = \mu_0 n I$$

$n = N/\ell$ = antall viklinger pr lengdeenhet

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T\cdot m/A$ = vakuumpermeabiliteten

Dvs, $[B] = T$ (tesla).

Noen materialer (Fe, Ni, Co, $Nd_2Fe_{14}B$, ...) har permeabilitet $\mu \gg \mu_0$. Hvis spoletråden vikles rundt et slik materiale, blir

$$B = \mu n I$$

inni "spolekjernen".

Hver vikling av spolen omslutter en magnetisk fluks $\phi_1 = B \cdot A$; dermed omslutter de N viklingene en fluks

$$\phi = N \cdot \phi_1 = N \cdot B \cdot A$$

Hvis ϕ endres, induseres det en spenning ΔV i spoletråden, gitt ved endringen i fluks pr tidsenhet,

$$\Delta V = - \frac{d\phi}{dt} \qquad \text{(Faradays induksjonslov)}$$

Siden $B = \mu n I = \mu N I / \ell$, blir

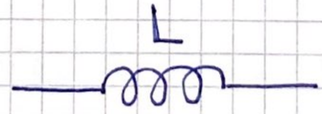
$$\phi = NBA = (\mu N^2 A / \ell) \cdot I = L \cdot I$$

Prop. faktoren L er spolens induktans, med SI-enhet H (henry). Vi ser at

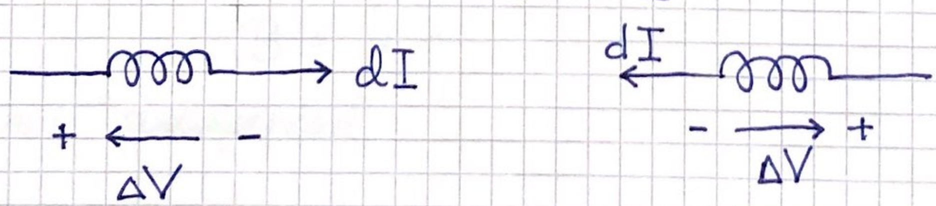
$$\Delta V = - L \cdot \frac{dI}{dt}$$

Dvs: Hvis strømmen endres i en spole, induseres en motspenning prop. med endringen i strømstyrke pr tidsenhet.

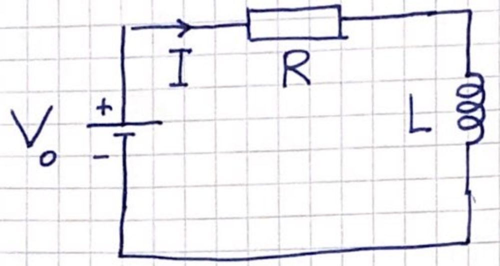
Kretssymbol :



Retning på indusert spenning :



RL-krets [OS2 14.4]



V_0 kobles til ved tid $t = 0$

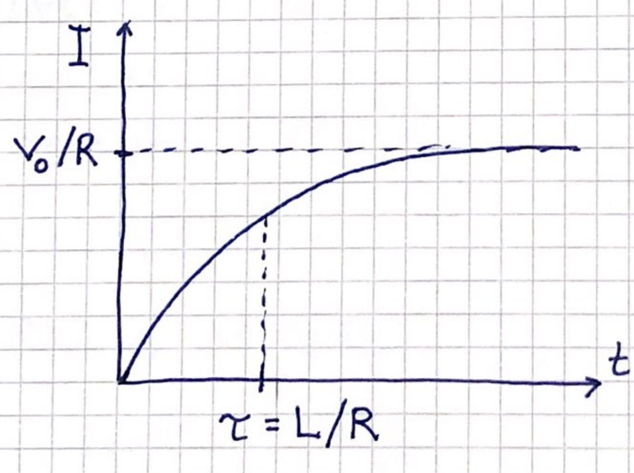
K2: $V_0 - RI - L\frac{dI}{dt} = 0$

Samme ligning som vi hadde for $Q(t)$ i RC-kretsen på s. 26, hvis vi lar

$Q \to I$, $\frac{1}{C} \to R$, $R \to L$, dvs

$Q(t) = V_0 C\{1 - e^{-t/RC}\}$ "blir nå"

$$I(t) = \frac{V_0}{R}\{1 - e^{-Rt/L}\}$$



L gir indusert motspenning slik at det tar tid før I blir V_0/R.

Kretsens tidskonstant: $\tau = L/R$

[OS2 13.6 ; 14]

AC - kretser

Vannkraft : $U_{vann} \longrightarrow K_{vann} \longrightarrow K^{rot}_{turbin}$

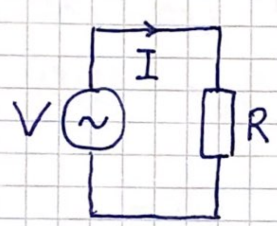
Turbinen roterer magneter, som gir harmonisk tidsavhengig omsluttet magnetisk fluks i en spole,

$$\phi(t) = N \cdot B \cdot A \cdot \cos \omega t$$

og dermed en spenning

$$V(t) = V_0 \sin \omega t \quad \text{med } V_0 = NBA\omega$$

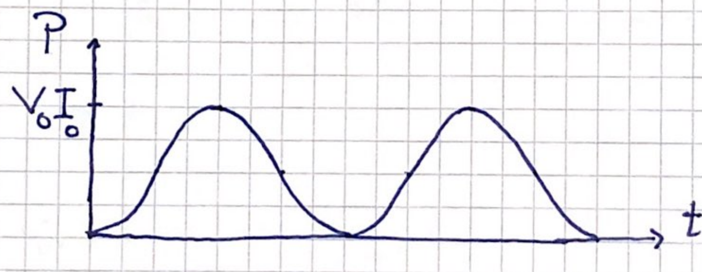
Effektivverdier :



$$K2 \Rightarrow V_0 \sin \omega t - RI = 0$$

$$\Rightarrow I(t) = I_0 \sin \omega t, \quad \text{med } I_0 = V_0/R$$

$$\Rightarrow P(t) = V(t)I(t) = V_0 I_0 \sin^2 \omega t$$



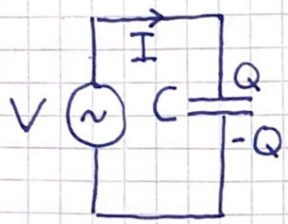
Midlere effekttap : $\langle P \rangle = V_0 I_0 \langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2} V_0 I_0$

evt. $\langle P \rangle = V_{eff} \cdot I_{eff}$ med effektivverdiene

$V_{eff} = V_0/\sqrt{2}$ og $I_{eff} = I_0/\sqrt{2}$

I veggen : $V_{eff} \approx 230$ V ; $V_0 \approx 325$ V

Tapsfrie kretselementer:



$$K2 \Rightarrow V_0 \sin \omega t - \frac{Q}{C} = 0$$

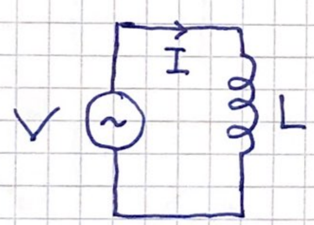
$$\Rightarrow Q(t) = V_0 C \sin \omega t$$

$$\Rightarrow I(t) = V_0 \omega C \cos \omega t$$

Faseforskjell $\pi/2$ mellom $V(t)$ og $I(t)$

$$\langle P \rangle = V_0 I_0 \langle \sin \omega t \cdot \cos \omega t \rangle = \tfrac{1}{2} V_0 I_0 \langle \sin 2\omega t \rangle = 0$$

$I_0(\omega) = V_0 \cdot \omega C$ øker med frekvensen



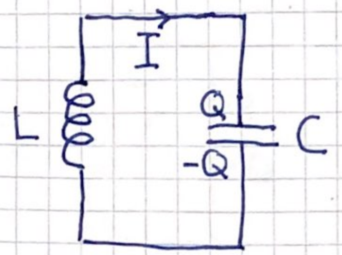
$$K2 \Rightarrow V_0 \sin \omega t - L \frac{dI}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow I(t) = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t$$

$$\Rightarrow \langle P \rangle \sim \langle \sin \omega t \cdot \cos \omega t \rangle = 0$$

$I_0(\omega) = \frac{V_0}{\omega L}$ avtar med frekvensen

LC-krets: [OS2 14.5]



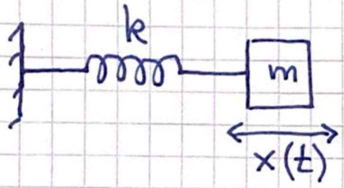
Anta $Q(0) = Q_0$

$$K2 \Rightarrow -L\dot{I} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0$$

Dvs, harmonisk oscillator: $Q(t) = Q_0 \cos \omega_0 t \; ; \; \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Mekanisk analogi:



$$N2 \Rightarrow -kx = m\ddot{x}$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$\Rightarrow x(t) = x_0 \cos \omega_0 t \; ; \; \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Analoge størrelser:

$Q \leftrightarrow x \; ; \; I \leftrightarrow \dot{x} \; ; \; L \leftrightarrow m \; ; \; C \leftrightarrow 1/k$

$K = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \leftrightarrow \frac{1}{2} L I^2$ = energi i $\vec{B}$-feltet i spolen

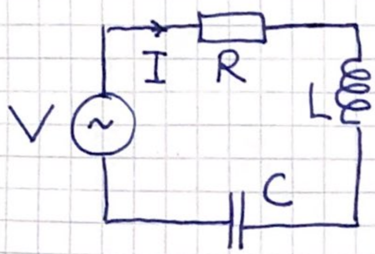
$U = \frac{1}{2} k x^2 \leftrightarrow \frac{1}{2} \frac{1}{C} Q^2$ = energi i $\vec{E}$-feltet i kondensatoren

Konservativt system, ingen dissipasjon av energi når $R = 0$:

$$\frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2} L I^2 = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} L Q_0^2 \underbrace{\omega_0^2}_{= 1/LC} \sin^2 \omega_0 t$$

$$= \frac{Q_0^2}{2C} = \text{konstant}$$

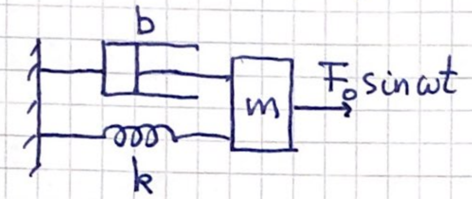
RLC resonanskrets: [OS2 14.6]



$$K2: \quad V_0 \sin\omega t - RI - L\dot{I} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q = V_0 \sin\omega t$$

Mekanisk analogi:



$$N2: \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \sin\omega t$$

dvs analoge størrelser

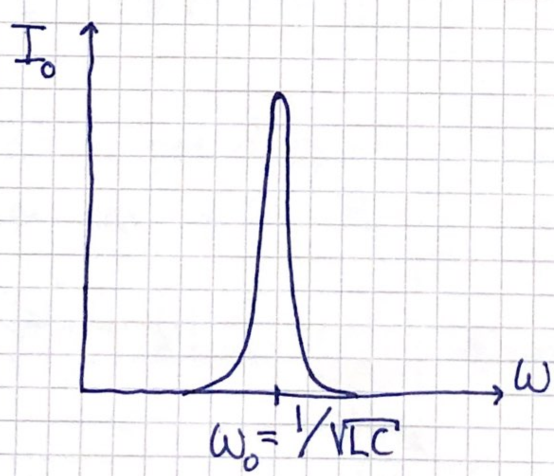
$b \leftrightarrow R$, $F_0 \leftrightarrow V_0$

<u>Resonans</u> når $\omega \approx \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$:

$$Q(t) = Q_0(\omega)\sin(\omega t + \varphi)$$

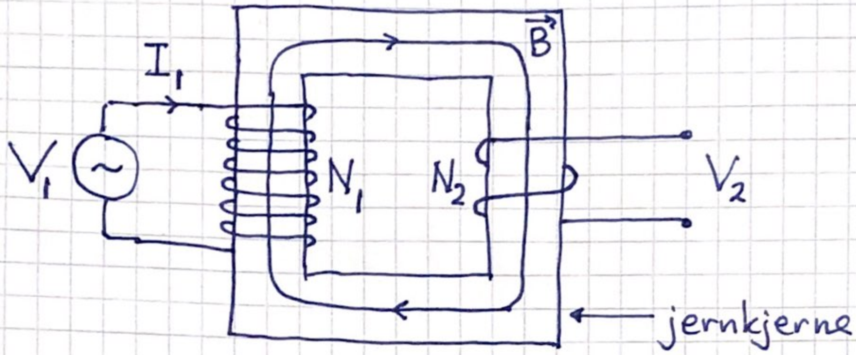
$$Q_0(\omega) = \frac{V_0/L}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}} \quad ; \quad 2\gamma = R/L$$

$$I(t) = I_0(\omega)\cos(\omega t + \varphi) \quad ; \quad I_0(\omega) = \omega \cdot Q_0(\omega)$$



Med voltmeter måles spenningene $V_R = RI$ og $V_C = Q/C$ over hhv R og C, og dermed kan vi måle $I_0(\omega)$ og $Q_0(\omega)$

Transformatoren : [OS2 15.6]



Feltet $\vec{B}$ holder seg stort sett inne i jernkjernen

$\Rightarrow$ Lik feltstyrke $|\vec{B}|$ i de to spolene

Omsluttet fluks:

$$\Phi_1 = N_1 AB , \quad \Phi_2 = N_2 AB$$

Påtrykt spenning på primærspolen: $V_1 = \dot{\Phi}_1$

Indusert spenning i sekundærspolen: $V_2 = \dot{\Phi}_2$

$$\Rightarrow \quad V_1 / V_2 = \dot{\Phi}_1 / \dot{\Phi}_2 = N_1 / N_2$$

$\Rightarrow$ V_1 kan transformeres ned $(N_2 < N_1)$ eller opp $(N_2 > N_1)$ etter behov :

$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot V_1$$